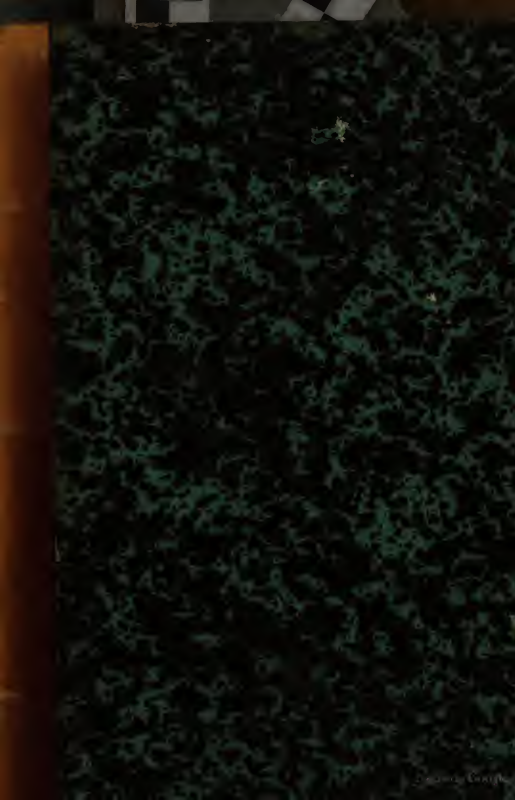
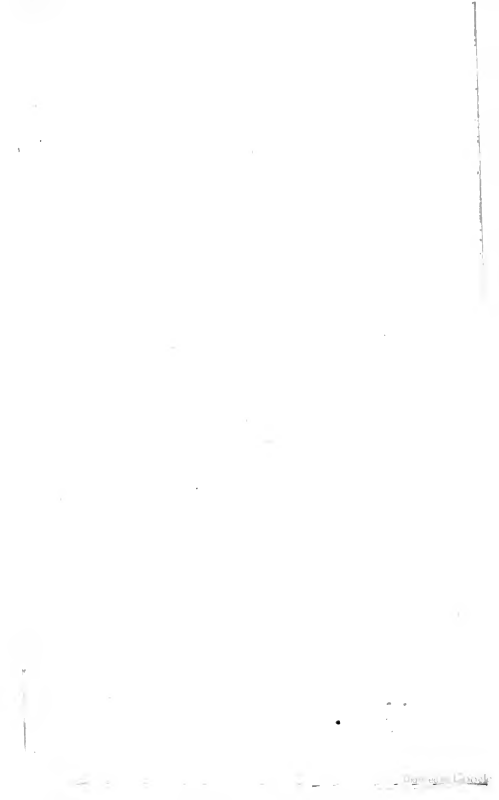




11-15

15.3.533

100.2.2.



RÉSULTATS
SCIENTIFIQUES ET PRATIQUES
DESTINÉS A LA
CONSTRUCTION DES MACHINES

PAR
F. REDTENBACHER

DIRECTEUR DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE CARLSRUHE, CONSEILLER DE LA COUR GRAND-DUCALE
DE BADEN, COMMANDEUR DE L'ORDRE DE L'ÉTOILE DE BADE, CHEVALIER DE L'ORDRE
DE ST-OLAV ET DE ST-STANISLAS DE LA DEUXIÈME CLASSE

TRADUCTION
DE LA QUATRIÈME ÉDITION DE L'OUVRAGE ALLEMAND
AYANT POUR TITRE
RESULTATE FÜR DEN MASCHINENBAU

AVEC 41 PLANCHES
NOUVELLE ÉDITION

HEIDELBERG
F. BASSERMANN, LIBRAIRE-ÉDITEUR

PARIS
LIBRAIRIE POLYTECHNIQUE DE J. BAUDRY, ÉDITEUR
15, RUE DES SAINTS-PÈRES
MÊME MAISON A LIÈGE

1868

RÉSULTATS

SCIENTIFIQUES ET PRATIQUES

DESTINÉS A LA

CONSTRUCTION DES MACHINES

RÉSULTATS
SCIENTIFIQUES ET PRATIQUES
DESTINÉS A LA
CONSTRUCTION DES MACHINES

PAR
F. REDTENBACHER

DIRECTEUR DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE CARLSRUHE, CONSEILLER EN LA COUR ROYALE
DE BADE, COMMANDER DE L'ORDRE DU LYON DE ROUMANIE, CHEVALIER DE L'ÉCUSE
DE ST-OLAF ET DE ST-STANISLAS DE LA DEUXIÈME CLASSE

TRADUCTION
DE LA QUATRIÈME ÉDITION DE L'OUVRAGE ALLEMAND
AYANT POUR TITRE
RESULTATE FÜR DEN MASCHINENBAU

AVEC 41 PLANCHES

NOUVELLE ÉDITION

HEIDELBERG
F. BASSERMANN, LIBRAIRE-ÉDITEUR

PARIS
LIBRAIRIE POLYTECHNIQUE DE J. BAUDRY, ÉDITEUR
15, RUE DES SAINTS-PÈRES
MÊME MAISON A LIÈGE

1868



PRÉFACE

L'ouvrage que nous livrons ici au public est une traduction de la quatrième édition d'un ouvrage allemand dont la première édition a été publiée par l'auteur en 1848.

Les matières que cet ouvrage contient sont principalement les résultats des recherches, des études et des observations, faites par l'auteur lui-même dans le domaine de la mécanique, appliquées aux constructions des machines; mais il contient aussi un nombre considérable de résultats que nous devons à d'autres auteurs.

L'ouvrage avait été d'abord destiné à servir de point d'appui et de complément aux leçons que l'auteur professe à l'Ecole polytechnique de Carlsruhe. Il s'agissait de pré-

senter aux élèves d'une manière concentrée tous les résultats scientifiques et pratiques dont on a besoin dans l'exécution d'une construction ou d'un projet de machines.

L'ouvrage ne donne pas de renseignements ni de déductions des règles et des formules, il donne seulement ceux des produits des leçons dont on a besoin dans le cours d'application et de construction qui marche parallèlement avec les leçons.

Des ingénieurs distingués, tant Allemands que Français, m'ont engagé à faire une traduction de l'ouvrage allemand. Sans de tels encouragements je n'aurais pas osé présenter mon ouvrage aux pays étrangers ni surtout à la France où il existe déjà d'excellents ouvrages qui ont une tendance semblable et qui se sont répandus dans tous les pays où l'on sait appliquer et estimer les sciences exactes.

Cependant, la grande différence qu'il y a entre mon ouvrage et ceux qui traitent de la même matière, se fera surtout voir en ce qu'il contient pour la plupart des résultats trouvés par l'auteur lui-même, tandis que les autres ouvrages semblables ne sont que des recueils de résultats trouvés par différents auteurs. Aussi trouvera-t-on qu'un grand nombre en est donné d'après une nouvelle méthode de mon invention que je nomme la méthode des rapports, et que l'on trouvera très-utile dans l'application.

Quoique l'ouvrage soit destiné spécialement aux élèves qui fréquentent mes cours, il peut aussi être employé par toute autre personne versée dans les principes de la mécanique appliquée, tels qu'on peut les apprendre dans une autre bonne école.

Les matières sont arrangées de manière qu'on puisse

trouver facilement les résultats. Dans le cas que pour quelque construction on ait besoin d'un grand nombre de résultats, comme cela arrive pour de grands projets, les résultats se suivent de manière qu'ils se présentent comme on en a besoin pour l'exécution d'une construction.

Le plus grand nombre des règles et des formules ne donne pas les valeurs absolues des quantités à déterminer, mais les valeurs relatives à une certaine quantité que l'on peut prendre pour unité, c'est-à-dire ces règles donnent les rapports entre les diverses inconnues du problème et d'une certaine quantité fondamentale.

Cette méthode de former les formules et les règles, je l'appelle méthode des rapports, comme j'ai dit plus haut. Elle offre les avantages suivants : 1° elle est applicable à tout autre système de mesures ; les rapports sont indépendants de l'unité des quantités ; 2° dans beaucoup de cas ces rapports sont constants, et, s'ils ne le sont pas, ils sont pourtant dans le plus grand nombre de cas peu variables, de sorte qu'une petite table suffit pour donner la petite série des valeurs qu'on veut connaître pour la pratique ; 3° dans le travail journalier du constructeur le besoin de la connaissance de certains rapports se répète toujours ; ces rapports se fixent en peu de temps dans la mémoire ; 4° d'après cette méthode l'intelligence des proportions harmoniques se développe rapidement, parce qu'on apprend toujours par son application qu'il s'agit de proportions ; 5° dans beaucoup de cas la méthode des rapports donne presque immédiatement le système entier des dimensions principales et secondaires d'une construction étendue, par exemple pour les bateaux à vapeur et leurs machines.

Les matières sont divisées en treize chapitres.

Le chapitre I^{er} contient une série de résultats de la mécanique géométrique et les mécanismes pour la transmission du mouvement.

Le chapitre II donne les résultats les plus importants à l'égard de la résistance et de l'élasticité des matériaux. Ils sont extraits, en partie, des ouvrages de M. Navier et de M. Lamé, et le complément en a été trouvé par l'auteur lui-même.

Le chapitre III contient un système de règles et de formules pour la construction des éléments des machines. Ces règles sont les conséquences de la méthode des rapports. Toutes les dimensions sont exprimées par les diamètres des tourillons et des arbres. L'application de ces règles est très-facile quand on y a fait quelques exercices. Dans le plus grand nombre de cas les coefficients des formules ont été trouvés par l'étude des résultats obtenus que présentent les meilleurs constructions de machines. Je puis dire que l'épreuve de ces formules et la recherche des coefficients qu'il faut appliquer, pour que ces formules donnent des dimensions comme on les trouve dans les meilleurs constructions, était un travail qui a coûté à l'auteur beaucoup de veilles.

Mais ce système de règles est fondé sur des principes statiques, c'est pourquoi il ne donne pas de dimensions admissibles dans les cas où les pièces sont exposées à des chocs ou à des forces vives. Dans ce cas il faut modifier les règles par les résultats du numéro 56.

Le chapitre IV contient des résultats sur le frottement; les tables des coefficients de frottement que M. Morin a trouvées par une longue série d'expériences; des formules pour calculer la perte de travail par le frottement, et une

autre de la forme de $\alpha x + \beta y$ qui exprime approximativement la valeur de l'expression $\sqrt{x^2 + y^2}$.

On sait que M. Poncelet a donné le premier une formule semblable. J'ai trouvé la mienne par la méthode des moindres carrés.

Le chapitre V contient des résultats sur l'hydraulique. On n'y trouve rien de nouveau. Les résultats sont extraits principalement des ouvrages de M. Navier, de M. Poncelet et de M. Morin.

Le chapitre VI donne des résultats pour le calcul et la construction des roues hydrauliques anciennes. C'est un extrait de l'ouvrage de l'auteur qui a le titre : *Theorie und Bau der Wasserräder*, 2^e édition.

Le chapitre VII donne des résultats pour le calcul et la construction des turbines et des roues tangentiales. C'est un extrait de l'ouvrage qui a été publié par l'auteur sous le titre : *Theorie und Bau der Turbine*, 2^e édition. Mannheim, chez Bassermann.

Le chapitre VIII contient des faits, des règles et des formules sur la chaleur et son application dans les procédés techniques. Les faits sont tirés de différents traités de physique. Le plus grand nombre des règles et des formules et surtout celles des cheminées de chaudières à vapeur, du chauffage par l'air chaud, par l'eau chaude et par la vapeur, de même que les règles qui se rapportent à l'éclairage au gaz, ont été trouvées par l'auteur lui-même et publiées, en partie, dans l'ouvrage qui a le titre : *Die Calorische Maschine*, 2^e édition.

Le chapitre IX embrasse des faits, des règles et des formules pour le calcul des machines à vapeur. La théorie sur

laquelle les formules sont fondées est analogue à celle que M. le comte de Pambour a exposée, mais avec la différence qui consiste : 1° en ce que j'ai introduit le poids spécifique de la vapeur pour une formule de la forme $\alpha + \beta p$; 2° en ce que j'ai exprimé les résistances passives par des formules. Les résultats des numéros 299 à 311 sont tirés de la théorie en appliquant la méthode des rapports. On y trouve des résultats extrêmement simples pour la construction des machines à vapeur de toute espèce.

Le chapitre X contient des faits et des résultats scientifiques et pratiques à l'égard du transport par terre et par eau. On y trouve : 1° un système de résultats au sujet de la locomotive; ces résultats sont un extrait de l'ouvrage que l'auteur a publié sous le titre : *Gesetze des Locomotivbaues*; 2° un système de règles pour le calcul et la construction des bateaux à vapeur et de leurs machines et propulseurs. La plus grande partie de ces résultats a été trouvée par l'auteur. Une partie de ces résultats a été publiée dans un petit ouvrage qui a le titre : *Die Calorische Maschine*.

Le chapitre XI contient des faits, des règles et des formules à l'égard de différentes machines à fabrication. Les faits et les résultats concernant la machine à pilon, la théorie du barillet, la théorie des machines d'épuisement, les faits sur la pompe à incendie, ceux des scies à bois et à placage, des moulins à farine, de la fabrication du papier, de la filature et du tissage du coton ont été trouvés par l'auteur lui-même et sont les fruits d'un travail de beaucoup d'années. Les règles, concernant la fonte et la fabrication du fer, ont été trouvées par l'auteur par une combinaison des faits qui se trouvent dans les différents ouvrages qui traitent de ce sujet. Spécialement les

ouvrages de M. Walter de Saint-Ange et de M. Flachet ont été consultés dans ce chapitre.

Le chapitre XII est un recueil de formules analytiques.

Le chapitre XIII est un recueil de tables numériques.

Je termine en souhaitant que la traduction de mon ouvrage allemand en langue française soit aussi favorablement reçue que l'original allemand.

Carlsruhe, juillet 1861.

L'AUTEUR.



10

11

12

13

14

15

16

TABLE DES MATIÈRES

Préface	Pages- V
-------------------	-------------

CHAPITRE I^{er}

<i>Géométrie</i>	1
<u>Tracé des diverses courbes</u>	1
<u>Calculs des surfaces et des volumes</u>	3
<u>Poulies</u>	5
<u>Roues dentées</u>	6
<u>Engrenages</u>	8
<u>Guides de piston</u>	14

CHAPITRE II

<i>Résistance des matériaux</i>	18
Résistance absolue	18
Résistance relative	18
Résistance réactive	21
Torsion	22
Résistance des vases	22
Tension des lames	23
Flexion des barres ou des lames	24
Solides d'égale résistance	27
Comparaison de diverses formes de sections	30
Résistance des solides contre des forces vives	34
Coefficients de résistance et d'élasticité	34

CHAPITRE III

<i>Construction de pièces de machines</i>	38
Cordes	38
Chaines	39
Vis d'assemblage	40

	Pages
Rivets	43
Cornières	45
Tourillons	46
Arbres	48
Compléments d'arbres	56
Paliers	57
Poulies	60
Rouleaux et poulies de tension	65
Roues dentées	66
Via sans fin	75
Chaises de palier	76
Léviers coudés	76
Manivelles	78
Essieux coudés	80
Traverse	81
Bielles	81
Balancier	83
Ressorts pour différents applications	85
Tuyaux	90
Convercles et boîtes à étoupe	92
Soupapes, robinets, pistons	93
Résultats des calculs applicables à la construction des bâtiments	95

CHAPITRE IV

<i>Frottement entre des corps solides et raideur des cordes</i>	<i>92</i>
Coefficients de frottement	100
Formules pour le calcul de la résistance par le frottement	104

CHAPITRE V

<i>Résultats des calculs relatifs à l'hydraulique</i>	<i>113</i>
Ecoulement de l'eau	113
Valeurs des coefficients k pour le calcul des volumes d'eau	121
Etablissement des barrages	128
Canaux des usines et des fabriques	130
Conduite de l'eau dans des tuyaux	138
Equilibre et mouvement de l'air et des gaz	146

CHAPITRE VI

<i>Roues hydrauliques</i>	<i>153</i>
Règles pour la disposition et la construction d'une roue hydraulique	155
Tracé des roues	161
Règles pour la construction des roues hydrauliques	165
Règles pour le calcul et l'effet utile des anciennes roues hydrauliques	170

CHAPITRE VII

<i>Turbines</i>	174
<i>Turbine de Jonval</i>	174
<i>Turbine de Fourneyron</i>	184
<i>Roue à réaction</i>	188
<i>Roues tangentielles</i>	189

CHAPITRE VIII

<i>La chaleur et son utilisation</i>	192
<i>Faits de la physique</i>	192
<i>La vapeur d'eau</i>	203
<i>Cheminées</i>	207
<i>Chaudières à vapeur</i>	210
<i>Chauffage des appartements et des édifices</i>	216
<i>Passage de la chaleur à travers un mur</i>	218
<i>Chauffage d'un fluide par un courant de fluide chaud</i>	220
<i>Chauffage par des poêles</i>	222
<i>Calorifère</i>	222
<i>Chauffage de l'air par la circulation de l'eau chaude. Basse pression</i>	223
<i>Chauffage de l'air par la circulation de l'eau chaude. Haute pression</i>	224
<i>Chauffage par la vapeur</i>	225
<i>Eclairage au gaz</i>	226

CHAPITRE IX

<i>Machines à vapeur</i>	236
<i>Résultats théoriques</i>	236
<i>Résultats pratiques:</i>	
<i>a) Machines de Watt</i>	238
<i>b) Machines à haute pression, sans condensation, sans détente</i>	238
<i>c) Machines à haute pression, sans condensation, sans détente</i>	239
<i>d) Machines à pression moyenne, avec détente, avec condensation</i>	240
<i>e) Machines de Woolf</i>	241
<i>Voies des machines à vapeur</i>	242
<i>Résultats pour la détermination pratique des dimensions des machines à vapeur</i>	248
<i>Moulins à vent</i>	265
<i>L'homme et les animaux considérés comme moteurs</i>	266

CHAPITRE X

<i>Transports par eau et par terre</i>	269
<i>Locomotive</i>	269
<i>Bateaux à vapeur</i>	292

	Pages.
CHAPITRE XI	
<i>Machines manufacturières et fabrication</i>	
<i>Machines manufacturières et fabrication</i>	323
Machine à enfoncer les pieux	323
Boccards	324
Pompes	327
Pompes à incendie	333
Scies pour bois	334
Moulins à farine	338
Fabrication du papier	341
Filature du coton	345
Tissage du coton	357
Fabrication du fer brut	358
Expériences relatives à l'exploitation des hauts-fourneaux avec du charbon de bois	360
Souffleries de hauts-fourneaux	365
Fabrication du fer forgé	370
Laminoirs	376
Marteaux de forge pour la fabrication du fer en barres	376
CHAPITRE XII	
<i>Collection de formules analytiques</i>	
<i>Collection de formules analytiques</i>	381
CHAPITRE XIII	
<i>Collection de tables</i>	
<i>Collection de tables</i>	420
Valeurs réciproques des nombres naturels	420
Valeurs de n , $n\pi$, $n^{\frac{\pi}{4}}$, $n^{\frac{\pi}{2}}$, $n^{\frac{\pi}{3}}$, $\sqrt{n}$, $\sqrt[n]{n}$	421
Longueur des arcs de cercle	444
Lignes trigonométriques	445
Logarithmes	446
Poids usités dans douze pays divers	454
Poids spécifique	456
Alliages	458
Prix des machines	473

CHAPITRE I^{er}

GÉOMÉTRIE

TRACÉ DES DIVERSES COURBES

1

Tracé de la parabole (fig. 1, pl. I) étant donné le sommet A, la direction de Ax de l'axe, et un point M de la ligne.

On trace le rectangle $MpAb$, on divise Mb en un nombre voulu de parties égales, p. ex. 4, on divise également Ab dans le même nombre de parties égales, on trace à partir de A les lignes A 3, A 2, A 1, et par 1, 2, 3, des lignes parallèles à l'axe Ax; les points d'intersection I, II, III de ces lignes sont des points de la parabole.

2

Tracé de la normale qui correspond à un point II de la parabole (fig. 1, pl. I).

Tirez la ligne perpendiculaire IIp_1 , faites $Aa = Ap_1$, tirez aII et élevez sur aII une perpendiculaire IIq_1 au point II; cette perpendiculaire sera la normale cherchée.

Les normales qui correspondent aux autres points I III M seront trouvées, quand on aura abaissé les perpendiculaires $IIIp_2$, $I p$, Mp , quand on aura égalisé $p_2 q_1 = p_1 q_1 = p q = p_2 q_2$, et quand on aura relié les points $q_2 q_1 q$ avec III I M.

Si l'on prolonge ces normales jusqu'à ce que les deux suivantes se coupent, les points d'intersection seront les centres des arcs de cercle A III, III II, II I, I M, dont la parabole pourra être composée.

Tracé d'une ellipse dont les axes sont donnés.

a) Procédé exact (fig. 2, pl. I).

Soit O le centre, Oa le demi-grand axe, Ob le demi-petit axe. Du point O et avec les rayons Ob , Oa et $Oc = Ob + Oa$ décrivez les cercles concentriques βb , αa , $\gamma\gamma$; menez un rayon quelconque $Oqpr$; menez par q une parallèle à Oc , par p une parallèle à Ob , ces lignes se couperont dans un point m de l'ellipse, et si l'on relie m avec r par la ligne mr , celle-ci est la normale de l'ellipse au point m .

Si l'on répète cette construction, en menant plusieurs rayons du point O , on obtient pour le tracé de l'ellipse une série de points et les normales qui leur correspondent.

b) Procédé approximatif (fig. 3, pl. I).

Soit O le centre, aa_1 le grand axe, bb_1 le petit axe de l'ellipse.

Faites $Oc = Ob$, $Od = Od_1 = 3\frac{ac}{2}$, $Oe = Oe_1 = 4\frac{ac}{2}$,

tracez e, dm , e, d_1m_1 , edn , ed_1n_1 , et décrivez des points dd_1 , ee_1 , les arcs de cercle nam , $n_1a_1m_1$, nb_1n_1 , mb_1m_1 , ces arcs formeront une ligne qui ressemble à une ellipse, dans la supposition que le rapport entre le grand et le petit axe ne dépasse pas 2. Si le rapport est plus grand que deux, alors il faut employer le procédé plus exact.

Tracé de la cycloïde (fig. 4, pl. I).

Soit Og , la base, $O49$ la moitié du cercle générateur dans sa position primitive. On divise le demi-cercle en parties égales, p. ex. 9, on mène les cordes 01 , 02 , 03 , $04 \dots$, on porte la longueur développée d'un des arcs 01 , $02 \dots$ autant de fois qu'il y a eu des parties du demi-cercle divisées; on trace sur les points $1, 2, 3, 4, \dots$ des lignes parallèles aux cordes 01 , 02 , $03 \dots$, alors les points d'intersection I, II, III, IV, V , sont les centres des arcs oa , ab , $bc \dots$, dont se composera la cycloïde.

5

Tracé d'un arc d'une épicycloïde (fig. 5, pl. I).

Soit 06 l'arc donné du cercle primitif pour lequel l'arc épicycloïdique 06_1 devra être tracé; n le rapport entre les rayons du cercle primitif et du cercle générateur.

On divise l'arc 06 en plusieurs parties, p. ex. $01 = 12 = 23 = \dots = a$, on prend une portion de l'arc de la longueur $(n+1)a$, on la porte six fois à partir de 0 , on relie les points $1, 2, 3, 4, \dots$ avec les points $1, 2, 3, 4$, et on décrit des points d'intersection $1, I, II, III$ les arcs de cercle $01_1, 1_1 2_1, 2_1 3_1, \dots$, qui forment alors l'arc épicycloïdique d'une manière approximative.

6

Tracé d'un arc d'une hypocycloïde (fig. 6, pl. I).

Soit 05 l'arc du cercle pour lequel l'arc hypocycloïdique 05_1 doit être tracé, n le rapport entre les rayons du cercle primitif et du cercle générateur.

On divise l'arc 05 en plusieurs parties égales $01 = 12 = 23 = \dots = a$, et on fait les arcs $01_1 = 1_1 2_1 = 2_1 3_1 = \dots = (n-1)a$, on tire les lignes $1, 1I, 2, 2II, 3, 3III, \dots$, et on décrit des points I, II, III les arcs de cercle $01_1, 1_1 2_1, 2_1 3_1, 3_1 4_1, \dots$, qui formeront l'arc hypocycloïdique.

CALCULS DES SURFACES ET DES VOLUMES

7

La surface AMP (fig. 1, pl. I) d'une parabole
est égale

$$\frac{2}{3} \overline{Ap} \times \overline{Mp}$$

8

La surface d'une ellipse
est égale au produit des deux demi-axes par $\pi = 3.142$.

9

Règle de Simpson

pour le calcul de figures planes. Soit ABCD (fig. 7, pl. 1) la surface à calculer. On divise AD en un nombre pair de parties égales n , $AI = I2 = 23 = \dots e$, et on mesure les ordonnées y_0, y_1, y_2, y_3 ; on trouve:

$$\text{Surface ABCD} = \frac{1}{3} e \left\{ y_0 + y_n + 4 (y_1 + y_3 + y_5 + \dots + y_{n-1}) + 2 (y_2 + y_4 + \dots + y_{n-2}) \right\}$$

10

La surface de la sphère

d'un rayon r

$$= 4 r^2 \pi \dots (\pi = 3.142).$$

11

La surface d'une calotte sphérique

$$2 \pi r a = \pi (a^2 + b^2)$$

r est le rayon de la sphère;

a la hauteur de la calotte;

b le rayon de la calotte.

12

Le volume d'une pyramide ou d'un cône

est égal à $\frac{1}{3} A h$, si A est la base et h la hauteur du volume.

13

Le volume d'une sphère

dont le rayon $= r$ est

$$\frac{4}{3} r^3 \pi$$

14

Le volume d'une calotte sphérique

$$\text{est } \frac{\pi}{6} a (3b^2 + a^2),$$

si a est la hauteur et b le rayon de la calotte.

LES ORGANES DE MACHINES SOUS LE RAPPORT GÉOMÉTRIQUE

POULIES

15

Notations.

Pour pouvoir décrire la position des poulies et la course des courroies, nous nommerons :

a) Plan moyen d'une poulie : Un plan passant par le milieu de l'épaisseur de la poulie et perpendiculaire à l'axe ;

b) Section moyenne : Le cercle dans lequel le plan moyen coupe la surface de la poulie ;

c) Le milieu de la courroie : La ligne qui divise la courroie longitudinalement en deux parties égales.

16

Règle principale pour la disposition géométrique d'un mécanisme à courroies.

Dans la disposition d'un mécanisme à courroies il faut :

1° que le milieu de la courroie soit placé dans le plan moyen de la poulie ;

2° que les poulies directrices (galets) soient placées de manière que la ligne, dans laquelle le plan moyen de la poulie directrice (galet) coupe le plan moyen de la poulie motrice, se confonde avec le milieu de la courroie.

Exemples de mécanismes à courroies.

On a disposé, d'après les règles, établies au numéro 16, les mécanismes suivants :

Fig. 8, pl. I : Les axes parallèles; les plans moyens des deux poulies motrices se confondent (tour dans le même sens).

Fig. 9, pl. I : Les axes parallèles; les plans moyens des deux poulies motrices se confondent (tour dans le sens opposé).

Fig. 10, pl. I : Les axes parallèles (tour dans le même sens); les plans moyens des deux poulies ne se confondent pas. 11, sont des poulies directrices.

Fig. 1, pl. II : Poulies sur deux axes qui se coupent. 11, sont des poulies directrices dont l'emplacement et la position peuvent être trouvés ainsi qu'il suit : „ En prenant dans la ligne d'intersection L des plans moyens des poulies motrices deux points aa, à volonté, en menant de ces points des tangents aux sections moyennes des poulies motrices, en plaçant les poulies 11, de manière que les sections moyennes, de chacune d'elles, soient touchées par une paire de tangentes. “ Si les poulies 11, sont placées de cette façon, les courroies pressent dans la direction normale contre les poulies, et ne peuvent alors pas glisser latéralement.

Fig. 2, pl. II : Deux axes inclinés qui ne se coupent pas. La ligne de section L des plans moyens des poulies motrices touche la section moyenne des poulies. Le mouvement doit avoir lieu dans la direction des flèches (suivant la règle, numéro 16). La distance la plus petite des axes doit être à peu près deux fois plus grande que le diamètre de la plus grande des deux poulies.

Fig. 3, pl. II : Les axes sont inclinés, mais ne se coupent pas. Les poulies sont reliées aux axes dans des positions quelconques. La position des poulies directrices sera trouvée comme au cas, fig. 1.

Fig. 4, pl. II : Les axes sont inclinés, mais ne se coupent pas. La poulie A est reliée d'une manière fixe avec a. La poulie B est reliée avec b au moyen d'une clef de Hook. Les plans moyens des deux poulies se confondent.

ROUES DENTÉES

Détermination de la forme fondamentale des roues dentées.

Les roues dentées ordinaires ont la forme cylindrique, quand les axes sont parallèles; la forme conique, quand les axes se coupent;

la forme hyperbolique, quand les axes ne sont pas parallèles et quand ils ne se coupent pas. Ces formes sont déterminées de la manière suivante :

a) Les roues cylindriques, c'est-à-dire les roues pour les essieux parallèles. Soit :

r R les rayons des roues,

d la distance des axes,

$n = \frac{R}{r}$ le nombre de transmission, c'est-à-dire le nombre qui

indique combien de fois la roue du diamètre $2r$ doit tourner pendant que la roue du diamètre $2R$ tourne une fois ; on a

$$R = \frac{n d}{n + 1}$$

$$r = \frac{d}{n + 1}$$

b) Les roues coniques pour des axes qui se coupent. Soit fig. 5, pl. II, CA et Ca les deux axes, n le nombre des tours que l'axe CA doit faire à un tour de l'axe Ca . On déterminera un point b , dont les distances bO et bo des axes soient dans le rapport de $n : 1$, et puis on trace la ligne bC . Si l'on suppose le triangle OCb tournant autour de CA , et le triangle OCb autour de Ca , alors se forment les deux cônes primitifs des roues, qui se touchent le long de la ligne bC .

c) Les roues hyperboliques, fig. 6, pl. II. Soient CA et Ca les axes parallèles avec la surface du papier, qui est le plan du tracé. La distance la plus petite des axes passe par C , elle est perpendiculaire à la surface du papier. Sa longueur = s . Le nombre des tours que Ca doit faire à un tour de $CA = n$.

On divise l'angle ACA des axes en deux par la ligne Cq , de manière que $Aq : qa = n : 1$.

$$\text{Soit } \overline{CD} = \overline{AE} = \frac{n}{n + 1} s, \quad \overline{Cd} = \overline{ae} = \frac{s}{n + 1}$$

$$\overline{AB} = \overline{AB_1} = \overline{qE}, \quad \overline{ab} = \overline{ab_1} = \overline{qe}.$$

On trace avec les rayons AB et CD , ab et Cd les cercles KK , kk_1 . On mène qm parallèlement à Ca , qn parallèlement à CA . On divise le cercle K , à partir de n , en autant de parties égales que la roue doit renfermer de dents, et le cercle K , à partir de m , en un nombre n fois plus petit de parties égales. On mènera par les points

d'intersection les tangentes $T_1, T_2, \dots, t_1, t_2$, et on cherchera leurs proportions, lesquelles détermineront, par leurs intersections réciproques, les hyperboles BDB, D_1, bdb, d , qui, par la rotation autour de leurs axes, engendrent les formes primitives des deux roues. La ligne Cq indique la direction d'après laquelle il faut entailler les dents.

ENGRENAGES

19

Nombre des dents.

Le pas de division des deux roues qui engrènent est le même pour ces roues. Le nombre des dents de ces deux roues est dans le rapport des rayons de ces roues. Le nombre absolu des dents est arbitraire sous le rapport géométrique, mais il est déterminé par la force qui agit à la circonférence des roues.

20

Condition primitive pour la forme des dents.

Les dents de deux roues qui engrènent doivent être formées de façon que le rapport de la vitesse angulaire des deux roues soit une quantité constante dans chaque moment de la rotation. Il existe une infinité de paires de formes de dents qui correspondent à cette condition; les plus usitées sont les suivantes:

21

Premier engrenage épicycloïdique (fig. 7, pl. II).

uam est la dent de la roue R . an une ligne radiale. am un arc épicycloïdique; le rayon du cercle primitif est R . Le rayon du cercle générateur $\frac{1}{2}r$. u, ma , la dent de la roue r . au , une ligne radiale droite. am , un arc épicycloïdique. Le rayon du cercle primitif de cette épicycloïde est r ; le rayon du cercle générateur $\frac{1}{2}R$.

22

Deuxième engrenage épicycloïdique (fig. 8, pl. II).

uam est la dent de la roue R . u, am , la dent de la roue r . am est un arc épicycloïdique. au , est un arc hypocycloïdique. Le rayon

du cercle primitif pour $a m = R$, pour $a n_1 = r$. Les rayons des cercles générateurs pour $a m$ et $a n_1$ ont la même longueur, mais ils sont plus petits que $\frac{1}{2} r$. $a m_1$ arc épicycloïdique. $a u$ arc hypocycloïdique.

Rayon du cercle primitif pour $a m = r$. Rayon du cercle primitif pour $a n = R$. Les rayons des cercles générateurs, pour $a n$ et $a m_1$, sont de la même longueur, mais plus petits que $\frac{1}{2} R$. Chacun de ces quatre arcs correspond à un roulement sur un arc de division. Cette disposition est applicable surtout pour une transmission entre deux axes qui ont des vitesses très différentes.

23

Crémaillère avec pignon (fig. 9, pl. II).

$n a m$ est la dent de la crémaillère. $a n$ perpendiculaire sur la ligne primitive de la crémaillère. $a m$ arc cycloïdique. Rayon du cercle générateur $= \frac{r}{2}$. $m_1 a n_1$ dent du pignon. $a n_1$ ligne droite radiale. $a m_1$ développante du cercle r . Les arcs $a m$ et $a m_1$ correspondent à une division.

24

Engrenage intérieur cycloïdique (fig. 10, pl. II).

R et r les cercles divisants. $n a m$ la dent de la roue R . $n_1 a m_1$ la dent de la roue r . $a m$, $a n_1$ arcs hypocycloïdiques, rayons du cercle primitif R et r . Rayons des cercles générateurs, égaux pour les deux, mais plus petits que $\frac{1}{2} r$. $a m_1$, $a n$ arcs épicycloïdiques, rayons des cercles primitifs r et R , rayons des cercles générateurs, égaux pour les deux.

25

Engrenages avec arcs de cercle.

On obtient également des formes utiles pour les engrenages si l'on arrondit les parties extérieures des dents d'après des arcs de cercles convenables et si l'on fait les parties intérieures d'après des lignes droites ou radiales. Les rayons d'arrondissement pour les parties extérieures des dents se trouvent d'après les équations suivantes :

$$\left(\frac{\rho}{r}\right) = \frac{n+2}{2(n+1)} t$$

$$\left(\frac{\rho}{R}\right) = \frac{2n+1}{2(n+1)} t$$

Notations : R, r sont les cercles diviseurs des roues ; $n = \frac{R}{r}$ le nombre de transmission, c'est-à-dire le nombre qui indique combien de fois la petite roue doit tourner à un tour de la grande roue ; t la division des dents, égale pour les deux roues. $\left(\frac{\rho}{r}\right)$ $\left(\frac{\rho}{R}\right)$ les rayons d'arrondissement pour les dents des roues r et R .

Les résultats que fournissent ces équations sont contenus dans le tableau suivant :

n	1	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	2	4	6	∞
$\frac{\left(\frac{\rho}{R}\right)}{t}$	0.75	0.77	0.79	0.80	0.83	0.90	0.93	1
$\frac{\left(\frac{\rho}{r}\right)}{t}$	0.75	0.73	0.71	0.70	0.67	0.60	0.57	0.5

$n = \infty$ correspond à un engrenage à crémaillère. Il faut remarquer que

$$\left(\frac{\rho}{r}\right) + \left(\frac{\rho}{R}\right) = \frac{3}{2} t$$

Le tracé des dents au moyen de ces rayons d'arrondissement est expliqué par la figure 1, planche III. R, r sont les cercles diviseurs des roues. R, r , deux cercles dont les rayons sont moitié grands que R et r . $\widehat{aM} = \widehat{aN} = \widehat{am} = \widehat{an} = t$. $\overline{MO} = \overline{NO} = \left(\frac{\rho}{R}\right)$, $\overline{mo} = \overline{no} = \left(\frac{\rho}{r}\right)$. L'arc $\widehat{MNP}$ est tiré de O , et celui de $\widehat{mnp}$ de o .

$\widehat{CP}$ est la tangente à $\widehat{MNP}$, et $\widehat{cp}$ la tangente à $\widehat{mnp}$.

Si la partie intérieure des dents doit être arrondie d'après des arcs de cercle, de même que la partie extérieure, on trouvera les rayons d'arrondissement d'après les formules suivantes :

Désignation de l'arc. Rayon d'arrendissement.
(Fig. 8, pl. II.)

$$a m \dots\dots\dots \frac{R + r_1}{R + 2 r_1} t$$

$$a n \dots\dots\dots \frac{R - R_1}{R - 2 R_1} t$$

$$a m_1 \dots\dots\dots \frac{r + R_1}{r + 2 R_1} t$$

$$a n_1 \dots\dots\dots \frac{r - r_1}{r - 2 r_1} t$$

Les notations de ces formules sont :

Rr les rayons des cercles diviseurs des deux roues ; t la division des dents ; R_1, r_1 les rayons des cercles auxillaires qui doivent être tels que $R_1 < \frac{1}{2} R$ et $r_1 < \frac{1}{2} r$.

Engrenage développante extérieur (fig. 2, pl. III).

Notations : Rr les cercles diviseurs des roues ; ab = à une division de l'engrenage ; bo une ligne radiale droite ; gaf une ligne perpendiculaire sur bo ; Og perpendiculaire sur gaf ou parallèle à bo ; R, r_1 deux cercles décrits avec Og et of ; fh développante de cercle, formée par le développement de if sur r_1 . Les parties radiales droites hh₁, kk₁ doivent être prolongées vers les centres Oo, aussi loin, que les parties extérieures courbes aient un jeu suffisant pour le libre passage.

Les dents, construites de cette manière, peuvent agir en tout par deux divisions les unes sur les autres ; par une division d'un côté et par une divisions de l'autre côté de la ligne centrale Oo. Si l'on veut que les dents agissent les unes sur les autres d'un côté et de l'autre de la ligne centrale, en plus ou en moins d'une division, alors il faut que les longueurs ab et ai soient égales aux chemins par lesquels l'action doit avoir lieu. Si, par exemple, on fait $ab = 1\frac{1}{2}$ d'une division, et $ai = 1\frac{2}{3}$ d'une division, on obtient un engrenage qui agit par $1\frac{1}{2} + 1\frac{2}{3}$ de divisions.

Engrenage développante intérieure (fig. 3, pl. III).

Si deux dents doivent agir l'une sur l'autre, par deux divisions, il faut procéder ainsi qu'il suit :

Tracer les cercles primitifs R et r , et au centre o de l'engrenage un angle de division aob ; tracer bo ; mener une perpendiculaire af de a ; la prolonger des deux côtés; tracer Og parallèlement à ob ; décrire avec les rayons of et Og les cercles r_1 et R_1 ; faire $ac = af$; tracer les développantes cd et ce , qui prennent naissance par le développement de fc et gc sur r_1 et R_1 ; alors cd et ce sont les parties curvilignes des dents.

Pour le libre passage des dents il faut ajouter à cd une partie radiale droite dd_1 , et à ce une partie curviligne cc_1 . Si les dents doivent agir des deux côtés de la ligne centrale, par les chemins s et s_1 , il faut faire $ca = s$ et $af = s_1$. Quant au reste, le même procédé est à observer.

Propriétés de l'engrenage à développante de cercle.

L'engrenage, à développante de cercle, a les propriétés pratiques suivantes :

1° Toutes les roues, munies de ces dents, peuvent se mouvoir régulièrement si les pas sont égaux.

2° La distance des axes des roues peut être augmentée ou diminuée indépendamment de l'engrenage exact; la durée de l'engrenage exact cependant est diminuée dans ce cas.

3° Ces dents occasionnent le moindre frottement entre toutes.

4° Elles ne changent leur forme par l'usure que de la moindre quantité possible.

5° Ces dents peuvent servir pour faire mouvoir des axes qui ne se coupent pas et qui forment un angle.

6° Ces dents sont semblables géométriquement et peuvent être taillées avec facilité au moyen de machines.

Engrenage général (fig. 4, pl. III).

Si la dent de l'une des roues est tracée arbitrairement, celle de l'autre peut être trouvée, quant à sa forme, de la manière suivante. Soit : Rr les cercles de division, anb une entaille curviligne, qui représente la forme de la dent r . Pour trouver la forme

correspondante de la dent R, il faut prendre à volonté un point n sur a b; tracer la normale n m; faire $\widehat{a m_1} = \widehat{a m}$; tracer par m₁ une ligne droite qui coupe le cercle R sous le même angle que celui sous lequel r est coupé par n m; enfin faire $\widehat{m_1 n_1} = \widehat{m n}$; alors n₁ est un point de la forme cherchée. Appliquer ce procédé sur plusieurs points de la courbe a b, et on obtient une série de points de la courbe de la dent pour la roue R.

30

Engrenage des roues coniques (fig. 5, pl. II).

Soit CA et Ca les axes; Cb e et Cb f les cônes primitifs; Cb la ligne suivant laquelle ces cônes se touchent. En élevant en b sur bC une perpendiculaire Sbs, en menant Se et sf, et en supposant que les triangles eSb et bsf fassent une rotation autour de CA et Ca, deux nouvelles surfaces coniques sont engendrées et les lignes, dans lesquelles ces cônes coupent les surfaces des dents, coïncident approximativement avec les formes des dents de deux roues cylindriques dont les rayons sont égaux à Sb et sb. Si l'on arrondit les dents, d'après des arcs de cercle, il faut (après le procédé du numéro 25) substituer dans les formules la valeur de

$$n = \frac{Sb}{sb} = \frac{i + \cos \alpha}{i \cos \alpha + 1} i$$

Dans ce cas $i = \frac{bO}{b_0}$ est le nombre de transmission; α = angle ACA des axes. Si les directions des axes font un angle de 90°, on a $\alpha = 90^\circ$ et $n = i^2$.

31

Vis sans fin (fig. 5 et 6, pl. III).

Dans la rotation de la vis un point quelconque du cercle de la roue parcourt un chemin égal à la hauteur d'un pas de vis. Le nombre des divisions, dont la roue avance par une rotation de la vis, est par conséquent égal au nombre des filets de la vis. Avec une vis à un seul filet la roue avance d'une division si la vis tourne une fois autour de son axe.

L'épaisseur des dents est calculée d'après la force à transmettre. Les formes des dents de la roue et des filets de la vis sont expliquées par les figures 5 et 6. La figure 5 est la section par un plan perpendiculaire à l'axe de la roue. Les lignes d'intersection

mnp , m, n, p , sont à tracer comme celle d'un engrenage à crémaillère.

Le tracé de la vis est le plus simple possible, de même que l'exécution, si la ligne courbe $\widehat{nm}$ est omise; mais dans ce cas la ligne m, n , doit être construite pour plus d'une division.

Dans le cas de la transmission de grandes forces les dents sont fondues avec la roue. Dans les vis sans fin, destinées à des transmissions de précision, les dents sont taillées dans le métal même.

GUIDES DE PISTON

32

Balancier avec contre-guide (fig. 1, pl. IV).

Si le balancier et la pièce de communication sont donnés, on peut trouver le contre-guide, par la construction, de la manière suivante :

Tracer le balancier dans la position la plus élevée, dans la position moyenne et dans la plus basse; tracer a, a_1 ; partager ae en deux parties égales am, me , et mener par m une perpendiculaire yx sur aC ; la ligne yx est l'axe de la tige de piston. Tracer la pièce de jonction dans la position la plus élevée, dans la position moyenne et dans la plus basse, qui seront a, b, c_1, abc et $a_1 b_1 c_1$, et de manière que $bb_1, b_1 c_1$ se trouvent sur yx . Chercher le centre o du cercle, que l'on peut faire passer par les points cc_1, c_2 , on a le point de rotation du guide dont la longueur est $oe = oc_1 = oc_2$.

Soit $aC = a$, $ab = b$, $bc = c$, $oe = r$, $\widehat{a_1 C a} = \alpha$; on trouve cette même longueur par la formule

$$r = \frac{1}{2} \left[a \frac{b}{c} \frac{\sin^2 \alpha}{1 - \cos \alpha} + a \frac{c}{b} (1 - \cos \alpha) \right]$$

Si r et a sont donnés et s'il faut trouver $\frac{b}{c}$, on a :

$$\frac{b}{c} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} \left[\frac{r}{a} + \sqrt{\left(\frac{r}{a}\right)^2 - \sin^2 \alpha} \right]$$

Si l'angle α n'est pas plus grand que 30° , on a aussi approximativement :

$$r = a \frac{b}{c} \text{ ou : } \frac{b}{c} = \frac{r}{a}$$

Le parallélogramme de Watt pour machines fixes sur terre
(fig. 2, pl. IV).

Si le balancier Cb et si les dimensions du parallélogramme $abcd$ sont donnés, on trouve le contre-guide ad par la construction ainsi qu'il suit :

Tracer le parallélogramme dans la position la plus élevée, dans la position moyenne et dans la plus basse, et de manière que les points c, c_1, c_2 tombent dans la ligne verticale xy , qui passe par le point milieu m de bn ; chercher le centre o du cercle d, d_1, d_2 ; o est alors le point de rotation et $od = od_1 = od_2$ la longueur du contre-guide.

Soit $Cb = a$, $Ca = b$, $od = r$, $\widehat{b_1Cb} = \alpha$, on a pour le calcul du contre-guide :

$$r = \frac{1}{2} \left[\frac{b^2}{a-b} \frac{\sin^2 \alpha}{1 - \cos \alpha} + (a-b)(1 - \cos \alpha) \right]$$

Si a et r étaient données et si b était à chercher, on aurait approximativement :

$$r = \frac{b^2}{a-b} \text{ et } b = -\frac{r}{2} + \sqrt{\frac{r^2}{4} + ar}$$

Si a et $b+r=0$ sont données, et si b et r étaient à chercher, on aurait approximativement :

$$b = \frac{ao}{a+e}, \quad r = \frac{e^2}{a+e}$$

Outre le point c , tout autre point, p. ex. f et g de la ligne c, C , est conduit en ligne droite, si on met f et g en communication avec le parallélogramme, au moyen de pièces de jonction hi et a, d , parallèles à c, b . De cette manière un nombre quelconque de tiges de piston peut être conduit en ligne droite.

Le parallélogramme de Watt pour machines à bateaux (fig. 3, pl. IV).

Etant donné le balancier Cb et le parallélogramme, on trouve le contre-guide od ainsi qu'il suit : Tracer le parallélogramme dans la position la plus haute, dans la position moyenne et dans la plus

basse, et de manière que les points $e, e e_2$ (les trois positions de la traverse) tombent dans la ligne verticale qui passe par le point m , milieu de $b n$. Chercher le centre o du cercle $d_1 d d_2$; o est alors le point de rotation et $o d$ la longueur du bras.

Soit $C b = a$, $C a = b$, $b c = c$, $b e = d$, $o d = r$, $\widehat{b_1 C b} = \alpha$, on a la formule:

$$r = \frac{1}{2} \left[\frac{b^2}{\frac{c}{d} a - b} \frac{\sin^2 \alpha}{1 - \cos \alpha} + \left(\frac{c}{d} a - b \right) (1 - \cos \alpha) \right]$$

On a aussi approximativement:

$$r = \frac{b^2}{\frac{c}{d} a - b}$$

Si $r, a, \frac{c}{d}$ étaient données et si b était à chercher, on aurait approximativement:

$$b = -\frac{r}{2} + \sqrt{\frac{r^2}{4} + r \left(\frac{c}{d} \right) a}$$

Si $b + r = e$, $a, \frac{c}{d}$ étaient données et si b et r étaient à chercher, on aurait approximativement:

$$b = \frac{a e \frac{c}{d}}{e + \frac{c}{d} a}, \quad r = \frac{e^2}{e + \frac{c}{d} a}$$

Balancier sans axe de rotation (fig. 4, pl. IV).

$C c$, est une barre mobile autour de C . c, a , est le balancier auquel sont attachés, au point a_1 , la tige de piston, et, au point b_1 , un contre-guide qui tourne autour du point o . Pour trouver le guide par la construction, on tracera le mécanisme dans la position la plus élevée, la moyenne et la plus basse, on déterminera le centre o du cercle qui passe par les points b, b_1 ; alors o est le point d'attache et $b o$ la longueur du guide.

Soit $c_1 a_1 = a$, $c_1 b_1 = b$, $o b_1 = r$, $\widehat{a_1 c_1 o} = \alpha$, on a pour le calcul du contre-guide la formule:

$$r = \frac{1}{2} \left[\frac{b^2}{a-b} \frac{\sin^2 \alpha}{1 - \cos \alpha} + (a-b)(1 - \cos \alpha) \right]$$

ou approximativement:

$$r = \frac{b^2}{a-b}$$

Si $b + r = e$ et a sont données, on a approximativement:

$$b = \frac{ae}{a+e}, \quad r = \frac{e^2}{a+e}$$

36

Remarque.

Les dispositifs, fig. 1, 2, 3 et 4, ne donnent pas des guides d'une exactitude mathématique, mais la faute n'est pas considérable si l'angle d'inclination α n'est pas au delà de 30 degrés.

CHAPITRE II

RÉSISTANCE DES MATÉRIAUX

(Toutes les dimensions sont exprimées en centimètres,
et les efforts en kilogrammes.)

37

Résistance contre la rupture par l'extension.

La mesure de la résistance contre la rupture par extension est l'effort en kilogrammes, capable de produire la rupture d'un prisme ou d'une tige d'une section d'un centimètre carré. Soit :

$\mathfrak{A}$ la résistance contre l'extension (résistance absolue) de la matière dont se compose ce prisme; a la section; K la force, capable de produire la rupture de ce prisme; on a la relation suivante :

$$K = \mathfrak{A} a, a = \frac{K}{\mathfrak{A}}, \mathfrak{A} = \frac{K}{a}$$

Les valeurs de $\mathfrak{A}$ pour les matériaux, usités dans les constructions, sont relatées dans le tableau numéro 57.

38

Calcul des moments d'élasticité de diverses formes ou figures de sections transversales (pl. V).

Le moment d'élasticité d'une section (c'est-à-dire la somme des moments statiques de toutes les tensions et pressions qui se sont manifestées dans la section d'un prisme à la suite d'une flexion) peut être trouvé, quand on multiplie la tension par centimètre carré de la fibre la plus étendue, par une expression E qui dépend des dimensions de la section. Soit :

M la somme des moments des forces extérieures qui produisent les tensions et pressions d'une section du corps;

$\mathfrak{B}$ la tension par centimètre carré de la fibre la plus étendue de la même section du corps;

E l'expression susmentionnée;

z la distance de la fibre la plus tendue à partir de la fibre neutre (qui passe par le centre de gravité, et dans laquelle il n'y a ni extension ni compression).

On a :

$$M = \mathfrak{B} E.$$

(Les expressions de E et de z, pour les diverses sections usitées, sont résumées dans la planche V. Il est admis que l'extension a lieu en haut et la compression en bas.)

39

Résistance des corps prismatiques contre la rupture par la flexion.

Notations :

$\mathfrak{B}$ est la plus grande tension (par centimètre carré) qui a lieu au point du corps où l'extension est la plus grande;

$\mathfrak{B} E$ est le moment d'élasticité qui correspond au profil dans lequel la plus grande tension a lieu. Les expressions de E pour les diverses sections sont résumées dans la planche V;

p est le poids du prisme en kilogrammes.

Voici les divers cas :

1° Le prisme est encastré à une extrémité et chargé à l'autre extrémité :

$$\text{Fig. 5, pl. IV. } \mathfrak{B} E = P l + \frac{1}{2} p l$$

2° Le prisme s'appuie aux deux extrémités et est chargé au milieu :

$$\text{Fig. 6, pl. IV. } \mathfrak{B} E = P l + \frac{1}{4} p l$$

3° Si la charge 2 P est éloignée de c et c₁ des points d'appui :

$$\text{Fig. 7, pl. IV. } \mathfrak{B} E = \frac{c c_1}{l} \left(P + \frac{1}{4} p \right)$$

4° Si à une distance c de chaque point d'appui agit une charge P :

$$\text{Fig. 8, pl. IV. } \mathfrak{B} E = P c + \frac{p l}{4}$$

5° Si une charge $2P$ est uniformément répartie sur la longueur $2e$ de la barre et si le centre de gravité de la charge est éloigné de c et c_1 des deux points d'appui :

$$\text{Fig. 9, pl. IV. } \mathfrak{B} E = P \left(\frac{c c_1}{l} - \frac{e}{2} \right) + \frac{P}{4} \frac{c c_1}{l}$$

Si l'on veut calculer, au moyen de ces formules, la charge qui occasionne la rupture d'une barre, il faut remplacer $\mathfrak{B}$ par le coefficient de rupture qui correspond à la matière dont ce solide est composé.

Si, au contraire, l'on veut calculer les dimensions de la section qui doit avoir la barre, pour supporter avec sécurité une charge donnée, il faudra ne mettre dans ces formules, à la place de $\mathfrak{B}$, que la dixième, dixième et même la vingtième partie du coefficient de rupture.

Pour la construction des machines on ne prend généralement que la dixième partie de ce coefficient. Les coefficients de rupture, pour les divers matériaux, sont indiqués au tableau numéro 57, dans la colonne verticale $\mathfrak{B}$.

40

Résistance des solides contre la rupture par compression.

Si la dimension d'un solide dans la direction de la pression est petite, relativement à la section ou au profil, l'effort que produit l'écrasement est indépendant de la longueur et proportionnel à ce profil. Les coefficients de résistance sont indiqués au numéro 58.

41

Charge qu'une longue barre peut porter sans fléchir (fig. 10, pl. IV).

Soit :

l la longueur de la barre, posée verticalement sur un appui ;

P la plus grande charge que la barre peut porter sans fléchir ;

k la plus petite des dimensions de la section de la barre ;

ε le module d'élasticité de la matière dont se compose le solide (tableau numéro 57) ;

E l'expression du tableau (pl. V), correspondant au profil du prisme.

$$\pi = 3.142.$$

On obtient les équations suivantes pour une barre qui peut fléchir librement en tout sens :

1° Pour une section quelconque :

$$P = \frac{\epsilon}{2} \pi^2 E \frac{k}{l^2}$$

2° Pour une barre cylindrique du diamètre d :

$$P = \frac{\epsilon}{16} \pi^2 \left(\frac{d}{l}\right)^2 \left(\frac{d^2 \pi}{4}\right)$$

3° Pour un cylindre creux : d le diamètre extérieur, d_i le diamètre intérieur :

$$P = \frac{\epsilon}{16} \pi^2 \frac{d^2 + d_i^2}{l^2} (d^2 - d_i^2) \frac{\pi}{4} = \frac{\epsilon}{64} \pi^2 \frac{d^4 - d_i^4}{l^2}$$

4° Pour une barre rectangulaire :

$$P = \frac{\epsilon}{12} \pi^2 \frac{b h^3}{l^2}$$

(h est la plus petite, b la plus grande des dimensions du profil de la barre.)

Les pièces des machines, soumises à la compression, ont des dimensions telles, que la charge, qui produirait une flexion permanente, est 10, 20 et 50 fois plus forte que celle à laquelle ces pièces ont à résister. Pour calculer la section que doit avoir une barre pour pouvoir porter une certaine charge Q sans fléchir, il faut mettre dans ces formules pour P des valeurs qui sont 10, 20 . . . 50 fois plus grandes que Q.

42

Résistance des solides contre la rupture par torsion.

Soit :

P la force (en kilogrammes) que produit la torsion ;

R (en centimètres) la longueur du bras de levier auquel P agit ;

T un coefficient, dépendant de la nature de la matière, et qui mesure la plus grande tension des fibres à la surface du solide.

On a les équations suivantes :

1° Pour un cylindre d'un diamètre d :

$$P R = T \frac{\pi}{16} d^3$$

2° Pour un cylindre creux (d et d_1 le diamètre extérieur et intérieur):

$$P R = T \frac{\pi}{16} \frac{d^4 - d_1^4}{d}$$

3° Pour un prisme rectangulaire (dont les côtés sont b et h):

$$P R = \frac{T}{6} b h \sqrt{b^2 + h^2}$$

4° Pour un prisme dont la section est un carré (b le côté):

$$P R = T \frac{b^3}{3\sqrt{2}}$$

5° Pour un prisme d'un profil quelconque:

$$P R = \frac{T}{a} \Sigma f x^3$$

$\Sigma f x^3$ est le moment d'inertie du profil, relativement à un axe, qui passe par le centre de gravité de la section dans une direction perpendiculaire au plan du profil; a est le plus long des rayons que l'on peut tirer du centre de gravité de la section aux points de la circonférence.

Si avec ces formules on veut calculer le moment statique, nécessaire pour produire la rupture par torsion, il faut y introduire la valeur de T d'après le tableau numéro 57. Si d'un autre côté l'on veut déterminer les dimensions des barres ou d'arbres, de manière qu'ils puissent résister avec sécurité à un moment de torsion, il ne faudrait faire entrer en ligne de compte que la dixième ou la trentième partie de la valeur T du coefficient (tableau numéro 57).

43

Parois de vases cylindriques ou sphériques.

Soit:

D le diamètre (en centimètres) intérieur d'un vase sphérique ou cylindrique;

δ l'épaisseur de la paroi;

p_o la pression du liquide dans l'intérieur du vase sur un centimètre carré;

p_t la pression du milieu extérieur sur un centimètre carré de la surface extérieure de la paroi;

$\mathcal{A}$ la tension par centimètre carré qui a lieu entre les molécules qui forment la surface intérieure de la paroi.

Pour déterminer l'épaisseur des parois du vase, on a les relations suivantes:

1° Vases cylindriques :

$$\text{Exact:} \quad \delta = \frac{D}{2} \left[\sqrt{\frac{\mathfrak{A} + p_0}{\mathfrak{A} + 2 p_1 - p_0}} - 1 \right]$$

$$\text{Approximatif:} \quad \delta = \frac{D}{2} \left(\frac{p_0 - p_1}{\mathfrak{A} + 2 p_1 - p_0} \right)$$

2° Vases sphériques :

$$\text{Exact:} \quad \delta = \frac{D}{2} \left[\sqrt[3]{\frac{2(\mathfrak{A} + p_0)}{2\mathfrak{A} + 3 p_1 - p_0}} - 1 \right]$$

$$\text{Approximatif:} \quad \delta = \frac{D}{2} \left(\frac{p_0 - p_1}{2\mathfrak{A} + 3 p_1 - p_0} \right)$$

Afin de déterminer l'épaisseur du métal, capable de résister avec sécurité, il ne faut introduire dans les formules pour $\mathfrak{A}$ qu'une partie aliquote du coefficient de rupture par l'extension, ainsi que cela a déjà été dit précédemment.

44

Allongement et raccourcissement des barres.

Soit :

l la longueur naturelle d'une barre ou tige ;

a sa section ;

P l'effort qui produit le raccourcissement ou l'allongement de la barre ;

e le raccourcissement ou l'allongement de la tige par l'effort ;

ϵ le module d'élasticité de la matière (tableau numéro 57), c'est-à-dire l'effort qui serait nécessaire pour produire un allongement égal à la longueur naturelle de la barre. La relation suivante existe pour des efforts qui ne dépassent pas la limite d'élasticité.

$$e = \frac{P}{a} \frac{l}{\epsilon}, \quad \frac{P}{a} = \epsilon \frac{e}{l}$$

$\frac{P}{a}$ est l'effort qui agit sur chaque centimètre carré de la section ;

$\frac{e}{l}$ est l'allongement ou le raccourcissement de chaque centimètre de la longueur de la barre.

FLEXION DE BARRES OU DE LAMES

45

Flexion d'une barre encastrée d'un côté et chargée à l'autre côté
(fig. 11, pl. IV).

Notations :

P charge à l'extrémité libre ;

l la longueur totale de la tige ;

f la flexion totale de la barre ;

α l'angle formé par la tangente à l'extrémité C avec la direction primitive de la barre ;

ϵ le module d'élasticité (tableau numéro 57) ;

E l'expression correspondante à la section (tableau V) ;

$x = Cn$, $y = mn$ les coordonnées d'un point m de la ligne courbe qui contient les centres de gravité de toutes les sections de la barre ;
z la distance entre la ligne des centres de gravité et la fibre la plus allongée.

Si l'on néglige le poids de la barre, on a les relations suivantes :

$$y = \frac{P}{2 \epsilon E z} (l^2 x - \frac{1}{3} x^3)$$

$$f = \frac{1}{3} \frac{Pl^3}{\epsilon E z}$$

$$\text{tang } \alpha = \frac{Pl^2}{2 \epsilon E z} = \frac{3}{2} \frac{f}{l}$$

46

Flexion d'une barre chargée au milieu et reposant sur deux appuis
(fig. 12, pl. IV).

Notations :

2l longueur totale de la barre ;

2P la charge au milieu de la barre ;

E, ϵ , z comme dans le cas précédent ;

f = CD la flexion totale de la ligne des centres ;

Bn = x, mn = y les coordonnées d'un point m de la ligne des centres ;

α l'angle formé par les tangentes, tirées aux points A et B de la ligne des centres avec l'axe BA des abscisses.

On a :

$$y = \frac{P}{2 \epsilon E z} (l^2 x - \frac{1}{3} x^3)$$

$$f = \frac{1}{3} \frac{Pl^3}{\varepsilon Ez}$$

$$\text{tang } \alpha = \frac{Pl^3}{2 \varepsilon Ez} = \frac{3}{2} \frac{f}{l}$$

47

Flexion d'une barre posée sur deux appuis et chargée par un poids 2P, dont le point d'application de la force est éloigné de c et c₁ des deux points d'appui (fig. 13, pl. IV).

Notations :

2P la charge;

2l la distance des points d'appui;

cc₁ les distances de la charge des points d'appui;

E, ε , z, comme au numéro 45;

Bn₁ = x₁, m₁ n₁ = y₁ coordonnées d'un point m₁ entre B et C;

An = x, mn = y coordonnées d'un point m entre A et C;

f = DC flèche de la fibre neutre à C;

α , α_1 les inclinaisons de la fibre centrale aux points A et B vers AB.

Si le poids du prisme est négligé, on obtient:

$$y = \frac{P}{E \varepsilon z} \frac{c_1}{6l} \left[c (2c_1 + c) x - x^3 \right]$$

$$y_1 = \frac{P}{E \varepsilon z} \frac{c}{6l} \left[c_1 (2c + c_1) x_1 - x_1^3 \right]$$

$$f = \frac{P}{E \varepsilon z} \frac{c^3 c_1}{3l}$$

$$\text{tang } \alpha = \frac{P}{E \varepsilon z} \frac{c c_1 (2c_1 + c)}{6l}$$

$$\text{tang } \alpha_1 = \frac{P}{E \varepsilon z} \frac{c c_1 (2c + c_1)}{6l}$$

Si $c > c_1$, la tangente à la courbe devient parallèle à AB pour

$$x = \sqrt{\frac{1}{3} c (2c_1 + c)}$$

et l'abaissement correspondant est:

$$y = \frac{P}{E \varepsilon z} \frac{c_1}{1} \frac{1}{9 \sqrt{3}} \left[c (2c_1 + c) \right]^{\frac{3}{2}}$$

48

Flexion d'une barre dans les conditions suivantes (fig. 14, pl. IV).

Premier cas.

L'extrémité A est libre et chargée avec P. L'extrémité B est encastrée. La charge P_1 est uniformément répartie sur toute la longueur.

(Notations comme au numéro 45 : $Am = x$, $mn = y$.)

$$y = \frac{1}{E \varepsilon z} \left[\frac{1}{2} l^3 \left(P + \frac{1}{3} P_1 \right) x - \frac{1}{6} P x^3 - \frac{1}{24} P_1 \frac{x^4}{1} \right]$$

$$f = \frac{1}{3} \frac{l^3 \left(P + \frac{3}{8} P_1 \right)}{E \varepsilon z}$$

$$\text{tang } \alpha = \frac{l^2 \left(P + \frac{1}{3} P_1 \right)}{2 \varepsilon E z}$$

49

Flexion d'une barre dans les circonstances suivantes (fig. 15, pl. IV).

Deuxième cas.

La barre repose sur deux appuis, une charge $2P$ est suspendue au milieu, et sur toute sa longueur une charge $2P_1$ est répartie uniformément.

(Notations du numéro 48.)

$$y = \frac{1}{2 E \varepsilon z} \left[l^3 \left(P + \frac{2}{3} P_1 \right) x - \frac{1}{3} (P + P_1) x^3 + \frac{1}{12} P_1 \frac{x^4}{1} \right]$$

$$f = \frac{l^3}{2 E \varepsilon z} \left(\frac{2}{3} P + \frac{5}{12} P_1 \right)$$

$$\text{tang } \alpha = \frac{l^2}{2 E \varepsilon z} \left(P + \frac{2}{3} P_1 \right)$$

50

Calcul de l'angle de torsion des barres.

Soit :

M le moment statique de la force par laquelle une barre est tordue (la force est exprimée en kilogrammes, le bras de levier, auquel elle agit, est exprimé en centimètres);

l la longueur de la barre, en centimètres;

θ l'angle de torsion, exprimé en degrés;

G le moment statique de la force, capable de tordre de 360° une barre cylindrique d'un centimètre de largeur et d'un centimètre carré de section.

On a :

1° Pour des cylindres (d = diamètre):

$$\theta^\circ = 16 \frac{M}{G} l \frac{360^\circ}{d^4 \pi^2}$$

2° Pour une barre carrée (a le côté du carré):

$$\theta^\circ = 6 \frac{M}{G} l \frac{180}{a^4 \pi}$$

3° Pour une barre d'une section rectangulaire (a et b les côtés):

$$\theta^\circ = 3 \frac{M}{G} l \frac{b^3 + a^3}{b^3 a^3} \frac{180}{\pi}$$

Les valeurs de G sont égales à 0,4 ε et se trouvent résumées dans le tableau numéro 57.

SOLIDES D'ÉGALE RÉSISTANCE

51

Solides d'égale résistance contre l'extension.

Des barres courtes, dont le poids, comparativement à la force, n'est pas grand, possèdent, après leur extension totale, une résis-

tance égale si les aires de toutes les sections sont de la même grandeur.

Des tiges très longues, et dont le poids relativement à la force d'extension est considérable, ont dans toutes leurs sections la même résistance, si elles sont formées d'après la règle suivante:

(Fig. 16, pl. IV.)

P la force suspendue à la barre;

γ le poids d'un centimètre cube de la matière dont se compose la barre;

$\mathcal{U}$ la tension qui doit régner dans toute l'extension de la barre par centimètre carré;

e = 2.718 la base des logarithmes naturels;

Ω la section de la barre, prise à une hauteur = x de la base.

On obtient l'équation suivante pour la détermination de la forme de la barre :

$$\Omega = \frac{P}{\mathcal{U}} e^{\frac{\gamma}{\mathcal{U}} x}$$

•
52

Solides d'égale résistance contre la rupture par flexion.

Dans les solides suivants d'égale résistance contre la rupture par flexion, on admet que l'une des extrémités soit encastrée, et que l'autre soit libre et chargée.

Le poids du solide est négligé.

Fig. 1, pl. VI. La largeur du solide est partout = b. Hauteur à l'encastrement BC = b. Pour la détermination de h on a l'équation :

$$Pl = \frac{8}{6} b h^3$$

La ligne CmA est une parabole du second degré qui peut être tracée, d'après le procédé numéro 1, dès que les dimensions l et b sont connues.

Fig. 2, pl. VI. La largeur du solide est partout = b. Pour la détermination de la hauteur BB₁ = b, on a l'équation :

$$Pl = \frac{8}{6} b h^3$$

La ligne courbe BAB₁ est une parabole carrée qui est tracée également d'après le procédé numéro 1.

Fig. 3 et 4, pl. VI, sont deux solides qui offrent approximativement une résistance égale. La largeur = b .

Pour la détermination de b et $BB_1 = h$, on a :

$$Pl = \frac{8}{6} bh^3$$

Pour la section à l'extrémité libre, il faut prendre :

$$AA_1 = \frac{1}{2} h$$

Fig. 5, pl. VI. Toutes les sections sont des rectangles semblables. Pour la détermination de la forme du solide, on a :

$$Pl = \frac{8}{6} bh^3, \quad y = h \sqrt[3]{\frac{x}{l}}, \quad z = b \sqrt[3]{\frac{x}{l}}$$

Les lignes B_1AB et DAD_1 sont des paraboles du troisième degré.

Fig. 6, pl. VI, est une forme approximative des solides précédents. Pour la détermination de $DD_1 = b$ et $BB_1 = h$, on a :

$$Pl = \frac{8}{6} bh^3$$

Le profil de l'extrémité libre :

$$AA_1 = \frac{2}{3} h, \quad EE_1 = \frac{2}{3} b$$

Fig. 7, pl. VI, est un solide de révolution d'égale résistance. Pour la détermination du diamètre $BB_1 = d$, on a :

$$Pl = \frac{\pi}{32} 8d^3$$

La ligne BAB_1 , qui forme la surface de révolution, est une parabole du troisième degré dont l'équation est :

$$y = d \sqrt[3]{\frac{x}{l}}$$

Fig. 8, pl. VI, est un cône tronqué qui donne une forme approximative si l'on prend :

$$AA_1 = \frac{2}{3} BB_1.$$

Solides d'égale résistance contre la flexion par compression.

Fig. 17, pl. IV. Ces formes sont obtenues de la manière suivante : On détermine, d'après le numéro 41, la section moyenne du solide. Si h est une des dimensions de la section moyenne, on trouvera la dimension analogue dans un profil quelconque, éloigné de l'extrémité de la barre d'une quantité x , par l'expression suivante :

$$\frac{x}{l} = \frac{2}{\pi} \left[\text{Arc. sin } \frac{z}{h} - \frac{z}{h} \sqrt{1 - \left(\frac{z}{h} \right)^2} \right]$$

On obtient, d'une manière approximative, des formes de solides d'égale résistance contre la compression, si aux extrémités on adopte des sections qui sont semblables à celle du milieu, mais plus petites dans le rapport de 7 : 10, et si l'on relie les points correspondants des trois sections par de courbes continues.

Comparaison de diverses formes de sections (pl. V).

Une section carrée et une section ronde donnent la même résistance contre la flexion si

$$\frac{h}{d} = \sqrt[3]{\frac{\pi}{32} \cdot 6 \left(\frac{h}{b} \right)}$$

pour

$$\frac{h}{b} = \frac{1}{3} \quad \frac{2}{5} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{4}{5} \quad 1 \quad \frac{5}{4} \quad \frac{3}{2} \quad 2 \quad \frac{5}{2} \quad 3$$

$$\frac{h}{d} = 0.581 \quad 0.617 \quad 0.665 \quad 0.732 \quad 0.778 \quad 0.838 \quad 0.905 \quad 0.964 \quad 1.056 \quad 1.139 \quad 1.215$$

et

$$\frac{b}{d} = 1.743 \quad 1.542 \quad 1.330 \quad 1.098 \quad 0.972 \quad 0.838 \quad 0.724 \quad 0.643 \quad 0.528 \quad 0.456 \quad 0.405$$

h est la dimension du profil parallèle avec la force fléchissante.

Une section ronde et une section elliptique donnent la même résistance contre la flexion si

$$\frac{h}{d} = \sqrt[3]{\left(\frac{h}{b} \right)}$$

$\frac{h}{b} =$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{5}$	1	$\frac{5}{4}$	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	3
$\frac{h}{d} =$	0.693	0.736	0.794	0.873	0.928	1	1.080	1.150	1.260	1.360	1.450
$\frac{b}{d} =$	2.079	1.840	1.588	1.309	1.160	1	0.864	0.766	0.630	0.544	0.483

h est l'axe de l'ellipse parallèle à la force.

Un profil rond et un profil carré ont la même résistance contre la compression si

$$\frac{h}{d} = \sqrt[4]{\frac{\pi}{32} 6 \left(\frac{h}{b}\right)}$$

$\frac{h}{h} =$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	1
$\frac{h}{d} =$	0.586	0.619	0.664	0.737	0.790	0.816	0.876
$\frac{b}{d} =$	3.430	2.476	1.992	1.474	1.185	1.088	0.876

h est la plus petite dimension du profil.

Un profil rond et un profil elliptique ont la même résistance contre la compression si

$$\frac{h}{d} = \sqrt[4]{\frac{h}{b}}$$

$\frac{h}{b} =$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	1
$\frac{h}{d} =$	0.667	0.707	0.758	0.841	0.903	0.931	1

h est le petit axe de la section elliptique.

Un profil rond et un profil carré ont la même résistance contre la torsion si

$$d = b \sqrt[3]{\frac{16}{3.3.14\sqrt{2}}} = 1.06 b, \quad b = 0.943 d$$

Travail nécessaire à l'extension, à la compression, à la flexion et à la torsion de barres. (Résistance vive.)

a) Expansion ou compression.

Soit :

V le volume de la barre en centimètres cubes ;

l la longueur de la barre en centimètres ;

Ω le profil en centimètres carrés ;

ϵ le module d'élasticité (tableau numéro 57) ;

λ l'extension ou la compression de la barre en centimètres ;

$\mathfrak{A}$ la tension, par centimètre carré, dans chaque section de la barre, si cette barre est étendue de λ ;

W le travail (en kilogrammes-centimètres) correspondant à l'extension ; on a :

$$\left. \begin{aligned} W &= \frac{\Omega \epsilon}{2} \frac{\lambda^2}{l} \\ \text{ou } W &= \frac{1}{2} V \frac{\mathfrak{A}^2}{\epsilon} \end{aligned} \right\} \text{ kilogrammes-centimètres.}$$

En substituant, dans la dernière de ces expressions, en place de $\mathfrak{A}$, le coefficient de la résistance contre la rupture par l'extension des matériaux, dont la barre se compose, on obtient le travail qui est nécessaire pour étendre la barre jusqu'à la rupture. Ce travail est proportionnel : 1° au volume de la barre ; 2° au carré de la résistance contre la rupture par l'extension ; 3° en raison inverse au module d'élasticité.

b) Flexion des barres.

Soit :

E la valeur des expressions correspondantes aux sections (pl. V) ;

z la distance de la ligne centrale à la ligne la plus étendue ;

l la longueur de la barre ;

$\mathfrak{B}$ la plus grande tension (par centimètre) qui a lieu dans la barre ;

ϵ le module d'élasticité ;

V le volume de la barre ;

W le travail (en kilogrammes-centimètres) nécessaire pour fléchir la barre de manière que la plus grande tension sur 1 centimètre carré soit égale à $\mathfrak{B}$; on a :

$$W = \frac{1}{6} \frac{B^3}{\varepsilon} \frac{El}{z}$$

Cette expression est applicable tant pour le cas où la barre est encastrée à une extrémité et où la force agit à l'extrémité libre, que pour le cas où la barre repose sur deux appuis et où la force agit sur un point quelconque entre ces deux appuis.

Pour les profils simples, $\frac{El}{z}$ est proportionnel au volume de la barre, et on a :

1° Pour une barre rectangulaire :

$$W = \frac{1}{18} \frac{B^3}{\varepsilon} V$$

2° Pour un cylindre solide :

$$W = \frac{1}{24} \frac{B^3}{\varepsilon} V$$

3° Pour une barre elliptique :

$$W = \frac{1}{24} \frac{B^3}{\varepsilon} V$$

4° Pour une barre à profil triangulaire :

$$W = \frac{1}{12} \frac{B^3}{\varepsilon} V$$

Les valeurs de $\frac{B^3}{\varepsilon}$, qui correspondent à la rupture par flexion, sont représentées au tableau 57.

c) Torsion des barres.

Soit :

V le volume d'une barre carrée ou cylindrique ;

G le module d'élasticité pour la torsion et pour la matière dont se compose la barre ; tableau numéro 57 ;

T la torsion la plus grande par centimètre carré, qui a lieu à la surface de la barre à la suite d'une torsion ; tableau numéro 57 ;

W le travail (en kilogrammes-centimètres) qui est nécessaire pour tordre la barre jusqu'à la tension T ; on a :

Heddenbocher, Résultats pour la construction des machines.

1° Pour des barres cylindriques:

$$W = \frac{1}{4} \frac{T^3}{G} V$$

2° Pour des barres carrées ou rectangulaires:

$$W = \frac{1}{6} \frac{T^3}{G} V$$

Les valeurs de $\frac{T^3}{G}$, pour la rupture par torsion, sont indiquées au tableau numéro 57.

56

Remarque.

On voit par les résultats, indiqués au numéro précédent, que le travail, nécessaire pour produire la déformation ou la rupture, est proportionnel au volume dans les solides de forme simple, et qu'il ne dépend nullement d'une dimension définie. Ainsi, deux barres, de même matière et de même volume, présentent la même résistance contre l'action des forces vives, quelles que soient les dimensions de ces barres. Cette loi n'est exacte que quand le changement des formes n'est pas très rapide, de manière, que la force vive ait le temps de se répartir sur le solide entier. (Cette loi est importante pour la construction de machines qui ont à résister à l'action des forces vives.)

57

Coefficients pour la résistance et l'élasticité des matériaux.

Le tableau suivant contient les coefficients pour la résistance et l'élasticité des matériaux qui sont employés dans la construction des machines.

Colonne *W* : Coefficients de la rupture par extension par centimètre carré.

Colonne *B* : Coefficient de la rupture par flexion par centimètre carré.

Colonne *T* : Coefficient de la rupture par torsion par centimètre carré.

Colonne *e* : Module d'élasticité des matériaux pour le calcul de l'extension, de la compression et de la flexion des corps.

Colonne G : Module d'élasticité des matériaux pour le calcul de la torsion des barres.

Colonne $\frac{M^2}{E}$: Coefficient pour le calcul du travail, capable de produire la rupture par extension.

Colonne $\frac{M^2}{E}$: Coefficient pour le calcul du travail, capable de produire la rupture des corps par la flexion.

Colonne $\frac{T^2}{G}$: Coefficients pour le calcul du travail, capable de produire la rupture par torsion.

Ces coefficients sont tous les valeurs moyennes des nombreux résultats d'expérience sur la résistance des matériaux.

Supplément au numéro 57.

Tableau des coefficients de la résistance et de l'élasticité des matériaux.

Désignation des matériaux.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{B}$	$\mathcal{T}$	ϵ	$\mathcal{G}$	$\frac{\mathcal{H}^2}{\epsilon}$	$\frac{\mathcal{B}^2}{\epsilon}$	$\frac{\mathcal{T}^2}{\mathcal{G}}$
Bois de chêne	720	700	280	120000	48000	4.3	4	1.6
Bois d'érable.	1195	900	478	112000	44800	13	7.2	5.1
Bois de sapin	854	600	240	100000	40000	7.2	3.6	1.44
Bois de hêtre	803	720	321	93000	37200	6.9	5.6	2.8
Fer forgé (mince)...	4350	7000	7000	2500000	1000000	7.4	20	47
Fer forgé (épais)...	3300	4000	4500	1500000	600000	7.2	10.6	33.7
Fil de fer...	7000	—	—	1800000	720000	27	—	—
Fente.....	1000 1300	3000	3000	1000000	400000	1.0 1.7	9	22.5
Acier fondu..	10000	16000	10000	2000000	960000	40	128	104
Acier (qualité moyenne)..	7500	—	7500	3000000	1200000	18	—	46.8
Acier (qualité ordinaire)..	3600	—	3600	2000000	800000	6	—	16
Métal de canon (bronze)..	2600	—	2300	700000	360000	10	—	14.7
Cuivre battu.	2500	—	—	1310000	—	5	—	—
Cuivre fondu.	1300	—	2000	—	—	—	—	—
Laiton.....	1300	2270	2100	645000	258000	2.6	7.9	17.1
Étain.....	333	—	658	320000	—	—	—	—
Plomb.....	128	—	458	540000	—	0.03	—	—
Zinc.....	199	—	—	—	—	—	—	—
Verre.....	248	—	—	9000	—	7.0	—	—
Cuir de veau.	129	—	—	391	—	43	—	—
Cuir (tanné) de mouton...	110	—	—	381	—	32	—	—
Cuir (blanc) de cheval....	272	—	—	748	—	99	—	—
Cuir de cheval (mince)...	218	—	—	476	—	100	—	—
Cuir de Cor- doue.....	114	—	—	252	—	51	—	—
Cuir de vache	271	—	—	683	—	108	—	—
Cordes de chanvre...	510	—	—	—	—	—	—	—

Limite d'élasticité.

On appelle limite d'élasticité l'état de la plus grande extension ou compression d'un corps, qui disparaît encore quand les forces, qui étendent ou qui compriment, cessent d'agir, et quand le corps est abandonné à lui-même. Dans ces limites d'élasticité le module est à peu près constant.

Soit :

R la résistance contre la rupture par extension ;

R la résistance contre la rupture par compression ;

R_1 la tension (l'effort) à la limite d'élasticité de l'extension ;

R_1 la force de compression à la limite d'élasticité par centimètre carré ;

a_1 l'extension linéaire d'une barre à la limite d'élasticité ;

r_1 la compression linéaire d'une barre à la limite d'élasticité.

On obtient, d'après l'expérience, les résultats suivants :

Matériaux.	$\frac{R}{A}$	$\frac{R_1}{A}$	$\frac{R_1}{A}$	a_1	r_1
Fer forgé	$\frac{4}{5}$	0 4	0 4	$\frac{1}{1250}$	$\frac{1}{1250}$
Tôle	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{1222}$	$\frac{1}{1222}$
Fil de fer	$\frac{4}{5}$	0 4	0 4	$\frac{1}{843}$	$\frac{1}{843}$
Fer fondu	5 5	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{1}{1562}$	$\frac{1}{521}$
Bois de sapin	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{500}$	$\frac{1}{666}$
Bois de pin	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{536}$	$\frac{1}{714}$
Bois de sapin blanc	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{444}$	$\frac{1}{592}$
Bois de mélèze	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{400}$	$\frac{1}{533}$
Bois de chêne	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{469}$	$\frac{1}{563}$

CHAPITRE III

CONSTRUCTION DES PIÈCES DE MACHINES

(Toutes les dimensions sont exprimées en centimètres,
et les efforts en kilogrammes.)

59

Cordes de chanvre.

Elles ne doivent être soumises qu'aux efforts qui correspondent au cinquième de leur résistance absolue. Dans cette supposition on trouvera le diamètre d d'une corde, qui aura à porter, avec sécurité, un poids P , d'après la formule suivante dont les résultats sont indiqués dans le tableau ci-dessous.

$$d = 0.113 \sqrt{P}$$

P	d	P	d
Kilogram.	Centimèt.	Kilogram.	Centimèt.
28	0.6	702	3.0
50	0.8	798	3.2
78	1.0	902	3.4
112	1.2	1010	3.6
153	1.4	1125	3.8
200	1.6	1248	4.0
252	1.8	1376	4.2
312	2.0	1509	4.4
377	2.2	1650	4.6
449	2.4	1797	4.8
527	2.6	1950	5.0
610	2.8	2109	5.2

60

Câbles en fil de fer.

Les cordes ou câbles en fil de fer peuvent être soumis à un cinquième de leur résistance absolue; la charge est donc $\frac{7000}{5} = 1400$ kilogrammes par centimètre carré.

Soit:

δ le diamètre du fil de fer;

i le nombre des fils qui forment le câble;

d le diamètre du câble;

$\mathfrak{N} = 1400$ la force ci-dessus;

P la tension à laquelle la corde ou le câble doit résister avec une sécurité quintuple; on a:

$$\delta = \sqrt{\frac{4P}{i\pi\mathfrak{N}}}$$

Pour les cas ordinaires il faut mettre:

$$i = 36 \quad \mathfrak{N} = 1400$$

et on a:

$$\delta = \frac{1}{200} \sqrt{P}, \quad d = 10\delta = \frac{1}{20} \sqrt{P}$$

Pour la même charge le diamètre des câbles en fil de fer est à peu près de la moitié de celui des cordes en chanvre.

61

Chaînes à chaînons elliptiques (fig. 9 et 10, pl. IV).

Si les chaînes sont employées soigneusement, on peut risquer de les efforcer jusqu'à la limite de l'élasticité du matériel, c'est-à-dire jusqu'à ce que la tension maximale par centimètre carré devienne égale à $0.4 \times 7000 = 2800$ kilogrammes.

Dans cette supposition, on a pour la détermination du diamètre d du fer des chaînons d'une chaîne qui doit porter une charge P , les règles suivantes:

$$\text{Chaînes ordinaires (fig. 9) : } d = 0.042 \sqrt{P}$$

$$\text{Chaînes étagées (fig. 10) : } d = 0.034 \sqrt{P}$$

Le tableau suivant donne pour différentes valeurs de P les dimensions correspondantes des chaînons ordinaires.

P Kilogram.	d Centimèt.	$1.5 d$ Centimèt.	$2.6 d$ Centimèt.	$3.5 d$ Centimèt.	$4.6 d$ Centimèt.	Poids par mètre courant. Kilogram
142	0.5	0.75	1.30	1.75	2.30	0.54
174	0.6	0.90	1.56	2.10	2.76	0.78
277	0.7	1.05	1.82	2.45	3.22	1.06
362	0.8	1.20	2.08	2.80	3.68	1.38
458	0.9	1.35	2.34	3.15	4.14	1.75
566	1.0	1.50	2.60	3.50	4.60	2.16
684	1.1	1.65	2.86	3.85	5.06	2.61
792	1.2	1.80	3.12	4.20	5.52	3.11
956	1.3	1.95	3.38	4.55	5.98	3.65
1109	1.4	2.10	3.64	4.90	6.44	4.23
1270	1.5	2.25	3.90	5.25	6.90	4.86
1449	1.6	2.40	4.16	5.60	7.36	5.53
1636	1.7	2.55	4.42	5.95	7.82	6.24
1834	1.8	2.70	4.68	6.30	8.28	7.00
2060	1.9	2.85	4.94	6.65	8.74	7.79
2264	2.0	3.00	5.20	7.00	9.20	8.64
2496	2.1	3.15	5.46	7.35	9.66	9.53
2739	2.2	3.30	5.72	7.70	10.12	10.45

Vis d'assemblage (fig. 11 et 12, pl. VI).

Soit:

P l'effort (en kilogrammes) qui agit sur chaque centimètre carré de la section du boulon;

d le diamètre du boulon;

d_i le diamètre intérieur du filet de vis;

D_i le diamètre intérieur de l'écrou;

h la hauteur de l'écrou;

n le nombre des filets de vis sur une longueur d .

On a pour la détermination des dimensions de la vis et de l'écrou les formules suivantes :

a) Vis à filet triangulaire :

$$d = \frac{1}{9} \sqrt{P}$$

$$n = \sqrt[3]{48 + 168 d}$$

$$d_1 = \frac{n - 2}{n} d$$

$$D_1 = 0.5 + 1.4 d$$

$$h = \frac{2}{3} D_1 = 0.33 + 0.9 d$$

b) Vis à filet carré :

$$d = \frac{1}{9} \sqrt{P}$$

$$n = \frac{1}{2} \sqrt[3]{48 + 168 d}$$

$$d_1 = \frac{n - 1}{n} d$$

$$D_1 = 0.5 + 1.4 d$$

$$h = D_1 = 0.5 + 1.4 d$$

Un centimètre carré de la section du boulon est chargé de 103 kilogrammes.

Les résultats, fournis par ces formules, sont indiqués dans le tableau ci-dessous.

P	d	n		d _i	D _i	h	
							
81	1	5	2.5	0.60	1.90	1.30	1.90
110	1.2	6.3	3.1	0.82	2.18	1.45	2.18
157	1.4	6.6	3.3	0.98	2.46	1.61	2.46
210	1.6	6.8	3.4	1.13	2.74	1.83	2.74
260	1.8	7.0	3.5	1.30	3.02	2.01	3.02
325	2.0	7.3	3.6	1.45	3.30	2.20	3.30
465	2.4	7.7	3.8	1.78	3.86	2.57	3.86
630	2.8	8.0	4.0	2.10	4.38	2.92	4.38
830	3.2	8.4	4.2	2.43	4.94	3.30	4.94
1040	3.6	8.7	4.4	2.77	5.50	3.70	5.50
1300	4.0	9.0	4.5	3.11	6.06	4.04	6.06
1560	4.4	9.2	4.6	3.43	6.62	4.41	6.62
1860	4.8	9.5	4.7	3.79	7.18	4.79	7.18
2180	5.2	9.7	4.8	4.12	7.74	5.15	7.74
2540	5.6	10.0	5.0	4.48	8.30	5.50	8.30
2916	6.0	10.2	5.1	4.82	8.86	5.91	8.86

Pour le tracé des vis en petit, on peut prendre les proportions moyennes suivantes :

n nombre des pas de vis sur une longueur d	8
d _i diamètre intérieur du filet	$\frac{3}{4} d$
h hauteur de l'écrou	$\frac{1}{2} d$
D _i diamètre intérieur de l'écrou	$\frac{3}{2} d$
Rayon de la tête arrondie	3 d
Rayon des arrondissements du prisme (à six côtés)	$\frac{3}{2} d$

Diverses assemblages au moyen de boulons (pl. VII).

Fig. 1 : Boulon de fondation.

Fig. 2 : Boulon intérieur à ancre.

Fig. 3 : Boulon pour l'assemblage de trois corps.

Fig. 4 : Vis dont le boulon est attaché à une cheville.

Fig. 5 : Boulon serré par un coin.

Fig. 6 : Vis à boulon rectangulaire.

Fig. 7 : Boulon vissé dans le métal.

Fig. 8 et 9 : Boulons à têtes enfoncées.

Fig. 10 : Boulon encastré dans la pierre.

Planche VIII.

Fig. 1 : Assemblage de plaques en fonte.

Fig. 2 : Assemblage d'un bras de volant et de l'anneau.

Fig. 3 : Assemblage d'un bras d'une roue et de l'anneau.

Fig. 4 : Assemblage de plaques superposées avec de rondelles interposées.

Fig. 5, 6, 7, 8 : Assemblage de parois de vases en font de fer.

64

Rivets de tôle.

A) Rivure simple de deux tôles (fig. 1, pl. IX).

Soit :

δ l'épaisseur de la tôle ;

d diamètre du boulon d'un rivet ;

e distance des centres de deux rivets consécutifs ;

e_1 distance de la circonférence du boulon du bord de la tôle ;

f le rapport de la résistance d'une tôle non-rivée et de deux tôles rivées.

La rivure a dans toutes ses parties la même résistance si l'on adopte :

$$\frac{e}{\delta} = \frac{\pi}{4} \left(\frac{d}{\delta} \right)^3 + \frac{d}{\delta}$$

$$\frac{e_1}{\delta} = \frac{\pi}{8} \left(\frac{d}{\delta} \right)^3$$

$$f = 1 + \frac{4}{\pi} \left(\frac{\delta}{d} \right)$$

pour $\frac{d}{\delta} = 1 \quad 1.5 \quad 2 \quad 2.5 \quad 3 \quad \text{on a :}$

$$f = 2.27 \quad 1.85 \quad 1.64 \quad 1.51 \quad 1.42$$

$$\frac{e}{\delta} = 1.78 \quad 3.26 \quad 5.14 \quad 7.41 \quad 10.06$$

$$\frac{e_1}{\delta} = 0.39 \quad 0.88 \quad 1.56 \quad 2.44 \quad 3.51$$

Les rivets épais et espacés offrent, ainsi qu'on le voit, une plus grande résistance que les rivets minces mais serrés.

Pour la rivure des chaudières qui doivent non seulement être solides mais aussi être étanches, il faut adopter :

Diamètre du rivet.	2 δ
Distance des centres de deux rivets consécutifs.	5 δ
Distance du centre d'un rivet du bord de la tôle.	3 δ
Diamètre de la tête demi-sphérique.	3 δ
Diamètre de la tête conique.	4 δ
Hauteur de chacune de ces têtes.	1.5 δ

Pour les rivures qui ne doivent offrir que de la solidité, il est convenable d'adopter :

Diamètre des boulons des rivets.	3 δ
Distance des centres de deux rivets consécutifs.	10 δ
Distance du centre d'un rivet du bord de la tôle.	5 δ
Diamètre d'une tête de rivet.	4.5 δ
Hauteur d'une tête de rivet.	2.3 δ

B) Rivure double de deux tôles (fig. 2, pl. IX).

Soit :

δ l'épaisseur de la tôle ;

d le diamètre du boulon d'un rivet ;

e la distance des centres de deux rivets consécutifs ;

f le rapport entre la résistance d'une tôle non-rivée et de deux tôles rivées.

On obtient pour cette rivure double les rapports suivants :

$$\frac{e}{\delta} = \frac{d}{\delta} + \frac{\pi}{2} \left(\frac{d}{\delta} \right)^2$$

On trouve :

$$f = 1 + \frac{2}{\pi} \left(\frac{\delta}{d} \right)$$

$$\text{Pour } \frac{d}{\delta} = 1 \quad 1.5 \quad 2 \quad 2.5 \quad 3$$

$$\text{on obtient } \frac{e}{\delta} = 2.6 \quad 5.0 \quad 8.3 \quad 11.3 \quad 14.1$$

$$f = 1.64 \quad 1.42 \quad 1.32 \quad 1.25 \quad 1.21$$

C) Rivures à chaînes (fig. 12, pl. IX).

Soit :

δ l'épaisseur de la tôle ;

d le diamètre du boulon du rivet ;

e la distance entre les centres de deux rivets consécutifs ;

f le rapport entre la résistance d'une tôle non-rivée et de deux tôles rivées.

On a la relation :

$$\frac{e}{\delta} = \frac{d}{\delta} + \frac{\pi}{2} \left(\frac{d}{\delta} \right)^2$$

$$f = 1 + \frac{2}{\pi} \left(\frac{\delta}{d} \right)$$

Ces formules coïncident avec celles de la double rivure :

$$\text{Pour } \frac{d}{\delta} = 1 \quad 1.5 \quad 2 \quad 2.5 \quad 3$$

$$\text{on obtient } \frac{e}{\delta} = 2.6 \quad 5.0 \quad 8.3 \quad 11.3 \quad 14.1$$

$$f = 1.64 \quad 1.42 \quad 1.32 \quad 1.25 \quad 1.21$$

Plusieurs sortes de rivures sont représentées sur la planche IX :

Fig. 1 : Rivure simple de deux tôles.

Fig. 2 : Rivure double de deux tôles.

Fig. 3 : Rivure de deux tôles avec une bande de tôle.

Fig. 4 : Rivure de trois tôles.

Fig. 5 : Rivure de quatre tôles.

Fig. 6, 7, 8 : Formation d'arêtes.

Fig. 9 et 10 : Formation de coins.

Cornières.

Les cornières, telles qu'elles servent dans la construction des tôles, n'ont pas des profils géométriquement semblables ; les côtés des cornières minces sont relativement plus longs que ceux des cornières épaisses.

On trouve généralement les relations suivantes (fig. 11, pl. IX) :

Δ épaisseur moyenne du métal de la cornière : égale à l'épaisseur de la tôle contre laquelle la cornière est rivée ;

La plus petite épaisseur de la cornière aux extrémités des branches
ou côtés : $\frac{6}{7} A$;

La plus grande épaisseur de la cornière mesuré à l'arête : $\frac{8}{7} A$;
h longueur extérieure de la branche (en centimètres):

$$h = 2.4 + 4.5 A$$

$A =$	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
$h =$	4.2	4.65	5.10	5.55	6.00	6.45	6.9	7.35	7.80

66

Tourillons des arbres de transmission.

Soit:

P la pression (en kilogrammes) qui agit sur un tourillon;

d le diamètre et la longueur du tourillon (en centimètres);

B la plus grande tension par centimètre carré dans le tourillon.

On a:

a) Pour un tourillon en fonte:

$$d = 0.18 \sqrt{P}$$

$$l = 0.87 + 1.21 d$$

$$B = 190 + \frac{136}{d}$$

b) Pour un tourillon en fer forgé:

$$d = 0.12 \sqrt{P}$$

$$l = 0.87 + 1.21 d$$

$$B = 428 + \frac{398}{d}$$

c) Pour un tourillon en acier:

$$d = 0.09 \sqrt{P}$$

Les résultats, fournis par ces formules, sont consignés dans le tableau ci-dessous.

67

Tableau des tourillons en fonte.

$$d = 0.18 \sqrt{P}$$

P en kilogrammes. d et l en centimètres.

P	d	l	P	d	l
279	3.00	4.80	3738	11	14.18
326	3.25	4.80	4450	12	16.60
378	3.50	5.41	5223	13	16.60
434	3.75	5.41	6056	14	19.02
494	4.00	6.31	6953	15	19.02
626	4.50	6.31	7910	16	21.44
772	5.00	6.69	8930	17	21.44
935	5.50	7.53	10012	18	23.86
1112	6.00	8.74	11155	19	23.86
1306	6.50	8.74	12360	20	25.07
1514	7.00	9.94	14956	22	27.49
1738	7.50	9.94	17798	24	29.91
1978	8.00	11.15	20888	26	32.32
2232	8.50	11.15	24226	28	34.75
2503	9.00	12.37	27810	30	37.17
2797	9.50	12.37	31642	32	39.59
3090	10.00	14.18	35720	34	42.01

Tableau des tourillons en fer forgé, principalement pour des machines mues par la force de l'homme.

$$d = 0.12 \sqrt{P}$$

P en kilogrammes. d et l en centimètres.

P	d	l	P	d	l
157	1.50	2.68	3938	7.5	9.94
215	1.75	2.98	4480	8.0	11.15
280	2.00	3.29	5058	8.5	11.15
356	2.25	3.59	5670	9.0	12.37
438	2.50	3.89	6336	9.5	12.37
531	2.75	4.19	7000	10.0	14.18
630	3.00	4.80	8470	11.0	14.18
739	3.25	4.80	10080	12.0	16.60
858	3.50	5.41	11830	13.0	16.60
984	3.75	5.41	13720	14.0	19.02
1120	4.00	6.31	15750	15.0	19.02
1418	4.50	6.31	17920	16.0	21.44
1750	5.00	7.53	20230	17.0	21.44
2117	5.50	7.53	22680	18.0	23.86
2520	6.00	8.74	25270	19.0	23.86
2958	6.50	8.74	28000	20.0	25.07
3430	7.00	9.94			

Arbres qui ne sont soumis qu'à la torsion.

Soit :

P la force (en kilogrammes) qui produit la torsion de l'arbre ;

R (en centimètres) la longueur du bras de levier, auquel agit la force P ;

d le diamètre de l'arbre (en centimètres) ;

l la longueur de l'arbre (en centimètres) ;

N l'effet, en chevaux-vapeur (à 75 kilogrammes-mètres), que transmet l'arbre;

n le nombre des rotations de l'arbre dans une minute;

θ l'angle de torsion de l'arbre en degrés.

Si l'on part du principe que tous les arbres, faits de mêmes matériaux, soient sollicités au même degré de leur résistance, on a les formules suivantes pour la détermination de d :

a) Arbres en fer forgé :

$$d = 0.29 \sqrt[3]{P R}$$

$$d = 12 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$$

$$\theta^{\circ} = \frac{1}{41} \frac{1}{d}$$

$$T = 210$$

b) Arbres en fonte :

$$d = 0.385 \sqrt[3]{P R}$$

$$d = 16 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$$

$$\theta^{\circ} = \frac{1}{39} \frac{1}{d}$$

$$T^{\circ} = 90$$

D'après ces règles on obtient des résultats qui coïncident avec la réalité si les arbres ne sont pas trop longs.

Les quatre tableaux suivants contiennent ces résultats. Si R et P sont donnés, on forme le produit PR et on trouve dans la seconde colonne la valeur de d.

Si N et n sont donnés on cherche le quotient $\frac{N}{n}$ et alors la valeur de d est donnée dans la deuxième colonne.

70

Diamètre des arbres en fer forgé (1^{er} cas).

$$d = 0.29 \sqrt[3]{P R}$$

P en kilogrammes. d et R en centimètres.

PR	d	PR	d	PR	d	PR	d	PR	d
328	2	1611	3.4	5765	5.2	14060	7.0	27941	8.8
379	2.1	1913	3.6	6456	5.4	15301	7.2	29889	9.0
437	2.2	2249	3.8	7200	5.6	16613	7.4	31926	9.2
499	2.3	2624	4.0	8000	5.8	17974	7.6	34055	9.4
567	2.4	3037	4.2	8856	6.0	19454	7.8	36268	9.6
722	2.6	3492	4.4	9770	6.2	20992	8.0	38589	9.8
900	2.8	3400	4.6	10746	6.4	22606	8.2	41000	10.0
1107	3.0	4534	4.8	11787	6.6	24300	8.4	43509	10.2
1344	3.2	5125	5.0	12891	6.8	26076	8.6	46117	10.4

71

Diamètre des arbres en fer forgé (2^e cas).

$$d = 12 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$$

d diamètre de l'arbre en centimètres;

N effet en chevaux-vapeur que transmet l'arbre;

n nombre des rotations de l'arbre par minute.

$\frac{N}{n}$	d	$\frac{N}{n}$	d	$\frac{N}{n}$	d	$\frac{N}{n}$	d
0.0156	3.00	0.1587	6.5	1.0000	12	4.6240	20
0.0198	3.25	0.1982	7.0	1.2698	13	6.1545	22
0.0248	3.50	0.2438	7.5	1.5860	14	7.9902	24
0.0305	3.75	0.2959	8.0	1.9507	15	10.155	26
0.0371	4.00	0.3559	8.5	2.3630	16	12.688	28
0.0527	4.50	0.4214	9.0	2.8397	17	15.606	30
0.0723	5.00	0.4956	9.5	3.3710	18	18.940	32
0.0961	5.50	0.5780	10.0	3.9640	19	22.718	34
0.1248	6.00	0.7693	11.0				

72

Diamètre des arbres en fonte (1^{er} cas).

$$d = 0.385 \sqrt[3]{P R}$$

P en kilogrammes. d et R en centimètres.

PR	d	PR	d	PR	d	PR	d	PR	d
122	2.0	689	3.4	2465	5.2	6013	7.0	11852	8.8
141	2.1	818	3.6	2761	5.4	6543	7.2	12783	9.0
186	2.2	962	3.8	3079	5.6	7108	7.4	13653	9.2
213	2.3	1148	4.0	3422	5.8	7696	7.6	14563	9.4
242	2.4	1299	4.2	3787	6.0	8320	7.8	15510	9.6
308	2.6	1493	4.4	4178	6.2	8976	8.0	16503	9.8
385	2.8	1706	4.6	4597	6.4	9666	8.2	17533	10.0
473	3.0	1939	4.8	5040	6.6	10390	8.4	18399	10.2
574	3.2	2191	5.0	5513	6.8	11150	8.6	19683	10.4

73

Diamètre des arbres en fonte (2^e cas).

$$d = 16 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$$

N effet en chevaux-vapeur;

n nombre des rotations par minute;

d diamètre de l'arbre en centimètres.

$\frac{N}{n}$	d	$\frac{N}{n}$	d	$\frac{N}{n}$	d	$\frac{N}{n}$	d
0.00659	3.00	0.0670	6.5	0.4218	12	1.953	20
0.00838	3.25	0.0837	7.0	0.5363	13	2.600	22
0.01047	3.50	0.1030	7.5	0.6700	14	3.375	24
0.01288	3.75	0.1250	8.0	0.8240	15	4.291	26
0.01563	4.00	0.1500	8.5	1.0000	16	5.360	28
0.02225	4.50	0.1780	9.0	1.1990	17	6.592	30
0.03052	5.00	0.2093	9.5	1.4240	18	8.000	32
0.04062	5.50	0.2442	10.0	1.6740	19	9.596	34
0.05274	6.00	0.3249	11.0				

4.

Arbres de transmission d'une grande longueur en fer forgé.

Des arbres de transmission d'une grande longueur, surtout ceux des filatures et des tissages, doivent être construits de manière que l'angle de torsion devienne proportionnel à leur longueur et indépendant du diamètre de l'arbre. Pour ces arbres il faut prendre :

$$d = 12 \sqrt[4]{\frac{N}{n}} = 0.75 \sqrt[4]{P R}$$

L'angle de torsion devient :

$$\theta = \frac{1}{547}$$

Le tableau suivant contient les résultats de la formule pour d.

Tableau des diamètres des arbres de transmission d'une grande longueur en fer forgé.

$$d = 12 \sqrt[4]{\frac{N}{n}}$$

N effet en chevaux-vapeur ;

n nombre des rotations par minute ;

d diamètre de l'arbre en centimètres.

$\frac{N}{n}$	d	$\frac{N}{n}$	d	$\frac{N}{n}$	d	$\frac{N}{n}$	d
0.0039	3.00	0.0625	6.0	0.4816	10	5.0625	18
0.0054	3.25	0.0858	6.5	0.7073	11	6.2500	19
0.0072	3.50	0.1156	7.0	1.0000	12	7.7841	20
0.0095	3.75	0.1518	7.5	1.3689	13	11.2225	22
0.0123	4.00	0.1962	8.0	1.8769	14	16.0000	24
0.0199	4.50	0.2510	8.5	2.4336	15	22.1841	26
0.0303	5.00	0.3169	9.0	3.1329	16	29.4849	28
0.0436	5.50	0.3918	9.5	4.0401	17	39.0625	30

Résistance des arbres contre les forces vives.

Des arbres de transmission qui ont à résister à l'action d'une force vive ne doivent pas être calculés d'après les lois statiques, mais d'après les lois dynamiques. Si, par exemple, un arbre est muni d'un volant et si cet arbre doit recevoir la force vive du volant sans rompre, il faut que la quantité de travail $\frac{1}{4} \frac{T^2}{G} V$ (numéro 55), qui est nécessaire pour produire la rupture de l'arbre par torsion, soit plus grande que la force vive du volant (exprimée en kilogrammes et en centimètres).

Soit:

Q le poids de l'anneau du volant (en kilogrammes);

C la vitesse à la circonférence du volant (en centimètres);

$g = 9.81 \times 100 = 981$ centimètres (l'augmentation de la vitesse dans la chute des corps par seconde); on a l'équation:

$$V > 4 \frac{G}{T^2} \frac{Q}{2g} C^2$$

Arbres exposés à une flexion.

Pour calculer les dimensions qui doivent être données à une section d'un arbre soumis à des efforts de flexion, il faut calculer la somme M des moments des forces extérieures qui tendent à rompre l'arbre dans cette section. En égalisant ce moment au moment d'élasticité BE (numéro 38), on obtient une équation qui donne les dimensions de ce profil. On ne doit porter en compte pour B que la dixième partie du coefficient de rupture. Les cas suivants donneront les explications nécessaires pour l'usage de cette règle.

- a) Construction de l'axe d'un balancier qui repose sur deux appuis et qui est chargé au milieu.

Soit, planche X, figure 1:

2P la pression qui agit au milieu de l'axe du balancier;

d le diamètre du tourillon;

l la longueur du tourillon;

D le diamètre de l'axe au corps du balancier;

L la distance du corps au centre du tourillon.

On a :

$$d = 0.12 \sqrt{P}$$

$$l = 0.87 + 1.21 d$$

$$D = d \sqrt[3]{\frac{L}{\frac{1}{2} l}}$$

b) Construction d'un axe qui repose aux deux extrémités et qui est chargé en un point quelconque (pl. X, fig. 2).

D'après les cotes de la figure, on a :

$$\text{Pression sur le tourillon } d \dots \dots \dots 2P \frac{\lambda_1}{\lambda + \lambda_1}$$

$$\text{Pression sur le tourillon } d_1 \dots \dots \dots 2P \frac{\lambda}{\lambda + \lambda_1}$$

$$\text{Diamètre du tourillon } d \dots \dots \dots d = 0.12 \sqrt{2P \frac{\lambda_1}{\lambda + \lambda_1}}$$

$$\text{Diamètre du tourillon } d_1 \dots \dots \dots d_1 = 0.12 \sqrt{2P \frac{\lambda}{\lambda + \lambda_1}}$$

$$\text{Longueurs de ces tourillons.} \dots \dots \dots \left\{ \begin{array}{l} l = 0.87 + 1.21 d \\ l_1 = 0.87 + 1.21 d_1 \end{array} \right.$$

Diamètre de l'axe au corps du balancier :

$$D = d \sqrt[3]{\frac{L}{\frac{1}{2} l}}$$

$$D_1 = d_1 \sqrt[3]{\frac{L_1}{\frac{1}{2} l_1}}$$

Arbres qui sont soumis tant à la torsion qu'à la flexion.

Pour construire des arbres de cette sorte, on détermine d'abord le diamètre que doit avoir l'arbre pour résister à la torsion; on adapte à l'arbre un renforcement qui à lui seule est capable de résister au moment de la flexion.

Soit:

$$d = 16 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$$

le diamètre que l'arbre doit recevoir pour transmettre, avec n rotations par minute, un effort de N chevaux-vapeur;

M le moment de flexion (en kilogrammes-centimètres) auquel une section déterminée de l'arbre est exposée.

Si le renforcement de l'arbre doit être annulaire, on a pour la détermination du diamètre extérieur la formule:

$$D = \sqrt[3]{d^3 + \frac{32 M}{\pi}}$$

Si l'on fait le renforcement par quatre nervures, on a pour la détermination de h et de b (pl. V, fig. 14):

$$h = \sqrt[3]{d^3 + \frac{6 M h}{\pi b}}$$

$$b = \frac{6 M h}{\pi (h^3 - d^3)}$$

On doit se servir de la première de ces formules s'il est avantageux d'adopter le rapport $\frac{h}{b}$ et de chercher h ; la deuxième formule si la hauteur de h est adoptée et s'il faut chercher b .

Représentation de divers arbres (pl. X).

Fig. 1 et 2 : Arbres pour balanciers.

Fig. 3 : Arbre de transmission en fonte avec noyau rond et nervures de renforcement.

Fig. 4 et 5 : Arbres en fonte pour roues hydrauliques.

Fig. 6, 7, 8, 9 et 10 : Arbres en fer forgé.

80

Couplements d'arbres (pl. XI).

Fig. 1 : Complément demi-cylindrique d'arbres en fonte avec manchons.

Fig. 2 : Complément demi-cylindrique d'arbres en fer forgé avec manchons.

Fig. 3 : Complément d'arbres en fer forgé au moyen d'un coin longitudinal et d'une pièce transversale.

Fig. 4 : Couplement vissé.

Fig. 5 : Embrayage d'arbres au moyen de manchons dentés.

Pour la détermination des dimensions de l'accolement, fig. 1, on a les règles suivantes :

Soit :

N l'effet, en chevaux-vapeur, que transmet l'arbre ;

n le nombre des rotations de l'arbre par minute ;

d le diamètre de l'arbre ;

d, l, δ, k, h , comme la figure indique (fig. 1, pl. XI).

Pour la détermination des dimensions on a les formules suivantes tant rationnelles qu'empiriques :

$$\text{Diamètre des arbres} \dots \dots \dots \left\{ \begin{array}{l} d = 12 \sqrt[3]{\frac{N}{n}} \text{ Fer forgé.} \\ d = 16 \sqrt[3]{\frac{N}{n}} \text{ Fonte.} \end{array} \right.$$

$$\text{Diamètre de la tête de l'arbre} \dots \dots d_1 = 1.25 d$$

$$\text{Longueur du manchon} \dots \dots \dots l = 2.7 + 1.9 d$$

$$\text{Épaisseur du métal du manchon} \dots \delta = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} d$$

$$\text{Largeur du coin} \dots \dots \dots k = 0.9 \delta$$

$$\text{Épaisseur du coin} \dots \dots \dots h = \frac{1}{2} k$$

Le tableau suivant renferme les dimensions de 19 manchons pour 32 diamètres d'arbres. Pour les petits arbres il n'est adopté qu'un manchon pour deux arbres.

Les rapports moyens sont :

$$l = 1.3 d \quad e = 0.1 d \quad d_1 = 1.25 d$$

Si les coussinets sont exécutés d'après ces formules ou d'après les valeurs du tableau suivant, on obtient pour toutes les paliers les dimensions exactes si on les construit d'après des modèles géométriquement semblables. Dans les dessins, planche XII, on a indiqué les dimensions principales des paliers en prenant le diamètre extérieur des coussinets comme unité de longueur.

*Tableau des dimensions des coussinets pour paliers horizontaux
et suspendus (pl. XII).*

Numéro du palier.	d Diamètre intérieur du coussinet.	e Épaisseur du métal.	d ₁ Diamètre extérieur du coussinet.	l Longueur du coussinet.
	Centimètres.	Centimètres.	Centimètres.	Centimètres.
I.	3.00 3.25	0.520	4.49	4.8
II.	3.5 3.75	0.558	5.08	5.4
III.	4.0 4.5	0.613	5.96	6.34
IV.	5.0 5.5	0.687	7.13	7.53
V.	6.0 6.5	0.761	8.29	8.74
VI.	7.0 7.5	0.853	9.47	9.94
VII.	8.0 8.5	0.909	10.63	11.15
VIII.	9.0 9.5	0.983	11.80	12.37
IX.	10 11	1.094	13.56	14.18
X.	12 13	1.242	15.90	16.60
XI.	14 15	1.390	18.24	19.02
XII.	16 17	1.540	20.58	21.44
XIII.	18 19	1.686	22.92	23.86
XIV.	20	1.760	24.09	25.07
XV.	22	1.908	26.43	27.49
XVI.	24	2.056	28.08	29.91
XVII.	26	2.204	30.42	32.32
XVIII.	28	2.350	33.45	34.75
XIX.	30	2.500	35.79	37.17

Représentation de divers paliers.

Pl. XIII : Triple palier pour la transmission d'un arbre sur deux autres arbres.

Pl. XIV, fig. 1, 2, 3 et 4 : Paliers avec coussinets sphériques. L'arbre peut changer de position sans que pour cela le contact uniforme entre les surfaces frottantes soit changé.

Pl. XIV, fig. 5 : Palier à cuvette pour arbres verticaux. L'arbre peut changer de position sans que pour cela le contact doux des surfaces frottantes soit changé.

POULIES

(Pl. XV, fig. 1 et 2.)

Calcul des tensions des courroies.

Dans un système de courroies il se présente trois tensions : 1° La tension initiale t , qui doit exister dans toute l'étendue de la courroie avant l'application de la force, afin qu'elle puisse transmettre, sans glisser sur les poulies, une puissance P de la poulie motrice sur la poulie conduite; 2° les tensions T et T_1 , qui existent dans les brins (conducteurs et conduits) pendant que la force P est transmise.

On a les équations suivantes pour le calcul de ces tensions :

$$t = \frac{1}{2} P \frac{e^{\frac{f}{R}} + 1}{e^{\frac{f}{R}} - 1}$$

$$T = P \frac{e^{\frac{f}{R}}}{e^{\frac{f}{R}} - 1}$$

$$T_1 = P \frac{1}{e^{\frac{f}{R}} - 1}$$

Notations :

f coefficient de frottement pour la courroie sur les poulies ;

S la longueur de l'arc qu'embrasse la courroie sur la plus petite des deux poulies ;

R le rayon de la petite poulie ;

$e = 2.718$ la base des logarithmes naturels.

Les valeurs de f sont :

$f = 0.47$ pour les courroies ordinaires onctueuses sur poulies en bois ;

$f = 0.50$ pour les courroies neuves sur poulies en bois ;

$f = 0.28$ pour les courroies ordinaires onctueuses sur poulies tournées en fonte ;

$f = 0.38$ pour courroies humides sur poulies en fonte ;

$f = 0.50$ pour cordes en chanvre sur poulies en bois.

Pour pouvoir calculer aisément les valeurs de tT_1 , on a établi le tableau suivant qui contient pour diverses valeurs de $\frac{S}{2R\pi}$ et de f

les valeurs correspondantes de $e^{f \frac{S}{R}}$.

86

Tableau pour le calcul des tensions des courroies.

$\frac{S}{2R\pi}$	$e^{f \frac{S}{R}}$ Valeur de e .					
	Courroies neuves sur poulies en bois.	Courroies ordinaires		Courroies humides sur fer.	Cordes sur poulies en bois	
		sur bois.	sur fer.		non polis.	polis.
0.2	1.87	1.80	1.42	1.61	1.87	1.51
0.3	2.57	2.43	1.69	2.05	2.57	1.86
0.4	3.51	3.26	2.02	2.60	3.51	2.29
0.5	4.81	4.38	2.41	3.30	4.81	2.82
0.6	6.59	5.88	2.87	4.19	6.58	3.47
0.7	9.00	7.90	3.43	5.32	9.01	4.27
0.8	12.34	10.62	4.09	6.75	12.34	5.25
0.9	16.90	14.27	4.87	8.57	16.90	6.46
1.0	23.14	19.16	5.81	10.89	23.90	7.95

Règles pratiques pour la détermination des poulies et des courroies si la force totale, contenue dans l'arbre moteur, doit être transmise sur l'arbre conduit (pl. XV, fig. 1 et 2).

a) Diamètre des arbres.

Les diamètres des arbres sont donnés par les règles numéros 70 à 75.

b) Rayons des poulies.

Selon que le rapport des nombres des rotations des poulies est plus petit ou plus grand que 3, le rayon de la plus grande des deux poulies peut être pris : dans le premier cas 6 à 7 fois plus grand, dans le second cas 8 à 10 fois plus grand que le diamètre de l'arbre avec lequel la poulie est fixée.

Le rayon de la plus petite des deux poulies est trouvé si l'on divise le rayon de la plus grande poulie par le nombre qui indique combien de fois la plus petite des poulies tourne pendant que la plus grande tourne une fois.

c) Largeur de la courroie et des poulies.

Soit :

d le diamètre de l'arbre dont la vitesse est la plus petite ;

R le rayon de la poulie fixée sur l'arbre d ;

β la largeur de la courroie ;

δ l'épaisseur de la courroie ;

b la largeur de la poulie ;

$\mathcal{A}$ la tension par centimètre carré de la section du brin conducteur.

On a pour la détermination de β , b et δ les règles suivantes :

$$\frac{\beta}{d} = 10.5 \frac{d}{R}$$

$$\delta = 3.1 \frac{d}{\mathcal{A}}$$

$$\frac{b}{\beta} = \frac{5}{4}$$

Les valeurs convenables de $\mathcal{A}$ sont :

Cuir de veau	$\mathfrak{N} = 25$
Cuir de mouton	22
Cuir de cheval (blanc).	54
Cuir de cheval (mince).	44
Cuir de vache	54

Avec les formules ci-dessus on trouve pour :

$$\frac{R}{d} = 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8 \quad 9 \quad 10 \quad 11 \quad 12$$

$$\frac{\beta}{d} = 2.6 \quad 2.1 \quad 1.75 \quad 1.5 \quad 1.31 \quad 1.16 \quad 1.05 \quad 0.95 \quad 0.87$$

Si, par exemple, le diamètre d d'un arbre est égal 8 centimètres et le rayon de la poulie $R = 7 \times 8 = 56$ centimètres, on trouve

$$\frac{R}{d} = 7, \quad \frac{\beta}{d} = 1.5, \quad \text{donc } \beta = 1.5 \times 8 = 12 \text{ centimètres.}$$

d) Le noyau creux au moyen duquel la poulie est fixée sur l'arbre.

Diamètre de la tête de l'arbre sur lequel est fixée la poulie $= 1.35 d$

Épaisseur du métal du noyau $\delta = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} d$

Longueur du noyau égal à la largeur de la poulie.

Largeur du coin $k = 0.9 \delta$

Épaisseur du coin $k_1 = \frac{1}{2} k$

e) Nombre et profil des bras.

Le nombre $\mathfrak{N}$ des bras de la poulie doit être égal au rapport $\frac{R}{d}$ du rayon de la poulie et du diamètre de l'arbre. Pour déterminer la largeur et l'épaisseur des bras, mesuré au centre de la poulie, on a la formule suivante :

Largeur du bras (fig. 2, pl. XV). $h = \frac{1.7}{\sqrt{\mathfrak{N}}} d$

Épaisseur d'un bras $= \frac{1}{2} h$

La forme de la section est elliptique.

La formule pour h donne les résultats suivants :

Pour $N =$	3	4	6	8	10	12
on a $\frac{h}{d} =$	1.18	1.08	0.94	0.86	0.79	0.75

Pour un arbre d'un diamètre de 6 centimètres, auquel est fixée une poulie de $6 \times 8 = 48$ centimètres, on a à prendre 8 bras et chacun d'eux a pour mesure de largeur : $6 \times 0.86 = 5.16$ centimètres et pour la mesure de l'épaisseur $\frac{1}{2} \times 5.16 = 2.58$ centimètres.

88

Règles pratiques pour la détermination des poulies et des courroies si une partie seulement de la force, contenue dans l'arbre moteur, doit être transmise d'un arbre à l'autre.

Dans ce cas on peut se servir également des règles déterminées au numéro précédent; seulement il ne faut pas faire entrer en ligne de compte le diamètre réel de l'arbre moteur, mais celui qu'il faudrait donner à l'arbre pour l'effet qu'il transmet réellement sur le deuxième arbre (arbre conduit). Voici un exemple.

Soit:

Effet utile en chevaux-vapeur que l'arbre moteur transmet	= 10
Nombre des rotations de cet arbre par minute	= 80
Effet utile, en chevaux-vapeur, qui doit être transmis au deuxième arbre	= 4.2
Nombre des rotations par minute du deuxième arbre	= 160

D'après le tableau 73 on a:

Diamètre réel de l'arbre moteur ($N = 10$, $n = 80$)	= 8 centimètres.
Diamètre réel de l'arbre conduit ($N = 4.2$, $n = 160$)	= 5 centimètres.
Diamètre que devrait recevoir l'arbre moteur pour transmettre une force de 4.2 chevaux avec 80 rotations par minute	= 6 centimètres.

Ce dernier diamètre doit maintenant être porté en compte et on trouve:

D'après numéro 87 b : rayon de la poulie motrice = 6×6 = 36 centimètres.

Rayon de la poulie conduite . . . $36 \frac{80}{160} = 18$ centimètres.

D'après le numéro 87 c, largeur de la courroie $1.75 \times 6 = 10.5$ centimètres.

Largeur des poulies $105 \times \frac{5}{4} = 13.1$ centimètres.

	Grande poulie.	Petite poulie.
D'après le n° 87 d, diamètre de la tête de l'arbre	$1.35 \times 8 = 10.80$	$1.35 \times 5 = 6.75$
Épaisseur du noyau . . $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times 6 = 2.5$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times 5 = 2.16$	
Longueur des noyaux . .	$= 13.1$	$= 13.1$
Largeur du coin . . .	$0.9 \times 3.16 = 2.85$	$0.9 \times 2.16 = 1.95$
Épaisseur du coin . .	$= 1.42$	$= 0.98$
Nombre des bras, d'après le numéro 87 e . .	$\frac{36}{6} = 6$	$\frac{18}{5} = 4$ (approx.)
Largeur des bras, mesurée au centre	$0.94 \times 6 = 5.64$	$1.08 \times 5 = 5.4$

ROULEAUX OU POULIES DE TENSION

89

Détermination de la pression avec laquelle un rouleau de tension doit agir contre la courroie, afin qu'elle puisse transmettre une certaine force sans glisser.

Soit:

L la longueur totale de la courroie qui embrasse les poulies;

Ω la section de la courroie;

ϵ le module d'élasticité du cuir (tableau numéro 57);

T la tension dans la courroie quand le rouleau de tension est enlevé;

q la force en kilogrammes qui presse le rouleau de tension contre la courroie, afin qu'il y règne la plus petite tension par laquelle une force P peut être transmise;

P la force en kilogrammes qui doit être transmise de la circonférence de la poulie motrice sur la poulie conduite;

a et b les distances du centre du rouleau de tension des points dans lesquels la courroie touche les poulies.

Redenbacher, Résultats pour la construction des machines.

On a approximativement si la courroie n'est pas trop fléchie par le rouleau de tension:

$$q = 2P \sqrt{\frac{2(a+b)}{ab} \frac{L(1.5P-T)}{\Omega \varepsilon}}$$

Pour le cas où la tension $T = 0$ et $a = b$, on a:

$$q = 5P \sqrt{\frac{LP}{\Omega \varepsilon a}}$$

On peut mettre:

$$\frac{P}{\Omega} = 25, \quad \varepsilon = 400$$

et on obtient:

$$q = 1.25P \sqrt{\frac{L}{a}}$$

ROUES DENTÉES

(Pl. XVII.)

90

Détermination de toutes les dimensions des roues dentées si la force totale, contenue dans un arbre, doit être transmise par deux roues dentées sur un deuxième arbre.

a) Diamètre des arbres.

Ces diamètres sont à déterminer d'après les règles contenues dans les numéros 69 et 75.

b) Grandeur relative d'une roue.

Afin de donner des proportions convenables aux roues, il faut que les rayons de ces roues soient dans un certain rapport avec les diamètres des arbres. Nous nommerons ce rapport : la grandeur relative de la roue et nous dirons d'une roue dont la grandeur relative est par exemple 5, qu'elle est une roue quintuple relativement à un certain arbre. Si le rapport des vitesses angulaires des roues n'est pas plus grand que 5, on peut prendre pour la plus grande des deux roues une roue quintuple ou sextuple. Une roue quintuple pour les arbres verticaux, une roue sextuple pour les

arbres horizontaux. Le rayon de la grande roue doit donc être cinq fois plus grand pour des arbres verticaux et six fois plus grand pour des arbres horizontaux que le diamètre de l'arbre. Le rayon de la petite roue sera trouvé si l'on divise celui de la grande roue par le rapport des vitesses angulaires des deux roues. Si ce rapport est plus grand que cinq, il est convenable de faire le rayon de la petite roue de 1.5 à 3 fois plus grand que le diamètre de son arbre, et dans ce cas on trouve le rayon de la plus grande roue si l'on multiplie celui de la petite roue avec le rapport des vitesses angulaires des roues.

c) Dimensions et nombre des dents pour roues de machines mues par la force de l'homme ou autres moteurs.

Soit :

R le rayon d'une roue ;

d le diamètre de l'arbre de la roue ;

α l'épaisseur d'une dent de fer, mesurée au cercle diviseur ;

β la largeur de la dent ;

γ la longueur d'une dent ;

t le pas de division ;

3 le nombre des dents de la roue.

On a pour la détermination de $\alpha\beta\gamma 3$ si R et d sont donnés :

$$\frac{\beta}{d} = 1.33 \sqrt{\frac{\beta}{\alpha} \frac{d}{R}}$$

$$\frac{\gamma}{\alpha} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{t}{\alpha} = \begin{cases} 2.1 & \text{pour fer sur fer.} \\ 2.67 & \text{pour bois sur fer.} \end{cases}$$

$$3 = \begin{cases} 2.25 \left(\frac{R}{d}\right)^{\frac{3}{4}} \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\frac{1}{4}} = 3 & \left(\frac{\beta}{\alpha}\right) \left(\frac{R}{\beta}\right) \text{ pour fer sur fer.} \\ 1.79 \left(\frac{R}{d}\right)^{\frac{3}{4}} \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\frac{1}{4}} = 2.38 \left(\frac{\beta}{\alpha}\right) \left(\frac{R}{\beta}\right) & \text{pour bois sur fer.} \end{cases}$$

Les résultats, que fournissent ces formules, sont contenus dans le premier tableau ci-dessous ; il donne pour les diverses valeurs de $\frac{R}{d}$ et de $\frac{\beta}{\alpha}$ les valeurs correspondantes de $\frac{\beta}{d}$ et de 3. Pour des

roues de machines, mues par la force de l'homme, $\frac{\beta}{\alpha}$ est à prendre égal à 4 ou 5. Pour des roues, mises en mouvement par l'eau ou par la vapeur, on doit prendre pour la plupart des cas, $\frac{\beta}{\alpha} = 6$. Pour des roues de transmission, tournantes avec grande vitesse, il est convenable, pour diminuer l'usure des dents, de leur donner une grande largeur; dans ce cas il faut faire $\frac{\beta}{\alpha} = 7$ à 8.

Pour faciliter l'usage de ce tableau, on donnera les exemples suivants :

Soit à construire une roue sextuple pour un arbre de 8 centimètres de diamètre. La roue et l'arbre appartiennent à une manivelle, mise en mouvement par la force de l'homme.

Diamètre de l'arbre $d = 8$ centim.

Grandeur relative de la roue $\frac{R}{d} = 6$.

Rayon de la roue $R = 6 \times 8 = 48$ centim.

Rapport entre la largeur et l'épaisseur des dents $\frac{\beta}{\alpha} = 5$

Rapport entre la largeur des dents et le diamètre de l'arbre $\frac{\beta}{d} = 1.212$

Largeur des dents $\beta = 8 \times 1.212 = 9.696$ cent.

Nombre des dents (fer sur fer) $z = 74$.

On construira une roue quintuple pour un arbre de 16 centimètres de diamètre.

Diamètre de l'arbre $d = 16$ centim.

Grandeur relative de la roue $\frac{R}{d} = 5$

Rapport entre la largeur et l'épaisseur des dents $\frac{\beta}{\alpha} = 6$

Rapport entre la largeur des dents et le diamètre de l'arbre $\frac{\beta}{d} = 1.458$

Largeur des dents $\beta = 1.458 \times 16 = 23.3$ centim.

Nombre des dents (bois sur fer) $z = 50$.

On construira une roue de transmission pour un arbre de 12 centimètres de diamètre, tournant très rapidement.

Le diamètre de l'arbre	$d = 12$ centim.
Grandeur relative de la roue	$\frac{R}{d} = 4.5$
Rayon de la roue	$R = 4.5 \times 12 = 54$ centim.
Rapport entre la largeur et l'épaisseur des dents $\frac{\beta}{a}$	$= 7$
Rapport entre la largeur des dents et le diamètre de l'arbre	$\frac{\beta}{d} = 1.659$
Largeur des dents.	$\beta = 1.659 \times 12 = 20$ centim.
Nombre des dents (bois sur fer).	$z = 46$.

d) Détermination de l'arbre qui correspond à une roue de dimensions données.

Si la roue est donnée et si l'arbre est à chercher, on connaît : $\frac{R}{\beta} \frac{\beta}{a}$
et on trouve :

$$\frac{d}{\beta} = 0.826 \frac{\sqrt[3]{\frac{R}{\beta}}}{\sqrt[3]{\frac{\beta}{a}}}$$

$$z = \begin{cases} 3 \left(\frac{\beta}{a} \right) \left(\frac{R}{\beta} \right) & \text{pour fer sur fer.} \\ 2.38 \left(\frac{\beta}{a} \right) \left(\frac{R}{\beta} \right) & \text{pour bois sur fer.} \end{cases}$$

Les résultats, donnés pour ces formules, sont représentés dans le tableau supplémentaire au numéro 90 d

Exemple. Soit pour une roue $\beta = 20$ centimètres. $R = 100$ centimètres. $\frac{\beta}{a} = 6$. On trouve dans le tableau : $\frac{d}{\beta} = 0.771$; donc $d = 0.771 \times 20 = 15.42$ centimètres; on trouve de plus dans le tableau : $z = 90$.

Supplément au n° 90 c. Tableau des dimensions et du nombre des dents pour roues

$\frac{R}{d}$	$\frac{\beta}{\alpha} = 4$		$\frac{\beta}{\alpha} = 5$		$\frac{\beta}{\alpha} = 6$		$\frac{\beta}{\alpha} = 7$		$\frac{\beta}{\alpha} = 8$	
	$\frac{\beta}{d}$	$\frac{\beta}{d}$	$\frac{\beta}{d}$	$\frac{\beta}{d}$	$\frac{\beta}{d}$	$\frac{\beta}{d}$	$\frac{\beta}{d}$	$\frac{\beta}{d}$	$\frac{\beta}{d}$	$\frac{\beta}{d}$
1-0	2-660	5	2-967	5	3-258	6	3-519	6	3-761	6
1-5	2-172	8	2-424	9	2-660	10	2-872	11	3-071	12
2-0	1-860	13	2-076	14	2-278	15	2-460	17	2-630	18
2-5	1-682	18	1-877	20	2-060	22	2-225	24	2-378	25
3-0	1-536	23	1-714	26	1-882	29	2-032	31	2-171	33
3-5	1-422	29	1-586	33	1-741	36	1-891	39	2-010	42
4-0	1-330	36	1-484	40	1-628	44	1-760	48	1-880	51
4-5	1-254	43	1-399	48	1-530	52	1-650	57	1-774	61
5-0	1-190	50	1-328	56	1-438	62	1-574	67	1-682	71
5-5	1-134	58	1-265	65	1-358	71	1-500	77	1-602	82
6-0	1-086	66	1-212	74	1-284	81	1-437	88	1-535	94
6-5	1-048	75	1-169	83	1-231	91	1-386	99	1-481	105
7-0	1-006	83	1-122	93	1-189	102	1-331	110	1-422	118
7-5	0-971	92	1-083	103	1-153	113	1-284	122	1-373	131
8-0	0-941	102	1-049	114	1-117	125	1-245	135	1-330	144
8-5	0-912	112	1-017	125	1-086	137	1-207	148	1-290	158
9-0	0-887	122	0-990	136	1-063	148	1-172	161	1-254	168
9-5	0-863	132	0-963	147	1-030	161	1-141	174	1-220	186
10	0-841	142	0-938	159		174	1-112	188	1-188	201
		114		127		139		150		161

Supplément au n° 90 d. Tableau pour la détermination de l'arbre qui correspond à une roue de dimensions données.

R $\frac{\beta}{\alpha}$	$\frac{\beta}{\alpha} = 4$			$\frac{\beta}{\alpha} = 5$			$\frac{\beta}{\alpha} = 6$			$\frac{\beta}{\alpha} = 7$			$\frac{\beta}{\alpha} = 8$		
	$\frac{d}{\beta}$	$\frac{3}{\beta}$	bois fer	$\frac{d}{\beta}$	$\frac{3}{\beta}$	bois fer	$\frac{d}{\beta}$	$\frac{3}{\beta}$	bois fer	$\frac{d}{\beta}$	$\frac{3}{\beta}$	bois fer	$\frac{d}{\beta}$	$\frac{3}{\beta}$	bois fer
0.5	0.412	6	5	0.382	8	6	0.358	9	7	0.340	11	9	0.325	12	10
1.0	0.518	12	10	0.480	15	12	0.451	18	14	0.428	21	17	0.410	24	19
1.5	0.593	18	14	0.597	23	18	0.566	27	22	0.491	31	25	0.470	36	29
2.0	0.653	24	19	0.605	30	24	0.568	36	29	0.540	42	34	0.517	48	38
2.5	0.703	30	24	0.652	38	30	0.612	45	36	0.562	53	42	0.557	60	48
3.0	0.745	36	29	0.692	45	36	0.650	54	43	0.618	63	50	0.594	72	58
3.5	0.788	42	34	0.729	53	42	0.746	63	50	0.650	74	59	0.623	84	67
4.0	0.824	48	38	0.762	60	48	0.716	72	57	0.680	84	67	0.651	96	77
4.5	0.856	54	43	0.793	68	54	0.744	81	64	0.708	95	76	0.681	108	86
5.0	0.887	60	48	0.821	75	60	0.771	90	72	0.733	105	84	0.701	120	96
5.5	0.915	66	53	0.848	83	66	0.796	99	79	0.756	116	93	0.724	132	106
6.0	0.942	72	58	0.873	90	72	0.819	108	86	0.779	126	101	0.746	144	115
6.5	0.968	78	62	0.895	98	78	0.841	117	94	0.800	136	109	0.765	156	125
7.0	0.992	84	67	0.918	105	84	0.862	126	101	0.820	147	114	0.784	168	134
7.5	1.015	90	72	0.940	113	90	0.882	135	108	0.839	157	126	0.803	180	144
8.0	1.037	96	79	0.960	120	96	0.902	144	115	0.857	169	134	0.820	192	154
8.5	1.058	102	82	0.980	127	102	0.920	153	122	0.875	179	143	0.837	204	163
9.0	1.078	108	86	0.998	135	108	0.938	162	130	0.892	189	151	0.854	216	173
9.5	1.098	114	91	1.017	143	114	0.955	171	136	0.908	200	160	0.869	228	182
10.0	1.117	120	96	1.034	150	120	0.970	180	144	0.923	221	177	0.884	240	192

e) Dimensions du profil de l'anneau d'une roue dentée (planche XVII).

Ces dimensions peuvent être faites proportionnelles à la largeur β de la dent. Les figures 1 à 9 contiennent le rapport entre les dimensions du profil des anneaux et la largeur des dents. Les nombres proportionnels des figures 1, 3, 4, 6, 7, 9 peuvent être appliqués pour chaque rapport de $\frac{\beta}{\alpha}$. Les nombres proportionnels des figures

2, 5, 8 ne sont applicables que pour le cas ordinaire si $\frac{\beta}{\alpha} = 6$. Pour l'usage de ces figures il faut avoir égard aux explications suivantes :

Fig. 1 : Profil d'une roue cylindrique avec des dents en bois dont la largeur est plus petite que 20 centimètres.

Fig. 3 : Profil d'une roue conique avec des dents en bois dont la largeur est plus petite que 20 centimètres.

Fig. 2 : Coupe d'une roue cylindrique ou conique avec des dents en bois.

Fig. 4 : Profil d'une roue cylindrique avec des dents en fer.

Fig. 6 : Profil d'une roue conique avec des dents en fer.

Fig. 5 : Élévation d'une roue cylindrique avec des dents en fer.

Fig. 7 : Profil d'une roue cylindrique avec des dents en bois dont la largeur est plus grande que 20 centimètres.

Fig. 9 : Profil d'une roue conique avec des dents en bois pour roues à dents d'une largeur au-dessus de 20 centimètres.

Fig. 8 : Coupe d'une roue avec dents en bois.

f) Dimensions du noyau et du coin (fig. 10 à 13).

Longueur du noyau $l = \beta + 0.06 R$

Diamètre du creux du noyau $d_1 = \frac{5}{4} d$

Épaisseur du métal du noyau $\delta = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} d$

Largeur du coin $k = 0.9 \delta$

Épaisseur du coin $= \frac{1}{2} k$

g) Nombres et dimensions des bras d'une roue (fig. 10 à 13).

Le nombre des bras d'une roue est égal à la grandeur relative $\frac{R}{d}$ de la roue. Si $\frac{R}{d}$ est un nombre incomplet, on prendra pour

le nombre des bras le nombre entier le plus proche à la valeur de $\frac{R}{d}$.

Soit :

R le nombre des bras d'une roue ;

d le diamètre de l'arbre de la roue ;

h la largeur de la nervure d'un bras.

On a pour la détermination de h la formule suivante :

$$\frac{h}{d} = \frac{1.7}{\sqrt[3]{R}}$$

d'où l'on trouve :

$R =$	3	4	5	6	8	10	12
$\frac{h}{d} =$	1.18	1.08	1.00	0.94	0.86	0.79	0.75

Si h est déterminé, il faut faire :

L'épaisseur de la nervure principale $= \frac{1}{5} h$

L'épaisseur de la nervure secondaire. $= \frac{1}{6} h$

La largeur du bras, mesurée à l'anneau . . . $= \frac{3}{4} h$

Dimensions des roues qui ne transmettent qu'une partie de la force agissante sur l'arbre.

Si une partie seulement de la force qui est contenue dans un arbre est transmise sur un deuxième arbre au moyen de deux roues, on peut admettre également les règles adoptées dans le numéro ci-dessus, il faudra néanmoins prendre en place du diamètre réel de l'arbre moteur celui qui correspond à la force réellement transmise. Exemple : Il s'agit de transmettre au moyen de deux roues une force de 40 chevaux sur un arbre qui doit faire 160 tours par minute. Cette force sera prise d'un arbre qui transmet 156 chevaux-vapeur avec une vitesse de rotation de 80 tours par minute.

On a, dans cette circonstance :

$$\text{Diamètre réel de l'arbre moteur. } 16 \sqrt[3]{\frac{156}{80}} = 20 \text{ centim.}$$

$$\text{Diamètre réel de l'arbre conduit } 16 \sqrt[3]{\frac{40}{160}} = 10 \text{ centim.}$$

$$\begin{aligned} &\text{Diamètre d'un arbre de transmission pour} \\ &40 \text{ chevaux et } 80 \text{ tours par minute } 16 \sqrt[3]{\frac{40}{80}} = 13 \text{ centim.} \end{aligned}$$

Moyennant ce dernier diamètre on trouve par l'application des règles du numéro 90 :

$$\text{Rayon de la roue motrice. } 5 \times 13 = 65 \text{ centim.}$$

$$\text{Rayon de la roue conduite } \frac{1}{2} 65 = 32.5 \text{ centim.}$$

$$\text{Largeur des dents } \left(\frac{\beta}{\alpha} = 6, \frac{R}{d} = 5 \right) 1.458 \times 13 = 18.95 \text{ centim.}$$

$$\text{Nombre des dents (fer sur fer) } \begin{cases} = 62 \\ = 31 \end{cases}$$

92

Dimensions des roues, si une partie de la force, contenue dans l'arbre moteur, doit être transmise sur plusieurs axes par une roue qui engrène sur plusieurs autres.

Dans ce cas, comme dans le précédent, il est permis d'appliquer les règles du numéro 90, pourvu que l'on porte en compte les diamètres convenables. L'exemple suivant servira de concevoir la méthode pour trouver ces diamètres. Un arbre A d'une machine de 80 chevaux-vapeur fait 60 tours par minute. De cet arbre on doit transmettre par des roues dentées la force de 50 chevaux sur trois autres arbres B C D : 10 chevaux sur l'arbre B, 15 sur l'arbre C et 25 sur D. Les vitesses de ces arbres sont : pour B 60, pour C 80 et pour D 120 tours par minute. Nommons A, B, C, D, les roues des axes A B C D.

Les dimensions réelles des diamètres des arbres sont :

A	B	C	D
18	8.6	9.4	9.5 centimètres.

Les dents de la roue A doivent avoir des dimensions comme celles d'une roue qui transmet, avec une vitesse de 60 tours par minute, la force de 25 chevaux.

Pour la détermination des dents il faut donc porter en compte le diamètre d'un arbre de $16 \sqrt[3]{\frac{25}{60}} = 12$ centimètres, et on obtient :

Rayon de la roue A	$6 \times 12 = 72$	centimètres.
" " " B	$= 72$	"
" " " C	$72 \frac{60}{80} = 54$	"
" " " D	$72 \frac{60}{120} = 36$	"

Largeur des dents pour toutes les
roues $\left(\frac{\beta}{\alpha} = 6\right) 1.33 \times 12 = 15.96$ "

Nombre des dents de la roue A (fer sur fer) = 81 "

Les bras de la roue A transmettent un effet de 50 chevaux; pour la détermination des bras de la roue A il faut porter en compte un arbre de $16 \sqrt[3]{\frac{50}{60}} = 15$ centimètres, et on obtient :

Le nombre des bras de la roue A = 6.

La largeur d'un bras de la roue $15 \times 0.94 = 14.1$.

Les bras des roues BCD doivent être construits d'après les diamètres réels des arbres B, C, D.

93

Vis sans fin.

Si une vis sans fin doit être construite avec sa roue dentée, un des axes de rotation est ou donné directement ou il peut être trouvé facilement.

Soit :

d le diamètre de l'axe de la vis;

d_1 le diamètre de l'axe de la roue;

z le nombre des dents de la roue;

β la largeur et α l'épaisseur des dents;

R le rayon de la roue;

r le rayon de la vis.

On a, si R et d ou d_1 sont connus, les relations suivantes :

$$\frac{d_1}{d} = 0.6 \sqrt[3]{\beta}$$

$$\frac{R}{d} = 0.21 \beta$$

$$\frac{\beta}{d} = 2.5$$

$$\frac{r}{d} = 2$$

$$\frac{\beta}{a} = 4$$

94

Chaises de paliers (pl. XVIII, XIX, XX).

Pl. XVIII : Chaise de palier pour la transmission d'un arbre horizontal sur un arbre vertical.

Pl. XIX, fig. 1, 2, 3 : Chaise de palier pour la transmission d'un arbre vertical sur un arbre horizontal.

Pl. XX, fig. 1, 2, 3 : Chaise de palier pour des transmissions d'un arbre horizontal sur deux arbres horizontaux et sur un arbre vertical.

Pl. XX, fig. 4, 5, 6 : Chaise de palier pour une transmission d'un arbre vertical sur un arbre horizontal.

95

Leviers coudés en fer forgé (pl. XV, fig. 3).

Dans la construction d'un levier coudé on donne toujours : 1° les longueurs p, q des deux bras ; 2° l'angle α qu'ils forment entre eux ; 3° l'effort qui agit à l'extrémité de l'un des deux bras. Comme grandeurs données nous adopterons : p, q, α et la force P qui agit à l'extrémité de p . Comme grandeurs cherchées : les diamètres δ, δ_1, d des tourillons et les profils des bras. On a :

$$\delta_p = 0.12 \sqrt[3]{P}$$

$$\delta_q = \delta_p \sqrt{\frac{p}{q}}$$

$$d = \delta_p \sqrt[4]{1 + \left(\frac{p}{q}\right)^2 - 2 \left(\frac{p}{q}\right) \cos \alpha}$$

Les valeurs de la quatrième racine, avec lesquelles il faut multiplier δ_p , afin de déterminer d , peuvent être trouvées dans le tableau que voici :

Rap- port $\frac{p}{q}$	Valeur de $\sqrt[4]{1 + \left(\frac{p}{q}\right)^2 - 2 \left(\frac{p}{q}\right) \cos \alpha}$ pour						
	$\alpha = 180$	$\alpha = 150$	$\alpha = 120$	$\alpha = 90$	$\alpha = 60$	$\alpha = 30$	$\alpha = 0$
1	1.4	1.4	1.3	1.2	1.0	0.6	0.0
2	1.7	1.7	1.6	1.5	1.3	1.1	1.0
3	2.0	2.0	1.9	1.8	1.6	1.5	1.4
4	2.2	2.2	2.1	2.0	1.9	1.8	1.7
5	2.4	2.4	2.4	2.3	2.1	2.0	2.0
6	2.6	2.6	2.6	2.5	2.4	2.3	2.2
7	2.8	2.8	2.8	2.6	2.6	2.5	2.4
8	3.0	3.0	3.0	2.8	2.7	2.7	2.6
9	3.2	3.1	3.1	3.0	2.9	2.8	2.8
10	3.4	3.3	3.3	3.2	3.1	3.0	3.0

Pour le cas où il faut prendre des tourillons de deux côtés, on fait le calcul comme s'il n'était à prendre que des tourillons d'un côté, et on multiplie ensuite les diamètres par 0.7.

La formule suivante servira pour la détermination des dimensions h et b du profil de chaque bras de levier :

$$\frac{h}{\delta_p} = \sqrt[3]{\frac{6\pi}{16} \left(\frac{h}{b}\right) \left(\frac{p}{\delta_p}\right) \left(\frac{\delta_p}{c}\right)}$$

Dans cette formule c est la longueur du tourillon, donc δ_p est le diamètre.

Les résultats de cette formule sont contenus dans le tableau suivant :

Rapport $\frac{p}{\delta_p}$	Valeur de $\frac{h}{\delta_p}$			
	$\frac{h}{b} = 2$	$\frac{h}{b} = 3$	$\frac{h}{b} = 4$	$\frac{h}{b} = 5$
5	2.0	2.3	2.5	2.7
10	2.5	2.8	3.1	3.4
20	3.1	3.6	4.0	4.3
30	3.6	4.1	4.5	4.9
40	3.9	4.5	5.0	5.4
50	4.3	4.9	5.4	5.8
60	4.5	5.2	5.7	6.2
70	4.8	5.5	6.0	6.5
80	5.0	5.7	6.3	6.8
90	5.2	6.0	6.6	7.0
100	5.4	6.2	6.8	7.3

L'usage de ces tables peut être facilité par un exemple. Soit pour un levier coudé $p = 100$ centimètres, $q = 10$ centimètres, $\alpha = 120^\circ$, $P = 144$ kilogrammes. On trouvera : $\delta_p = 1.44$ centimètres, $\delta_q = 1.44 \sqrt{\frac{100}{10}} = 4.55$ centimètres. Ayant égard que $\frac{p}{q} = 10$ et $\alpha = 120^\circ$, on a d'après le premier tableau $d = 1.44 \times 3.3 = 4.75$ centimètres. Si l'on prend $\frac{h}{b} = 3$, le deuxième tableau donnera $\frac{p}{\delta_p} = \frac{100}{1.44} = 70$ et $\frac{h}{\delta_p} = 5.5$. Donc $h = 5.5 \times 1.44 = 7.92$ centimètres et $b = \frac{7.92}{3} = 2.64$ centimètres.

Manivelle et levier à manivelle (pl. XV, fig. 4, 5, 6).

Soit :

D le diamètre de l'arbre ;

d le diamètre du tourillon ou du bouton de la manivelle ;

A la longueur du bras à partir du milieu de l'arbre au milieu du tourillon.

Maintenant si A et d sont donnés et s'il faut chercher D, on obtient :

$$\frac{D}{d} = 0.9 \sqrt[3]{\frac{A}{d}} \text{ (tourillon et arbre en fer).}$$

$$\frac{D}{d} = 1.1 \sqrt[3]{\frac{A}{d}} \text{ (tourillon en fer et arbre en fonte).}$$

Si, au contraire, A et D sont donnés et si d est à chercher, on a :

$$\frac{d}{D} = 1.200 \sqrt[3]{\frac{D}{A}} \text{ (tourillon et arbre en fer).}$$

$$\frac{d}{D} = 0.877 \sqrt[3]{\frac{D}{A}} \text{ (tourillon en fer et arbre en fonte).}$$

Les résultats de ces formules sont contenus dans le tableau ci-après :

$\frac{A}{d}$	$\frac{D}{d}$		$\frac{A}{D}$	$\frac{d}{D}$	
	Arbre et tourillon en fer forgé.	Arbre en fonte, tourillon en fer forgé.		Arbre et tourillon en fer forgé.	Arbre en fonte, tourillon en fer forgé.
4	1.428	1.746	2	0.849	0.619
5	1.539	1.881	3	0.693	0.509
6	1.635	1.998	4	0.600	0.438
7	1.721	2.104	5	0.536	0.391
8	1.800	2.200	6	0.490	0.358
9	1.872	2.288	7	0.453	0.331
10	1.939	2.370	8	0.424	0.316
12	2.060	2.518	9	0.400	0.292
14	2.169	2.651	10	0.379	0.277
16	2.268	2.772	11	0.361	0.264
18	2.358	2.883	12	0.346	0.253
20	2.441	2.983	13	0.333	0.246

Les dimensions du bras pour un levier à manivelle peuvent être déterminées d'après les règles du numéro précédent. Les dimensions des bras d'une manivelle de force sont obtenues au moyen des nombres proportionnels des figures 5 et 6. La figure 5 est une manivelle en fonte; la figure 6 une manivelle en fer forgé.

97

Essieux coudés (pl. XVI, fig. 1 et 2).

Les dimensions principales des essieux coudés peuvent être déterminées d'après les règles suivantes:

a) Si la force est transmise sur un côté par torsion. Fig. 1.

Soit:

P la pression en kilogrammes contre le bouton de la manivelle (en centimètres);

r le rayon de la manivelle (en centimètres);

d le diamètre du bouton de la manivelle (en centimètres);

d₁ le diamètre du tourillon (en centimètres);

D le diamètre de l'arbre dans le palier (en centimètres);

l la distance du plan moyen de la manivelle du milieu du palier.

On a:

$$D = 0.29 \sqrt[3]{Pr} \quad \frac{d}{D} = 0.77 \sqrt[3]{\frac{l}{r}} \quad d_1 = 0.12 \sqrt[3]{\frac{l}{2} P}$$

b) Si l'essieu est symétrique, c'est-à-dire si la force est répartie également de deux côtés. Fig. 2.

Soit:

P la pression contre le bouton de la manivelle;

r le rayon de la manivelle;

d le diamètre du bouton;

D le diamètre de l'arbre dans le palier;

l la distance du plan moyen de la manivelle du milieu d'un palier.

On a:

$$D = 0.29 \sqrt[3]{\frac{l}{2} P r} \quad \frac{d}{D} = 0.97 \sqrt[3]{\frac{l}{r}}$$

Traverse (pl. XXI, fig. 1).

Plan et élévation. Si une traverse doit être construite, on donne toujours la demi-longueur A et le diamètre de la fusée d ; les autres dimensions sont à déterminer. Soit b et h la largeur et la hauteur de la traverse au milieu, on a ces dimensions par les formules :

$$\frac{h}{d} = 1.344 \sqrt[3]{\frac{A}{d}}$$

$$b = \frac{1}{3} h$$

Les résultats de ces formules sont indiqués ainsi qu'il suit :

Si $\frac{A}{d} =$	4	5	6	7	8	9	10	12	14
on a $\frac{h}{d} =$	2.13	2.30	2.44	2.57	2.69	2.80	2.90	3.08	3.24

Les dimensions secondaires peuvent être trouvées par les nombres proportionnels indiqués dans les figures.

Bielles en fer forgé (pl. XXI, fig. 2).

Les dimensions principales qu'il s'agit de déterminer sont : 1° la longueur l de la bielle; 2° le diamètre du bouton de la manivelle; 3° l'épaisseur moyenne d_1 de la bielle. La longueur l est déterminée par des relations géométriques; en général elle est 4, 5 ou 6 fois plus grande que le rayon de la manivelle. Le diamètre d doit être déterminé d'après la pression à laquelle le bouton doit résister. Si l'on connaît l et d , on trouve d_1 d'après la formule :

$$\frac{d_1}{d} = 0.229 \sqrt[3]{\frac{l}{d}}$$

Les résultats de cette formule sont :

Heddenbacher, Résultats pour la construction des machines

$$\frac{l}{d} = \begin{matrix} 12 & 16 & 20 & 24 & 28 & 32 & 36 & 40 \end{matrix}$$

$$\frac{d_1}{d} = \begin{matrix} 0.79 & 0.92 & 1.02 & 1.12 & 1.21 & 1.30 & 1.37 & 1.45 \end{matrix}$$

Les bielles à section rectangulaire ont la même résistance que celles à section circulaire, pourvu qu'on ait la relation

$$\frac{b}{d_1} = \sqrt[4]{\frac{6\pi}{32} \left(\frac{b}{a} \right)}$$

b est la petite et a la grande dimension de la section rectangulaire. La formule donne :

$$\frac{a}{b} = \begin{matrix} 1 & 1.25 & 1.50 & 2 & 2.5 & 3 & 3.5 & 4 \end{matrix}$$

$$\frac{b}{d_1} = \begin{matrix} 0.87 & 0.82 & 0.78 & 0.73 & 0.69 & 0.66 & 0.63 & 0.61 \end{matrix}$$

$$\frac{a}{d_1} = \begin{matrix} 0.87 & 1.02 & 1.17 & 1.46 & 1.73 & 1.98 & 2.21 & 2.44 \end{matrix}$$

100

Têtes de bielles pour des bielles en fer forgé (pl. XXI et XXII).

Les planches XXI, figures 3, 4, 5, et XXII, figures 1 à 9, représentent les formes les plus usitées des bielles en fer avec leurs têtes. Les mesures des détails doivent être prises proportionnellement au diamètre des tourillons ou boutons. Les nombres proportionnels n'ont pas pu être rapportés dans les dessins à cause de la petite échelle.

101

Bielles en fonte (pl. XXIII, fig. 4, 5, 6).

Les dimensions principales d'une pareille bielle sont : 1° la longueur; 2° le diamètre de l'ouverture du bouton; 3° le profil au milieu. Pour les déterminer on a la relation suivante :

Longueur l de la bielle = 5 à 6 fois le diamètre de la manivelle.

Diamètre d de l'ouverture inférieure égal au diamètre du bouton de la manivelle.

Diamètre des ouvertures dans la fourchette = 0.7 d

Hauteur de la nervure au milieu $h = \frac{1}{18}$

Epaisseur de la nervure $\left\{ \begin{array}{l} \text{ordinairement} = \frac{b}{7} = \frac{1}{136} \\ \text{en général} \dots = 12 \left(\frac{d}{T} \right) d \end{array} \right.$

Les autres dimensions subordonnées, surtout celles des têtes de la bielle, peuvent être faites proportionnellement au diamètre d du bouton.

102

Balancier (pl. XXIII, fig. 1, 2, 3).

Une machine, ayant un balancier, est généralement aussi munie d'une manivelle.

Soit :

A le rayon de la manivelle ;

d le diamètre du bouton de la manivelle. Les relations suivantes indiquent les dimensions du balancier :

Longueur totale du balancier = 6 A

Hauteur du balancier au milieu = A

Hauteur du balancier aux extrémités = $\frac{1}{3}$ A

Epaisseur de la nervure principale, fig. 3 . . $b = \frac{9}{4} A \left(\frac{d}{A} \right)^2$

Largeur horizontale de la nervure du bord . . . = 2 b

Epaisseur verticale = b

Longueur de la douille du balancier = 0.6 A

Longueur de l'axe du balancier = 1.4 A

Diamètre des tourillons à l'axe du balancier . . = 1.27 d

Diamètre des tourillons aux extrémités du balancier = 0.7 d

Distance des centres des tourillons = 4.2 d

103

Crochets à cordes de chanvre et à chaînes (pl. XXI, fig. 6, 7, 8).

Fig. 6 : Crochet à corde avec traverse mobile pour moufles.

Fig. 7 : Crochet simple à chaînes.

Fig. 8 : Crochet double à chaînes.

Si l'on veut construire un tel crochet, il faut d'abord déterminer sa forme théorique qui est représentée dans la figure 6 par une courbe ponctuée, et alors il est facile de tracer la forme réelle de manière que la résistance de chaque section devient suffisante. Pour la détermination de la forme théorique du crochet on a l'équation suivante :

$$\sin \varphi = \frac{B \pi}{16 Q} \frac{y^3}{2r + 1.25y}$$

dans laquelle signifie :

Q la charge en kilogrammes que doit porter le crochet;
 r le rayon de la courbure intérieure;
 y le diamètre du fer courbé qui forme le crochet, mesuré dans une direction qui fait avec l'axe du crochet un angle φ ;
 B un coefficient dont la valeur est : pour les crochets à cordes 1400 et pour les crochets à chaînes 2800.

Pour la pratique il convient de prendre les rapports suivants :

Fig. 6 : Crochet à cordes de chanvre. Si l'on prend pour unité de longueur le diamètre de la corde qui correspond à une charge Q, les dimensions principales du crochet sont alors :

Diamètre d'un tourillon de la traverse.	0.30
Hauteur de la traverse	1.00
Diamètre de la courbure intérieure du crochet.	1.50
Hauteur du milieu de la traverse au-dessus du centro de la courbure intérieure du crochet	3.60
Le plus grand diamètre du fer du crochet	0.91
Diamètre de la tige du crochet.	0.5

Fig. 7 : Crochet simple à chaînes. Si l'on prend pour unité de longueur le diamètre du fer de l'anneau de la chaîne, il faut faire :

Hauteur totale de l'anneau du crochet.	5.30
Diamètre de la courbure intérieure du crochet.	2.00
Le plus grand diamètre du fer du crochet	1.61
Diamètre de la tige du crochet.	1.00

Fig. 8 : Crochet double à chaînes. Si l'on prend pour unité de longueur le diamètre du fer de l'anneau de la chaîne, il faut faire :

Diamètre de la tige du crochet	1.00
Diamètre de la courbure intérieure du crochet.	1.42
Distance des centres des courbures intérieures des crochets	2.42
Le plus grand diamètre du fer du crochet	1.59

RESSORTS POUR DIFFÉRENTES APPLICATIONS

104

Ressorts pour wagons et locomotives.

Ces ressorts se composent de bandes ou feuilles d'acier, superposées et embrassées au milieu par une bride qui les maintient réunies.

S'il s'agit de la construction d'un tel ressort on connaît toujours :

- 1° La charge que le ressort doit porter;
- 2° La plus grande tension par centimètre carré que la charge doit produire;
- 3° La longueur de la plus longue des feuilles du ressort;
- 4° La largeur des feuilles qui est égale pour toutes les feuilles.

Les quantités à déterminer sont les suivantes :

- 1° L'épaisseur des feuilles qui doit être la même pour toutes les feuilles;
- 2° Le nombre des feuilles du ressort;
- 3° Les longueurs de toutes les feuilles dont se compose le ressort.

Pour la détermination de ces trois quantités on a les formules suivantes :

$$\delta = \frac{6P}{ef} \left[1 - \frac{1}{3\gamma} \right]$$

$$n = \frac{6Pl}{6b\delta^2}$$

$$l_k = l \frac{1 - \frac{k-1}{n}}{1 - \frac{k-1}{n} \frac{1}{\gamma}}$$

daus lesquelles on représente par :

2P la charge totale du ressort; P la charge sur chaque bout de la feuille supérieure;

2l la longueur totale de la feuille supérieure;

2l_k la longueur totale de la k^{me} feuille, comptée dans la direction de la plus longue à la plus courte des feuilles; k = 1 correspondant à la plus longue des feuilles;

- b la largeur commune de toutes les feuilles;
 δ l'épaisseur commune de toutes les feuilles;
 n le nombre des feuilles dont se compose le ressort;
 ε le module d'élasticité du matériel (acier) des feuilles;
 $\mathcal{E}$ la plus grande tension par centimètre carré qui doit être produite par la charge;
 f le fléchissement, c'est-à-dire l'abaissement par la charge des points extrêmes de la lame supérieure;
 γ un nombre égal ou plus grand que l'unité ou même d'une grandeur infinie.

Les ressorts que l'on obtient par ces formules ont les propriétés suivantes :

1° La plus grande tension a la même valeur dans toutes les feuilles;

2° Pendant que la charge produit le fléchissement du ressort, chaque lame reste dans toute son étendue en contact avec les lames voisines.

Si toutes les dimensions sont exprimées en centimètres et les charges en kilogrammes, on a à prendre :

Pour l'acier fondu $\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon = 20000 \\ \mathcal{E} = 4400 \end{array} \right.$

Pour les ressorts des locomotives à voyageurs $f = 4 \text{ à } 5 \text{ centimètres.}$

Pour les ressorts des locomotives à marchandises $f = 3 \text{ à } 4 \text{ centimètres.}$

Les divers ressorts qu'on obtient en prenant pour γ toutes les valeurs entre l'unité et l'infinité peuvent être divisés en trois classes :

1^{re} classe : Ressort rectangulaire.

On obtient ce ressort en mettant $\gamma = 1$. Dans ce cas on a $l_k = l$ et toutes les lames deviennent d'une longueur égale. La forme totale du ressort devient donc rectangulaire. Les équations ci-dessus donnent pour un tel ressort les expressions suivantes :

$$\delta = \frac{2}{3} \frac{\mathcal{E} l^2}{\varepsilon f}$$

$$n = \frac{6 P l}{\mathcal{E} b \delta^2}$$

$$l_k = l$$

2^e classe : Ressort trapézoïdique.

On obtient ce ressort en mettant $\gamma = \infty$. Dans ce cas les différences des longueurs de deux lames consécutives deviennent égales et la forme entière du ressort devient un trapèze.

Si $\gamma = \infty$, les équations ci-dessus donnent pour la détermination d'un tel ressort les relations suivantes :

$$\delta = \frac{\ominus l^3}{\varepsilon f}$$

$$n = \frac{6 P l}{\ominus b \delta^2}$$

$$l_k = l \left[1 - \frac{k-1}{n} \right]$$

3^e classe : Ressort hyperbolique.

On obtient ce ressort en prenant pour γ une valeur différente de 1 et de ∞ , par exemple $\gamma = \frac{3}{2}$.

Si l'on superpose les lames d'un tel ressort, les extrémités des lames se trouvent dans deux hyperboles semblables qui se coupent au milieu. Soit $\gamma = \frac{3}{2}$, on trouve :

$$\delta = \frac{7}{9} \frac{\ominus l^3}{\varepsilon f}$$

$$n = \frac{6 P l}{\ominus b \delta^2}$$

$$l_k = l \frac{3n + 3 - 3k}{3n + 2 - 2k}$$

Ressort à hélice cylindrique, exposé ou à l'extension ou à la compression.

Soit :

P la force en kilogrammes qui agit dans la direction de l'axe de l'hélice et qui produit ou une extension ou une compression du ressort ;

r le rayon de l'hélice, c'est-à-dire la distance du centre de gravité d'une section du filet de l'axe de l'hélice;

n le nombre des tours des filets dans toute l'étendue de l'hélice;

G le module d'élasticité pour la torsion des corps (tableau numéro 57, page 36);

T le coefficient de résistance contre la torsion (les valeurs de T pour la rupture par torsion se trouvent dans le tableau numéro 57, page 36);

u l'extension ou la compression de l'hélice par la force P .

Si la section du filet est un cercle d'un diamètre d , on a :

$$u = 64 \frac{P r^3 n}{G d^4}$$

$$P = \frac{T \pi d^3}{16 r}$$

Si la section du filet est un rectangle dont les côtés sont b et h , on a :

$$u = 24 \pi \frac{P r^3 n}{G (b^3 + h^3) b h}$$

$$P = \frac{1}{6} \frac{T}{r} \sqrt{b^3 + h^3} b h$$

106

Ressort à hélice cylindrique, exposé à la torsion.

Soit :

M le moment de la force qui produit la torsion de l'hélice (exprimé en centimètres et kilogrammes);

l la longueur du développement du filet de l'hélice;

ρ_0 le rayon de l'hélice quand elle n'est exposée à aucune torsion;

ρ le rayon de l'hélice quand elle est tordue par le moment M de la force extérieure;

θ l'angle de torsion qui est produite par le moment M (mesuré par l'unité du rayon);

E le module d'élasticité du matériel de l'hélice;

$\mathfrak{S}$ le coefficient de résistance contre la flexion (pour la rupture les valeurs de $\mathfrak{S}$ se trouvent dans la colonne $\mathfrak{B}$ du tableau numéro 57, page 36).

Quelle que soit la section du filet de l'hélice, on a :

$$\frac{1}{\varrho} = \frac{1}{\varrho_0} + \frac{\theta}{l}$$

Si la section du filet est un cercle d'un diamètre d , on a :

$$M = \frac{\pi}{64} \varepsilon \frac{d^4}{l} \theta = \frac{\pi}{32} \varepsilon d^4$$

Si la section du filet est un rectangle, dont b est le côté parallèle à l'axe de l'hélice, et h le côté radial, on a :

$$M = \frac{\varepsilon}{12} b h^3 \frac{\theta}{l} = \frac{\varepsilon}{6} b h^3$$

107

Ressort à hélice conique, exposé ou à la compression ou à l'extension.

Soit :

P la force en kilogrammes qui agit dans la direction de l'axe du cône de l'hélice et qui produit ou une extension ou une compression;

R le rayon de la base du cône de l'hélice;

n le nombre des tours des filets dans toute l'étendue de l'hélice;

G le module d'élasticité du matériel (tableau numéro 57, page 36);

T le coefficient de résistance contre la torsion (les valeurs de T pour la rupture se trouvent dans le tableau numéro 57, page 36);

u l'augmentation ou la diminution de la hauteur du cône par la force P .

Si la section du filet est un cercle d'un diamètre d , on a :

$$u = 16 \frac{P}{G} \frac{R^3 n}{d^4}$$

$$P = \frac{\pi T}{16} \frac{d^4}{R}$$

Si la section du filet est un rectangle, dont b et h sont les côtés, on a :

$$u = 6 \pi \frac{P R^3 n}{G b h (b^3 + h^3)}$$

$$P = \frac{T}{6} \frac{b h \sqrt{b^3 + h^3}}{R}$$

Ressort à spirale, exposé à la torsion.

Soit :

M le moment de la force qui produit la torsion du ressort (exprimé en kilogrammes et centimètres);

l la longueur du développement de la spirale;

θ l'angle de torsion que produit le moment M de la force extérieure (exprimé par l'unité du rayon);

ϵ le module d'élasticité du matériel;

$\mathcal{C}$ le coefficient de résistance contre la flexion.

Si la section du filet est un cercle d'un diamètre d, on a :

$$M = \frac{\pi \epsilon d^4}{64 l} \theta = \frac{\mathcal{C} \pi}{32} d^3$$

Si la section du filet est un rectangle, dont les côtés sont b (parallèle à l'axe de la spirale) et h (dans la direction du rayon), on a :

$$M = \frac{\epsilon}{12} b h^3 \frac{\theta}{l} = \frac{\mathcal{C}}{6} b h^2$$

Remarque.

Les résultats à l'égard de la torsion ne sont exacts que dans les cas où le centre de gravité de la ligne moyenne du filet se trouve toujours, pendant l'acte de la torsion, dans l'axe autour duquel se produit la torsion.

Tuyaux et leurs assemblages (pl. XXIV).

Les formules suivantes sont destinées à déterminer l'épaisseur des tuyaux ou tubes; δ est l'épaisseur de la paroi, d le diamètre intérieur du tuyau (en centimètres), et n la pression (exprimée en atmosphères) à laquelle les tubes doivent pouvoir résister avec une sécurité suffisante :

Tôle	$\delta = 0.00125 n d + 0.30$	} centimètres.
Fonte	$\delta = 0.00400 n d + 0.50$	
Cuivre	$\delta = 0.00200 n d + 0.10$	
Plomb.	$\delta = 0.04000 n d + 0.10$	
Zinc	$\delta = 0.02500 n d + 0.10$	
Bois	$\delta = 0.03230 n d + 2.70$	
Pierres naturelles . . .	$\delta = 0.03690 n d + 3.00$	
Pierres factices	$\delta = 0.05380 n d + 4.00$	

Les tuyaux de conduite pour l'eau et le gaz sont éprouvés à 10 atmosphères; il faut donc mettre $n = 10$, afin d'avoir une épaisseur convenable.

Des règles spéciales, dont il sera question plus loin, détermineront l'épaisseur du métal des chaudières à vapeur.

Les mesures des assemblages, qui comprennent les bords, les vis, les manchons, sont à prendre dans les formules suivantes :

Longueur d'un tube $l = 200 + 5 d$

Rebords (fig. 9).

Longueur du rebord	$1 + 1.8 \delta$
Épaisseur du rebord	$0.33 + 1.17 \delta$
Nombre des vis	$3 + \frac{d}{7}$
Diamètre d'un boulon	$0.33 + 1.17 \delta$

Manchons (fig. 10).

Longueur intérieure	$d + 2 \delta$
Diamètre intérieur	$d + 4.4 \delta$
Épaisseur du métal	1.2δ

Les assemblages les plus usités sont représentés sur la planche XXIV.

Fig. 3 : Assemblage de deux tubes en cuivre battus au moyen d'une vis en laiton.

Fig. 4 : Assemblage de deux tubes en laiton au moyen d'une vis en laiton.

Fig. 5 : Assemblage d'un tube en cuivre et d'un cylindre en métal quelconque.

Fig. 7 et 8 : Assemblage de tubes en fer forgé pour la conduite du gaz et pour le chauffage à l'eau chaude.

Fig. 9 : Assemblage de tubes en fonte pour la conduite de l'eau.

Fig. 10 : Tubes en fonte pour conduire l'eau ou le gaz; assemblage à manchons.

Fig. 11 : Assemblage mobile de deux tuyaux en fonte avec boîte à étoupe.

Fig. 12 : Assemblage mobile de deux tuyaux en fonte avec garniture en cuir.

Couvercles et boîtes à étoupe pour cylindres à vapeur et cylindres de pompes (pl. XXIV).

Fig. 2 et 6 : Boîtes à étoupe en laiton pour de petits cylindres.

Fig. 1 : Convercle avec boîte à étoupe pour de grands cylindres à vapeur et de pompes.

Pour les grands convercles on peut adopter les règles suivantes :

D le diamètre (en centimètres) du cylindre ;

δ l'épaisseur du cylindre

$$\text{Epaisseur du cylindre} \dots\dots\dots \delta = 1.5 + \frac{D}{60}$$

$$\text{Nombre des vis du couvercle} \dots\dots\dots 3 + \frac{D}{7}$$

La figure 1 indique toutes les dimensions qui sont proportionnelles à l'épaisseur δ .

Soupapes.

Les soupapes les plus usitées sont représentées sur la planche XXV.

Fig. 7, 8, 9, 10 : Soupapes coniques pour de petites ou grandes pompes.

Fig. 12 : Soupape double pour de grandes pompes.

Fig. 11 : Soupape pour de grandes machines à vapeur.

Soit dans les figures 7, 8, 9, 10 :

d le petit diamètre d'une soupape conique ;

d_1 le grand diamètre d'une soupape conique ;

h la hauteur du corps de la soupape.

Si d est donné, on a pour la détermination de d_1 et h la relation suivante :

$$d_1 = 1.2 d$$

$$h = 1.2 \text{ centimètres.}$$

Fig. 5 et 6 : Soupapes à clapet en laiton.

Fig. 13 et 14 : Soupapes à clapet en cuir.

112

Robinet en laiton ou en fonte (pl. XXV).

Fig. 1 et 2 : Coup et élévation d'un robinet de communication de deux tuyaux placés en ligne droite.

Fig. 3 et 4 : Coupe et élévation d'un robinet de communication de deux tuyaux placés à angle droit. (Les dimensions principales sont indiquées dans le dessin.)

113

Tiroirs et clapets pour la conduite du gaz, de l'air et de l'eau (pl. XXVI).

114

Piston pour machines à vapeur et pompes (pl. XXVII).

Les pistons les plus usités sont représentés sur cette planche.

a) Piston pour machines à vapeur.

Fig. 1 : Plan et coupe d'un piston à vapeur avec deux anneaux étanches superposés, en laiton ou fonte. Cette construction n'est applicable qu'aux petits pistons de 40 centimètres de diamètre.

Fig. 3 : Plan et coupe d'un piston à vapeur avec deux couches de segments superposés. Cette construction est applicable aux petites comme aux grandes dimensions. Si l'on désigne le diamètre du piston par D, la hauteur des couches de segments est :

$$4 \left(1 + \frac{D}{100} \right) \text{ centimètres.}$$

Fig. 5 : Plan et élévation d'un piston à vapeur avec garniture en chanvre. Hauteur de la garniture :

$$8 \left(1 + \frac{D}{100} \right) \text{ centimètres.}$$

b) Piston pour pompes.

Fig. 2 : Piston plongeur pour de petites pompes en laiton.

Fig. 7 : Piston pour de grandes pompes élévatoires.

Fig. 8 : Piston pour de pompes élévatoires ordinaires.

Fig. 9 : Piston pour de pompes foulantes à simple ou à double effet.

Fig. 10 : Piston pour de pompes foulantes; le corps de pompe en bois.

Fig. 11 : Piston pour de grandes pompes élévatrices à eau chaude avec garniture en chanvre.

Fig. 12 : Piston pour de petites pompes à eau chaude avec garniture en chanvre. La hauteur de la garniture ou la hauteur du piston est égale à

$$8 \left(1 + \frac{D}{100} \right) \text{ centimètres.}$$

Cette formule s'applique à toutes les dispositions précédentes.

c) Piston pour machines soufflantes.

Fig. 4 : Garniture en cuir d'un piston de soufflerie.

Fig. 6 : Garniture en chanvre d'un piston de soufflerie.

RÉSULTATS DES CALCULS

APPLICABLES A LA CONSTRUCTION DES BATIMENTS

115

Epaisseur des murs des maisons d'habitations et de fabriques.

Soit:

t la profondeur d'un bâtiment à base rectangulaire, c'est-à-dire la plus petite des dimensions de la base;

$h_1, h_2, h_3 \dots$ les hauteurs des étages (comptés de haut en bas);

$e_1, e_2, e_3 \dots$ les épaisseur des murs dans les divers étages. On a :

$$e_1 = \frac{t}{40} + \frac{h_1}{25}$$

$$e_2 = \frac{t}{40} + \frac{h_1 + h_2}{25}$$

$$e_3 = \frac{t}{40} + \frac{h_1 + h_2 + h_3}{25}$$

Si chaque étage a une hauteur de 4 mètres, les murs ont les dimensions suivantes :

Désignation des étages (comptés de haut en bas).	Epaisseur du mur si la profondeur du bâtiment est la suivante :						
	Mètres						
	6	8	10	12	14	16	18
Au 1 ^{er} étage (supérieur)	0.31	0.36	0.41	0.46	0.51	0.56	0.61
» 2 ^e »	0.47	0.52	0.57	0.62	0.67	0.72	0.77
» 3 ^e »	0.63	0.68	0.73	0.78	0.83	0.88	0.93
» 4 ^e »	0.79	0.84	0.89	0.94	0.99	1.04	1.09
» 5 ^e »	0.95	1.00	1.05	1.10	1.15	1.20	1.25
» 6 ^e »	1.11	1.16	1.21	1.26	1.31	1.36	1.41

Profils des murs soutenant la poussée des terres.

Soit pour un tel mur avec face intérieure verticale et extérieure inclinée :

h la hauteur du mur ;

b l'épaisseur supérieure ;

B l'épaisseur inférieure ;

α l'angle de la face extérieure avec la direction verticale.

On a pour la détermination de b et B les équations :

$$\frac{B}{h} = \sqrt{0.285^2 + \frac{1}{3} \tan^2 \alpha}$$

$$\frac{b}{h} = \frac{B}{h} \tan \alpha$$

Il résulte de ces équations :

pour $\tan \alpha =$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{20}$	0
$\frac{B}{h} =$	0.308	0.301	0.294	0.291	0.289	0.286	0.285
$\frac{b}{h} =$	0.108	0.135	0.169	0.191	0.206	0.236	0.285

Épaisseur des voûtes et des culées.

Dans le tableau suivant les lettres r , g , w ont la signification suivante :

r le rayon de la courbure de l'intrados au sommet. Si l'intrados est un arc de cercle ou un demi-cercle, r en est le rayon ;

g l'épaisseur de la voûte au sommet ;

w l'épaisseur de la culée. Ces épaisseurs ont été calculées dans la supposition que leurs hauteurs soient indéfinies ; les valeurs du tableau pour w donnent alors dans tous les cas une sécurité suffisante.

r	g	Voûtes en plein cintre à extrados parallèle.		Voûtes en plein cintre avec reins remplis.		Voûtes en plein cintre extradosées horizontalement.	
		$\frac{w}{r}$	w	$\frac{w}{r}$	w	$\frac{w}{r}$	w
Mètres.	Mètres.		Mètres.		Mètres.		Mètres.
0.3	0.34	1.33	0.40	1.73	0.52	1.30	0.39
0.4	0.35	1.23	0.45	1.62	0.65	1.29	0.52
0.6	0.37	1.05	0.63	1.40	0.84	1.11	0.67
0.8	0.38	0.82	0.65	1.15	0.92	0.88	0.70
1.0	0.39	0.78	0.78	1.09	1.09	0.79	0.79
1.2	0.41	0.76	0.91	1.08	1.29	0.74	0.89
1.4	0.42	0.74	1.04	1.06	1.48	0.74	1.04
1.6	0.44	0.71	1.14	1.05	1.68	0.73	1.17
1.8	0.45	0.70	1.26	1.04	1.87	0.73	1.31
2.0	0.46	0.68	1.36	1.03	2.06	0.72	1.44
2.2	0.48	0.67	1.47	1.03	2.27	0.71	1.56
2.4	0.49	0.66	1.58	1.02	2.45	0.70	1.68
2.6	0.51	0.65	1.69	1.01	2.63	0.70	1.82
2.8	0.52	0.64	1.79	1.00	2.80	0.70	1.96
3.0	0.53	0.63	1.89	1.00	3.00	0.70	2.10
3.2	0.55	0.62	1.98	1.00	3.20	0.69	2.21
3.4	0.56	0.61	2.07	1.00	3.40	0.68	2.31
3.6	0.58	0.60	2.16	0.99	3.56	0.68	2.45
3.8	0.59	0.59	2.24	0.99	3.76	0.68	2.58
4.0	0.60	0.59	2.36	0.99	3.96	0.67	2.68
4.2	0.62	0.58	2.44	0.99	4.16	0.67	2.81
4.4	0.63	0.58	2.55	0.98	4.31	0.66	2.90
4.6	0.65	0.58	2.67	0.98	4.51	0.66	3.04
4.8	0.66	0.57	2.74	0.98	4.70	0.66	3.17
5.0	0.67	0.57	2.85	0.98	4.90	0.66	3.30
5.2	0.69	0.56	2.91	0.98	5.09	0.66	3.43
5.4	0.70	0.56	3.02	0.98	5.29	0.66	3.56
5.6	0.72	0.56	3.14	0.98	5.49	0.66	3.70
5.8	0.73	0.55	3.19	0.97	5.63	0.65	3.77
6.0	0.74	0.55	3.30	0.97	5.82	0.65	3.90
6.2	0.76	0.54	3.35	0.97	6.01	0.65	4.03
6.4	0.77	0.54	3.46	0.97	6.21	0.65	4.16
6.6	0.79	0.54	3.56	0.97	6.40	0.65	4.29
6.8	0.80	0.53	3.60	0.97	6.59	0.65	4.42
7.0	0.81	0.53	3.71	0.97	6.79	0.65	4.55

118

Combles.

Les planches XXVIII et XXIX représentent diverses espèces de fermes ou combles.

119

Bâtiments de fabrique.

La planche XXX représente un profil d'un bâtiment de fabrique avec supports en forme de colonnes.

La planche XXXI représente les détails pour les constructions intérieures de ces bâtiments.

CHAPITRE IV

FROTTEMENT ENTRE DES CORPS SOLIDES

ET RAIDEUR DES CORDES

120

Lois du frottement.

On nomme frottement de glissement la résistance qui se manifeste quand deux corps solides sont pressés l'un contre l'autre, et quand l'un glisse sur l'autre.

Par de nombreuses expériences, M. A. Morin a trouvé les règles empiriques suivantes :

1° Cette résistance est indépendante de l'étendue de la surface de contact ;

2° Elle est indépendante de la vitesse avec laquelle le mouvement a lieu ;

3° Elle est proportionnelle à la pression avec laquelle les corps sont pressés les uns contre les autres.

Soit :

P cette pression (en kilogrammes) ;

F la résistance du frottement (exprimée en kilogrammes).

Alors :

$\frac{F}{P}$ est une quantité indépendante de l'étendue de la surface de contact et de la vitesse du mouvement, mais qui dépend de la nature des corps et de l'état des surfaces frottantes. On nomme ce rapport coefficient de frottement et si l'on le désigne par f , on a

$$\frac{F}{P} = f \quad F = P f \quad P = \frac{F}{f}$$

Les valeurs de f , que M. A. Morin a trouvé, pour les divers matériaux et pour les diverses circonstances accessoires, sont consignées dans les tableaux suivants :

121

Tableau des coefficients de frottement lorsque les corps ont été quelque temps en contact.

Désignation des surfaces frottantes.	Position des fibres.	Etat des surfaces.	Coefficient de frottement
Chêne sur chêne	parallèles	sans enduit	0.62
	id.	frottées de savon sec	0.44
	perpendiculaire	sans enduit	0.54
	id.	mouillées d'eau	0.71
Chêne sur orme	bois debout sur bois à plat	sans enduit	0.43
	parallèles	id.	0.38
Orme sur chêne	id.	id.	0.69
	perpendiculaire.	frottées de savon sec	0.41
Frêne, sapin, hêtre, sorbier sur chêne	parallèles	sans enduit	0.57
Cuir tanné sur chêne	parallèles	id.	0.53
	cuir posé à plat	id.	0.61
	cuir de champ	id.	0.43
Courroie de cuir noir	sur surface plane en chêne	mouillées d'eau	0.79
	sur surface ronde en chêne	id.	0.74
Natte de chanvre sur chêne . .	parallèles	id.	0.47
	id.	id.	0.56
Corde de chanvre sur chêne . .	perpendiculaire	mouillées d'eau	0.87
	id.	sans enduit	0.80
Fer forgé sur chêne	id.	id.	0.62
	id.	mouillées d'eau	0.65
Fonte sur chêne	id.	id.	0.65
Laiton sur chêne	id.	sans enduit	0.62
Cuir de hœuf pour garniture de piston sur fonte	posé à plat	mouillées d'eau	0.62
	ou de champ	avec huile, suif, etc.	0.12
Courroie sur poulie en fonte .	à plat	sans enduit	0.28
	id.	mouillées d'eau	0.38
Fonte sur fonte	id.	sans enduit	0.16
For sur fonte	id.	id.	0.19
Chêne, orme, hêtre, fer, fonte et bronze, glissant deux à deux l'un sur l'autre	id.	enduites de suif	0.10
Pierre calcaire coelithique sur calcaire coelithique	id.	enduites d'huile ou de saindoux	0.15
	id.	sans enduit	0.74

Désignation des surfaces frottantes.	Position des fibres.	Etat des surfaces.	Coefficient de frottement.
Pierre calcaire dure dite muschelkalk sur calc. oolithique		sans enduit	0.75
Brique sur calcaire oolithique.		id.	0.67
Chêne sur calcaire oolithique.	bois debout	id.	0.63
Fer sur calcaire oolithique ..		id.	0.49
Pierre calcaire dure ou muschelkalk sur muschelkalk.		id.	0.70
Pierre calc. oolith. sur muschelk.		id.	0.75
Brique		id.	0.67
Fer		id.	0.42
Chêne		id.	0.64
Pierre calcaire oolithique sur calcaire oolithique		avec enduit de mortier de trois parties de sable fin et une partie de chaux hydraulique	0.74

Tableau des coefficients de frottement pour la continuation d'un mouvement.

Désignation des surfaces frottantes.	Position des fibres.	Etat des surfaces.	Coefficient de frottement.
Chêne sur chêne	parallèles	sans enduit	0.48
	id.	frottées de savon sec	0.16
	perpendiculaire.	sans enduit	0.34
	id.	mouillées d'eau	0.25
Orme sur chêne.	bois debout sur	sans enduit	0.19
	bois à plat	id.	0.43
	parallèles	id.	0.45
	perpendiculaire.	id.	0.25
Frêne, sapin, hêtre, poirier sauvage et sorbier sur chêne. .	id.	id.	0.36 à 0.40
Fer sur chêne.	id.	id.	0.62
		mouillées d'eau	0.26
		frottées de savon sec	0.21
Fonte sur chêne	id.	sans enduit	0.49
		mouillées d'eau	0.22
		frottées de savon sec	0.19
Laiton sur chêne	id.	sans enduit	0.62
Fer sur orme	id.	id.	0.25
Fonte sur orme	id.	id.	0.20

Désignation des surfaces frottantes.	Position des fibres.	Etat des surfaces.	Coefficient de frottement.
Controie sur chêne	parallèles	sans enduit	0.27
Cuir tanné sur chêne	à plat ou de champ	id.	0.30 à 0.35
		mouillées d'eau	0.29
		sans enduit	0.50
		mouillées d'eau	0.36
Cuir tanné sur fonte ou bronze	id.	onctueuses et mouil- lées d'eau	0.23
		enduites d'huile	0.15
Chanvre en brin ou en corde	parallèles	sans enduit	0.52
sur chêne	perpendiculaire.	mouillées d'eau	0.33
Chêne et orme sur fonte . . .	parallèles	sans enduit	0.38
Poirier sauvage sur fonte . . .	id.	id.	0.44
Fer sur fer	id.	id.	(1)
Fer sur fonte et sur bronze . .	id.	id.	0.18
Fonte sur fonte et sur bronze .	id.	id.	0.15
Bronze { sur bronze	id.	id.	0.20
sur fonte	id.	id.	0.22
sur fer	id.	id.	0.16
Chêne, orme, hêtre, poirier sau- vage, fonte, fer, acier et bronze, glissant l'un sur l'au- tre ou sur eux-mêmes	id.	graissées de la ma- nière ordinaire avec enduit de suif, saindoux, huile, etc légèrement on- ctueuses au toucher	0.07 à 0.08 0.15
Pierre calcaire oolithique sur calcaire oolithique	id.	sans enduit	0.64
Muschelkalk sur calcaire oolith.	id.	id.	0.67
Brique " "	id.	id.	0.65
Chêne " "	bois debout	id.	0.38
Fer forgé " "	parallèles	id.	0.38
Muschelkalk s. muschelkalk	id.	id.	0.69
Pierre calo. oolith. " "	id.	id.	0.65
Brique " "	id.	id.	0.60
Chêne " "	bois debout	id.	0.38
Fer forgé " "	parallèles	id.	0.24
		mouillées d'eau	0.30

(1) Les surfaces grappent

Tableau des coefficients de frottement des tourillons et arbres qui tournent dans des paliers.

Indication des surfaces frottantes.	Etat des surfaces.	Coefficient de frotte- ment lorsque l'enduit est renouvelé	
		à la manière or- dinaire.	d'une manière continue.
Tourillons en fonte sur coussinets ou pa- liers en fonte. . . .	enduites d'huile d'olive, de saindoux, de suif ou de cambouis mou.	0'07 à 0'08	0'054
	avec les mêmes enduits et mouillées d'eau	0'08	—
	onctueuses	0'14	—
	onctueuses et mouillées d'eau. enduites d'huile d'olive, de saindoux, de suif ou de cam- bouis mou	0'14	—
	onctueuses	0'18	—
Tourillons en fonte sur paliers en bronze	onctueuses et mouillées d'eau. très-peu onctueuses.	0'07 à 0'08	0'054
	sans enduit	0'18	—
	enduites d'huile ou de saindoux onctueuses d'huile ou de saindoux onctueuses d'un mélange de saindoux et de plombagine .	0'16 0'16 0'19	0'090 —
	enduites d'huile d'olive, de suif, de saindoux ou de cam- bouis mou	0'18	—
	onctueuses d'un mélange de saindoux et de plombagine .	0'14	—
Tourillons en fer forgé sur paliers en fonte	enduites d'huile d'olive, de suif, de saindoux ou de cam- bouis mou	0'07 à 0'08	0'054
	enduites d'huile d'olive, de suif ou de saindoux.	0'07 à 0'08	0'054
	enduites de cambouis ferme. .	0'09	—
	onctueuses et mouillées d'eau. très-peu onctueuses.	0'19 0'25	—
	enduites d'huile ou de saindoux onctueuses.	0'11 0'19	—
Tourillons en fer sur paliers en bois de gaïac	enduites d'huile	0'10	—
	enduites de saindoux.	0'09	—
	enduites d'huile ou de suif . .	—	0'045 à 0'052
	enduites de saindoux.	0'12	—
	onctueuses.	0'15	—
Tourillons en bois de gaïac sur paliers en fonte	enduites de saindoux.	—	0'07
	enduites de saindoux.	—	0'07

124

Perte de travail par le frottement des tourillons cylindriques horizontaux.

Soit :

d le diamètre du tourillon (en centimètres);

P la pression du tourillon contre le coussinet du palier (en kilogrammes);

f le coefficient de frottement;

e la perte de travail, qui naît du frottement du tourillon;

n le nombre des tours du tourillon par minute.

On a :

$$e = \frac{n d P f}{1910} \text{ kilogrammes-mètres.}$$

125

Perte de travail par le frottement des tourillons cylindriques verticaux.

Soit :

P la pression qui agit dans une direction perpendiculaire à l'axe du tourillon;

P₁ la pression dans la direction de l'axe du tourillon;

n, d, f, e, comme au numéro 124.

On a :

$$e = \frac{n d f}{1910} \left(P + \frac{2}{3} P_1 \right) \text{ kilogrammes-mètres.}$$

126

Perte de travail par le frottement d'un tourillon conique.

P la pression (en kilogrammes) qui agit dans la direction de l'axe du cône;

β l'angle entre le côté et l'axe du cône;

f, n, e, comme au numéro 124.

On a :

$$e = \frac{2}{3} \cdot \frac{P}{1910} \frac{n d f}{\sin \beta} \text{ kilogrammes-mètres.}$$

127

Perte de travail par le frottement d'un tourillon demi-sphérique.

Soit :

P la pression qui agit dans la direction de l'axe de l'arbre;

d le diamètre de la sphère du tourillon (en centimètres);

f, n, e, comme au numéro 124.

On a :

$$e = \frac{n d P f}{1910} \text{ kilogrammes-mètres.}$$

128

Frottement sur un plan incliné.

Soit :

Q le poids du corps;

α l'angle d'inclinaison du plan incliné contre l'horizon;

P la force (en kilogrammes) qui est nécessaire pour faire monter ce corps le long du plan incliné;

p la force nécessaire pour empêcher le glissement du corps le long du plan incliné;

β l'angle que fait la direction de la force P ou p avec le plan incliné;

f le coefficient de frottement.

On a :

$$P = Q \frac{\sin \alpha + f \cos \alpha}{\cos \beta + f \sin \beta}$$

$$p = Q \frac{\sin \alpha - f \cos \alpha}{\cos \beta - f \sin \beta}$$

129

Frottement d'une vis.

Dans l'emploi d'une vis avec écrou il y a frottement en deux endroits. 1° Le frottement entre le filet et l'écrou. 2° Le frottement de la partie qui se meut (filet ou écrou) contre une certaine surface de résistance, ordinairement annulaire.

Soit :

Q la force avec laquelle la vis et l'écrou sont pressés l'un contre l'autre dans la direction de leurs axes;

P , les forces qui agissent à la circonférence extérieure du pas de vis, afin de vaincre les résistances des frottements et la résistance principale Q ;

α l'angle d'inclinaison du filet de vis;

β pour une vis à filets triangulaires la moitié de l'angle de l'arête du filet;

D le diamètre de la vis;

d_1, d_0 les diamètres extérieur et intérieur de la surface annulaire de contact entre la partie tournante et la surface résistante;

f, f_1 les coefficients correspondants aux frottements.

On a approximativement:

Pour les vis à filets rectangulaires:

$$P = Q \frac{\tan \alpha + f}{1 - f \tan \alpha}$$

Pour les vis à filets triangulaires:

$$P = Q \frac{\tan \alpha \cos \beta + f}{\cos \beta - f \tan \alpha}$$

$$P_1 = \frac{2}{3} \frac{Q}{D} \frac{d_1^3 - d_0^3}{d_1^2 - d_0^2} f_1$$

Frottement d'une vis sans fin.

La force P , qui doit agir à la circonférence d'une vis sans fin pour vaincre la résistance Q , qui agit à la circonférence de la roue, et le frottement entre le filet de vis et les dents de la roue, cette force est approximativement:

Pour les vis à filets rectangulaires:

$$P = Q \frac{\tan \alpha + f}{1 - f \tan \alpha}$$

Pour les vis à filets triangulaires:

$$P = Q \frac{\tan \alpha \cos \beta + f}{\cos \beta - f \tan \alpha}$$

α et β ont la même signification comme dans le numéro précédent.

Frottement des roues dentées.

Soit:

Q la force qui agit à la circonférence des roues;

M le nombre des dents de la grande et de la petite roue;

R le rayon de la grande roue (en mètres);

n le nombre des tours de la roue R dans une minute;

α pour des roues coniques l'angle entré les axes;

f le coefficient de frottement qui correspond à la surface des dents frottantes;

F la force (en kilogrammes) qui doit agir à la circonférence des roues pour vaincre le frottement des dents;

e l'effet (en kilogrammes-mètres) nécessaire pour vaincre le frottement.

On a approximativement:

a) Pour les roues cylindriques avec engrenage extérieur:

$$F = f Q \pi \left(\frac{1}{M} + \frac{1}{m} \right)$$

$$e = 0.1047 n R f Q \pi \left(\frac{1}{M} + \frac{1}{m} \right)$$

b) Pour les roues cylindrique avec engrenage intérieur:

$$F = f Q \pi \left(\frac{1}{m} - \frac{1}{M} \right)$$

$$e = 0.1047 n R f Q \pi \left(\frac{1}{m} - \frac{1}{M} \right)$$

c) Pour les roues coniques avec engrenage extérieur:

$$F = f Q \pi \sqrt{\frac{1}{m^2} + \frac{1}{M^2} + \frac{2}{M m} \cos \alpha}$$

$$e = 0.1047 n R f Q \pi \sqrt{\frac{1}{m^2} + \frac{1}{M^2} + \frac{2}{M m} \cos \alpha}$$

Frottement d'une corde sur un cylindre en repos.

Soit :

s la longueur de l'arc le long duquel le cylindre est touché par la corde ;

r le rayon du cylindre ;

f le coefficient de frottement ;

$e = 2.718$ la base des logarithmes naturels ;

Q la résistance ou la charge qui agit à une des extrémités de la corde ;

P la force qui doit agir à l'autre bout de la corde pour vaincre la résistance Q ainsi que le frottement qui agit à la surface du cylindre.

On a :

$$P = Q e^{f \frac{s}{r}}$$

Frottement d'un arbre de transmission horizontal.

Soit :

E l'effet (en kilogrammes-mètres) que l'arbre doit transmettre ;

e l'effet (en kilogrammes-mètres) nécessaire pour vaincre le frottement qui résulte du poids de l'arbre ;

L la longueur de l'arbre (en mètres) ;

f le coefficient de frottement pour le contact entre l'arbre et les coussinets.

Si le diamètre de l'arbre est calculé d'après les règles du numéro 69, on a :

$$\frac{e}{E} = \frac{1}{60} L f$$

Relativement à la perte de travail, qui est due seulement au poids d'un arbre, un arbre fort et tournant lentement est égal à un arbre faible tournant avec rapidité.

Perte de travail d'une transmission avec poulies et courroies.

Soit :

d, d_1 les diamètres des deux arbres ;

D , les diamètres des poulies;

E l'effet (en kilogrammes-mètres) qui est transmis d'un axe sur un autre au moyen de poulies et de courroies;

f le coefficient de frottement pour le mouvement des axes dans les coussinets;

e le travail (en kilogrammes-mètres) nécessaire pour vaincre le frottement qui résulte de la pression avec laquelle les axes agissent sur les paliers par suite de la tension qui règne dans les courroies.

On a, si la force totale, contenue dans l'arbre moteur, est transmise à l'arbre conduit, et si la tension de la courroie est suffisante pour empêcher le glissement de la courroie :

$$\frac{e}{E} = 3 f \left(\frac{d}{D} + \frac{d_1}{D_1} \right)$$

135

Raideur des cordes.

Le calcul exact de la résistance qui est produite par la raideur des cordes est trop compliqué pour la pratique; approximativement on trouve cette résistance par les formules suivantes :

Pour cordes en chanvre :

$$0.26 Q \frac{\delta^3}{D} \text{ kilogrammes.}$$

Pour cordes en fil de fer :

$$0.58 Q \frac{\delta^3}{D} \text{ kilogrammes.}$$

Notations :

Q est la tension qui existe dans le brin de la corde qui s'enroule;

δ le diamètre de la corde (en centimètres);

D le diamètre de la poulie (en centimètres).

On trouve la valeur de la force qu'il faut employer dans le brin qui déroule, pour vaincre la résistance Q et la raideur de la corde, par les formules suivantes :

Pour cordes en fil de fer :

$$Q \left(1 + 0.26 \frac{\delta^3}{D} \right) \text{ kilogrammes.}$$

Pour cordes en fil de fer :

$$Q \left(1 + 0.58 \frac{\delta^3}{D} \right) \text{ kilogrammes.}$$

Expression approximative de $\sqrt{x^2 + y^2}$.

Le calcul des résistances, qui se manifestent dans des machines composées, est souvent très-compiqué parce qu'on est conduit à des expressions de la forme de $\sqrt{x^2 + y^2}$; il est donc à désirer, dans de pareils calculs, de trouver pour le radical une expression de la forme : $\alpha x + \beta y$. Si les limites des valeurs du rapport $\frac{x}{y}$ sont connues, on peut trouver les valeurs des coefficients α et β d'après la méthode des moindres carrés.

Soit : $\text{tang } \varphi_1$ et $\text{tang } \varphi_0$ le maximum et le minimum des valeurs de $\frac{x}{y}$, on trouve les valeurs de α et β , par lesquelles la différence $\sqrt{x^2 + y^2} - (\alpha x + \beta y)$ entre l'expression vraie et celle approximative devient un minimum, au moyen des expressions suivantes :

$$\alpha = 2 \frac{\cos \varphi_0 - \cos \varphi_1}{\varphi_1 - \varphi_0 + \sin (\varphi_1 - \varphi_0)}$$

$$\beta = 2 \frac{\sin \varphi_1 - \sin \varphi_0}{\varphi_1 - \varphi_0 + \sin (\varphi_1 - \varphi_0)}$$

Si donc on sait que

$$\frac{x}{y} > \text{tang } \varphi_0, \quad \frac{x}{y} < \text{tang } \varphi_1,$$

on peut poser :

$$\sqrt{x^2 + y^2} = 2 \frac{\cos \varphi_0 - \cos \varphi_1}{\varphi_1 - \varphi_0 + \sin (\varphi_1 - \varphi_0)} x + 2 \frac{\sin \varphi_1 - \sin \varphi_0}{\varphi_1 - \varphi_0 + \sin (\varphi_1 - \varphi_0)} y$$

Ordinairement on ne sait des deux valeurs de x et de y que laquelle en est la plus grande. Soit :

$$y > x$$

on a :

$$\begin{aligned} \text{tang } \varphi_0 &= 0 & \text{tang } \varphi_1 &= 1 \\ \varphi_0 &= 0 & \varphi_1 &= \frac{\pi}{4} \end{aligned}$$

et on trouve :

$$\sqrt{x^2 + y^2} = 0.393 x + 0.947 y$$

Ces formules ne servent pour la simplification des calculs que quand x et y sont des expressions qui contiennent les quantités à chercher ou quand x et y elles-mêmes sont les valeurs à chercher.

137

Moufles.

Soit :

δ le diamètre de la corde (en centimètres);

d le diamètre de l'axe sur lequel tournent les poulies;

D le diamètre des poulies;

f le coefficient de frottement des poulies sur l'axe;

n le nombre des poulies d'un moufle;

Q le poids, suspendu au moufle, qui doit être soulevé;

P la force (en kilogrammes) qui doit agir à l'extrémité libre de la corde pour soulever le poids;

T la tension (en kilogrammes) de la corde intérieure, attachée au moufle immobile.

On a :

$$\frac{Q}{P} = \frac{K^{2n} - 1}{K^{2n}(K - 1)}$$

$$T = \frac{P}{K^{2n}}$$

$$K = 1 + 0.26 \frac{\delta^2}{D} + 2 f \frac{d}{D}$$

Soit : $\delta = 3$, $d = 5$, $D = 27$, $f = 0.16$, on a : $K = 1.15$, et on trouve :

$n =$	2	3	4	5	6	7	8
$\frac{Q}{2nP}$	0.75	0.63	0.56	0.50	0.45	0.40	0.37
$\frac{T}{P}$	0.57	0.43	0.33	0.25	0.18	0.14	0.10

Les proportions principales pour les moufles sont :

a) Moufles à cordes.

Nombre des poulies d'un moufle . . n =	2	3	4
Diamètre de la corde (en centimètres) . .	δ	δ	δ
Diamètre des poulies	7δ	7δ	7δ
P la force de traction à l'extrémité libre de la corde	81δ ³	81δ ³	81δ ³
Q la charge qui peut être suspendue au moufle avec sécurité	243δ ³	308δ ³	365δ ³
Diamètre des tourillons de la traverse du grand crochet et diamètre de l'axe sur lequel tournent les poulies	0.9δ	1.1δ	1.2δ

b) Moufles à chaînes.

Nombre des poulies d'un moufle . . n =	2	3	4
Diamètre du fer d'un chaînon	δ	δ	δ
Diamètre des poulies	21δ	21δ	21δ
Force de traction à l'extrémité libre de la chaîne	576δ ³	576δ ³	576δ ³
Charge qui peut être soulevée avec sécurité	1728δ ³	2177δ ³	2534δ ³
Diamètre des tourillons de la traverse du grand crochet et diamètre de l'axe sur lequel tournent les poulies	3.5δ	4δ	4.3δ

CHAPITRE V

RÉSULTATS DES CALCULS

RELATIFS A L'HYDRAULIQUE

(Pl. XXXII.)

(Toutes les dimensions sont exprimées en mètres.)

ÉCOULEMENT DE L'EAU

138

Vitesse avec laquelle l'eau s'écoule d'un orifice de mince paroi.

Il s'agit de distinguer ici plusieurs cas :

a) L'orifice débouche à l'air libre dans une paroi latérale (fig. 4). Dans ce cas $\sqrt{2gh}$ est la vitesse avec laquelle une molécule d'eau sort de l'orifice en un point dont la profondeur au-dessous du niveau d'eau est h ; $\sqrt{2gH}$ est la vitesse moyenne de l'écoulement, et H est la profondeur du centre de gravité de l'orifice au-dessous du niveau d'eau. La première règle est exacte, la seconde n'est qu'approximative; mais l'approximation est d'autant plus grande que les dimensions de l'orifice sont petites comparativement à h .

b) L'orifice se trouve au fond et débouche dans l'air libre (fig. 5). La vitesse, avec laquelle l'eau sort en un point quelconque de l'orifice, de même que la vitesse moyenne d'écoulement, sont approximativement $\sqrt{2gh}$. Cette règle est d'autant plus exacte que les dimensions de l'orifice sont petites comparativement à h .

c) L'orifice noyé (fig. 6). Si l'on désigne par h la hauteur du niveau d'eau supérieur sur le niveau d'eau inférieur, la vitesse d'écoulement en un point quelconque de l'orifice, ainsi que la vitesse moyenne, sont exprimées par $\sqrt{2gh}$.

Redtenbacher, Résultats pour la construction des machines.

Table des vitesses d'écoulement et des hauteurs correspondantes.

La table suivante contient une série de vitesses de 0·01 à 9·64 mètres et les hauteurs correspondantes.

Vitesse.	Hauteur correspon- dante.	Vitesse.	Hauteur correspon- dante.	Vitesse.	Hauteur correspon- dante.	Vitesse.	Hauteur correspon- dante.
Mètres.	Mètres.	Mètres	Mètres.	Mètres	Mètres	Mètres.	Mètres.
0·01	0·00001	0·40	0·00816	0·79	0·0318	1·18	0·0710
0·02	0·00002	0·41	0·00860	0·80	0·0326	1·19	0·0722
0·03	0·00005	0·42	0·00900	0·81	0·0334	1·20	0·0734
0·04	0·00009	0·43	0·00940	0·82	0·0343	1·21	0·0746
0·05	0·00013	0·44	0·00980	0·83	0·0351	1·22	0·0758
0·06	0·00019	0·45	0·01030	0·84	0·0360	1·23	0·0771
0·07	0·00026	0·46	0·01080	0·85	0·0368	1·24	0·0783
0·08	0·00034	0·47	0·01120	0·86	0·0377	1·25	0·0797
0·09	0·00043	0·48	0·01170	0·87	0·0386	1·26	0·0809
0·10	0·00051	0·49	0·01220	0·88	0·0395	1·27	0·0822
0·11	0·00062	0·50	0·01270	0·89	0·0404	1·28	0·0835
0·12	0·00074	0·51	0·0132	0·90	0·0413	1·29	0·0848
0·13	0·00087	0·52	0·0138	0·91	0·0422	1·30	0·0861
0·14	0·00101	0·53	0·0143	0·92	0·0431	1·31	0·0875
0·15	0·00115	0·54	0·0148	0·93	0·0441	1·32	0·0888
0·16	0·00131	0·55	0·0154	0·94	0·0450	1·33	0·0901
0·17	0·00148	0·56	0·0160	0·95	0·0460	1·34	0·0915
0·18	0·00166	0·57	0·0165	0·96	0·0470	1·35	0·0929
0·19	0·00185	0·58	0·0171	0·97	0·0480	1·36	0·0943
0·20	0·00204	0·59	0·0177	0·98	0·0490	1·37	0·0957
0·21	0·00225	0·60	0·0184	0·99	0·0500	1·38	0·0970
0·22	0·00247	0·61	0·0190	1·00	0·0510	1·39	0·0984
0·23	0·00270	0·62	0·0196	1·01	0·0520	1·40	0·0999
0·24	0·00294	0·63	0·0202	1·02	0·0530	1·41	0·1013
0·25	0·00319	0·64	0·0209	1·03	0·0541	1·42	0·1028
0·26	0·00345	0·65	0·0215	1·04	0·0551	1·43	0·1042
0·27	0·00372	0·66	0·0222	1·05	0·0562	1·44	0·1057
0·28	0·00400	0·67	0·0229	1·06	0·0573	1·45	0·1072
0·29	0·00429	0·68	0·0236	1·07	0·0584	1·46	0·1086
0·30	0·00459	0·69	0·0243	1·08	0·0595	1·47	0·1101
0·31	0·00490	0·70	0·0250	1·09	0·0606	1·48	0·1116
0·32	0·00522	0·71	0·0257	1·10	0·0617	1·49	0·1131
0·33	0·00555	0·72	0·0264	1·11	0·0628	1·50	0·1147
0·34	0·00589	0·73	0·0272	1·12	0·0639	1·51	0·1162
0·35	0·00624	0·74	0·0279	1·13	0·0651	1·52	0·1177
0·36	0·00660	0·75	0·0287	1·14	0·0662	1·53	0·1193
0·37	0·00697	0·76	0·0295	1·15	0·0674	1·54	0·1209
0·38	0·00735	0·77	0·0302	1·16	0·0686	1·55	0·1225
0·39	0·00775	0·78	0·0310	1·17	0·0698	1·56	0·1241

Vitesse.	Hauteur correspon- dante.	Vitesse.	Hauteur correspon- dante.	Vitesse	Hauteur correspon- dante.	Vitesse.	Hauteur correspon- dante.
Mètres.	Mètres.	Mètres	Mètres.	Mètres.	Mètres	Mètres	Mètres
1.57	0.1257	2.01	0.2059	2.45	0.3060	2.89	0.4257
1.58	0.1273	2.02	0.2080	2.46	0.3085	2.90	0.4287
1.59	0.1289	2.03	0.2100	2.47	0.3110	2.91	0.4316
1.60	0.1305	2.04	0.2121	2.48	0.3135	2.92	0.4346
1.61	0.1321	2.05	0.2142	2.49	0.3160	2.93	0.4376
1.62	0.1337	2.06	0.2163	2.50	0.3186	2.94	0.4406
1.63	0.1354	2.07	0.2184	2.51	0.3211	2.95	0.4436
1.64	0.1371	2.08	0.2205	2.52	0.3237	2.96	0.4466
1.65	0.1388	2.09	0.2226	2.53	0.3263	2.97	0.4497
1.66	0.1405	2.10	0.2248	2.54	0.3289	2.98	0.4526
1.67	0.1422	2.11	0.2269	2.55	0.3315	2.99	0.4557
1.68	0.1440	2.12	0.2291	2.56	0.3341	3.00	0.4588
1.69	0.1456	2.13	0.2313	2.57	0.3367	3.01	0.4618
1.70	0.1473	2.14	0.2334	2.58	0.3393	3.02	0.4649
1.71	0.1490	2.15	0.2356	2.59	0.3419	3.03	0.4680
1.72	0.1508	2.16	0.2378	2.60	0.3446	3.04	0.4711
1.73	0.1525	2.17	0.2400	2.61	0.3472	3.05	0.4742
1.74	0.1543	2.18	0.2422	2.62	0.3499	3.06	0.4773
1.75	0.1561	2.19	0.2444	2.63	0.3526	3.07	0.4804
1.76	0.1579	2.20	0.2467	2.64	0.3553	3.08	0.4835
1.77	0.1597	2.21	0.2490	2.65	0.3580	3.09	0.4866
1.78	0.1615	2.22	0.2512	2.66	0.3607	3.10	0.4899
1.79	0.1633	2.23	0.2535	2.67	0.3634	3.11	0.4930
1.80	0.1651	2.24	0.2557	2.68	0.3661	3.12	0.4962
1.81	0.1670	2.25	0.2580	2.69	0.3688	3.13	0.4994
1.82	0.1688	2.26	0.2603	2.70	0.3716	3.14	0.5026
1.83	0.1707	2.27	0.2626	2.71	0.3744	3.15	0.5058
1.84	0.1726	2.28	0.2649	2.72	0.3771	3.16	0.5090
1.85	0.1745	2.29	0.2673	2.73	0.3799	3.17	0.5122
1.86	0.1763	2.30	0.2696	2.74	0.3827	3.18	0.5155
1.87	0.1782	2.31	0.2720	2.75	0.3855	3.19	0.5187
1.88	0.1801	2.32	0.2743	2.76	0.3883	3.20	0.5220
1.89	0.1820	2.33	0.2767	2.77	0.3911	3.21	0.5252
1.90	0.1840	2.34	0.2791	2.78	0.3939	3.22	0.5285
1.91	0.1859	2.35	0.2815	2.79	0.3967	3.23	0.5318
1.92	0.1878	2.36	0.2839	2.80	0.3996	3.24	0.5351
1.93	0.1898	2.37	0.2863	2.81	0.4025	3.25	0.5384
1.94	0.1918	2.38	0.2887	2.82	0.4054	3.26	0.5417
1.95	0.1938	2.39	0.2911	2.83	0.4082	3.27	0.5450
1.96	0.1958	2.40	0.2936	2.84	0.4111	3.28	0.5484
1.97	0.1978	2.41	0.2960	2.85	0.4140	3.29	0.5517
1.98	0.1998	2.42	0.2985	2.86	0.4169	3.30	0.5551
1.99	0.2018	2.43	0.3010	2.87	0.4198	3.31	0.5585
2.00	0.2039	2.44	0.3034	2.88	0.4228	3.32	0.5618

Vitesse.	Hauteur correspon- dante.	Vitesse.	Hauteur correspon- dante.	Vitesse.	Hauteur correspon- dante.	Vitesse.	Hauteur correspon- dante.
Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.
3.33	0.5652	3.77	0.7245	4.21	0.9035	4.65	1.1022
3.34	0.5686	3.78	0.7283	4.22	0.9078	4.66	1.1069
3.35	0.5721	3.79	0.7322	4.23	0.9121	4.67	1.1117
3.36	0.5755	3.80	0.7361	4.24	0.9164	4.68	1.1164
3.37	0.5789	3.81	0.7400	4.25	0.9207	4.69	1.1212
3.38	0.5823	3.82	0.7438	4.26	0.9251	4.70	1.1260
3.39	0.5858	3.83	0.7478	4.27	0.9294	4.71	1.1308
3.40	0.5893	3.84	0.7517	4.28	0.9337	4.72	1.1356
3.41	0.5927	3.85	0.7556	4.29	0.9381	4.73	1.1404
3.42	0.5962	3.86	0.7595	4.30	0.9425	4.74	1.1452
3.43	0.5997	3.87	0.7634	4.31	0.9469	4.75	1.1501
3.44	0.6032	3.88	0.7674	4.32	0.9513	4.76	1.1549
3.45	0.6067	3.89	0.7713	4.33	0.9557	4.77	1.1598
3.46	0.6102	3.90	0.7753	4.34	0.9601	4.78	1.1647
3.47	0.6138	3.91	0.7793	4.35	0.9646	4.79	1.1695
3.48	0.6173	3.92	0.7833	4.36	0.9690	4.80	1.1744
3.49	0.6209	3.93	0.7873	4.37	0.9734	4.81	1.1793
3.50	0.6244	3.94	0.7913	4.38	0.9779	4.82	1.1842
3.51	0.6280	3.95	0.7953	4.39	0.9823	4.83	1.1891
3.52	0.6316	3.96	0.7993	4.40	0.9869	4.84	1.1941
3.53	0.6352	3.97	0.8034	4.41	0.9913	4.85	1.1990
3.54	0.6388	3.98	0.8074	4.42	0.9958	4.86	1.2040
3.55	0.6424	3.99	0.8115	4.43	1.0003	4.87	1.2090
3.56	0.6460	4.00	0.8156	4.44	1.0048	4.88	1.2139
3.57	0.6497	4.01	0.8197	4.45	1.0094	4.89	1.2189
3.58	0.6533	4.02	0.8238	4.46	1.0140	4.90	1.2239
3.59	0.6569	4.03	0.8279	4.47	1.0185	4.91	1.2289
3.60	0.6606	4.04	0.8320	4.48	1.0231	4.92	1.2339
3.61	0.6643	4.05	0.8361	4.49	1.0276	4.93	1.2389
3.62	0.6680	4.06	0.8402	4.50	1.0322	4.94	1.2440
3.63	0.6717	4.07	0.8444	4.51	1.0368	4.95	1.2490
3.64	0.6754	4.08	0.8485	4.52	1.0414	4.96	1.2541
3.65	0.6791	4.09	0.8527	4.53	1.0460	4.97	1.2591
3.66	0.6828	4.10	0.8569	4.54	1.0507	4.98	1.2642
3.67	0.6866	4.11	0.8611	4.55	1.0553	4.99	1.2693
3.68	0.6903	4.12	0.8653	4.56	1.0599	5.00	1.2744
3.69	0.6940	4.13	0.8695	4.57	1.0646	5.01	1.2795
3.70	0.6978	4.14	0.8737	4.58	1.0692	5.02	1.2846
3.71	0.7016	4.15	0.8779	4.59	1.0739	5.03	1.2897
3.72	0.7054	4.16	0.8821	4.60	1.0786	5.04	1.2948
3.73	0.7092	4.17	0.8864	4.61	1.0833	5.05	1.3000
3.74	0.7130	4.18	0.8906	4.62	1.0880	5.06	1.3051
3.75	0.7168	4.19	0.8949	4.63	1.0927	5.07	1.3103
3.76	0.7206	4.20	0.8992	4.64	1.0974	5.08	1.3155

Vitesse.	Hauteur correspon- dante.	Vitesse	Hauteur correspon- dante.	Vitesse.	Hauteur correspon- dante.	Vitesse.	Hauteur correspon- dante.
Mètres	Mètres	Mètres.	Mètres	Mètres	Mètres	Mètres.	Mètres
5'09	1'3206	5'53	1'5588	5'97	1'8168	6'41	2'0945
5'10	1'3258	5'54	1'5645	5'98	1'8229	6'42	2'1010
5'11	1'3311	5'55	1'5701	5'99	1'8290	6'43	2'1075
5'12	1'3363	5'56	1'5758	6'00	1'8351	6'44	2'1141
5'13	1'3315	5'57	1'5815	6'01	1'8412	6'45	2'1207
5'14	1'3467	5'58	1'5872	6'02	1'8473	6'46	2'1273
5'15	1'3520	5'59	1'5929	6'03	1'8535	6'47	2'1338
5'16	1'3572	5'60	1'5986	6'04	1'8596	6'48	2'1404
5'17	1'3625	5'61	1'6043	6'05	1'8658	6'49	2'1471
5'18	1'3678	5'62	1'6100	6'06	1'8720	6'50	2'1537
5'19	1'3730	5'63	1'6157	6'07	1'8782	6'51	2'1603
5'20	1'3784	5'64	1'6215	6'08	1'8843	6'52	2'1670
5'21	1'3837	5'65	1'6272	6'09	1'8905	6'53	2'1736
5'22	1'3890	5'66	1'6330	6'10	1'8968	6'54	2'1803
5'23	1'3943	5'67	1'6388	6'11	1'9030	6'55	2'1869
5'24	1'3996	5'68	1'6446	6'12	1'9092	6'56	2'1936
5'25	1'4050	5'69	1'6503	6'13	1'9155	6'57	2'2003
5'26	1'4103	5'70	1'6562	6'14	1'9217	6'58	2'2070
5'27	1'4157	5'71	1'6620	6'15	1'9280	6'59	2'2137
5'28	1'4211	5'72	1'6678	6'16	1'9343	6'60	2'2205
5'29	1'4265	5'73	1'6736	6'17	1'9405	6'61	2'2272
5'30	1'4319	5'74	1'6795	6'18	1'9468	6'62	2'2339
5'31	1'4373	5'75	1'6854	6'19	1'9531	6'63	2'2407
5'32	1'4427	5'76	1'6912	6'20	1'9595	6'64	2'2474
5'33	1'4481	5'77	1'6971	6'21	1'9658	6'65	2'2542
5'34	1'4535	5'78	1'7030	6'22	1'9721	6'66	2'2610
5'35	1'4590	5'79	1'7089	6'23	1'9785	6'67	2'2678
5'36	1'4645	5'80	1'7148	6'24	1'9848	6'68	2'2746
5'37	1'4699	5'81	1'7207	6'25	1'9912	6'69	2'2814
5'38	1'4754	5'82	1'7266	6'26	1'9976	6'70	2'2883
5'39	1'4809	5'83	1'7326	6'27	2'0039	6'71	2'2951
5'40	1'4864	5'84	1'7385	6'28	2'0103	6'72	2'3019
5'41	1'4919	5'85	1'7445	6'29	2'0167	6'73	2'3088
5'42	1'4975	5'86	1'7505	6'30	2'0232	6'74	2'3156
5'43	1'5030	5'87	1'7564	6'31	2'0296	6'75	2'3225
5'44	1'5085	5'88	1'7624	6'32	2'0361	6'76	2'3294
5'45	1'5141	5'89	1'7684	6'33	2'0425	6'77	2'3363
5'46	1'5196	5'90	1'7744	6'34	2'0490	6'78	2'3432
5'47	1'5252	5'91	1'7805	6'35	2'0554	6'79	2'3501
5'48	1'5308	5'92	1'7865	6'36	2'0619	6'80	2'3571
5'49	1'5364	5'93	1'7925	6'37	2'0684	6'81	2'3640
5'50	1'5420	5'94	1'7986	6'38	2'0749	6'82	2'3709
5'51	1'5476	5'95	1'8046	6'39	2'0814	6'83	2'3779
5'52	1'5532	5'96	1'8107	6'40	2'0879	6'84	2'3849

Vitesse.	Hauteur correspon- dante.	Vitesse.	Hauteur correspon- dante.	Vitesse.	Hauteur correspon- dante.	Vitesse.	Hauteur correspon- dante.
Mètres	Mètres.	Mètres	Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres	Mètres
6.85	2.3919	7.29	2.7090	7.73	3.0459	8.17	3.4025
6.86	2.3989	7.30	2.7164	7.74	3.0538	8.18	3.4108
6.87	2.4059	7.31	2.7239	7.75	3.0617	8.19	3.4192
6.88	2.4129	7.32	2.7313	7.76	3.0696	8.20	3.4275
6.89	2.4199	7.33	2.7388	7.77	3.0775	8.21	3.4359
6.90	2.4269	7.34	2.7463	7.78	3.0854	8.22	3.4443
6.91	2.4339	7.35	2.7538	7.79	3.0933	8.23	3.4526
6.92	2.4410	7.36	2.7613	7.80	3.1013	8.24	3.4610
6.93	2.4481	7.37	2.7688	7.81	3.1092	8.25	3.4695
6.94	2.4551	7.38	2.7763	7.82	3.1172	8.26	3.4779
6.95	2.4622	7.39	2.7838	7.83	3.1252	8.27	3.4863
6.96	2.4693	7.40	2.7914	7.84	3.1332	8.28	3.4947
6.97	2.4764	7.41	2.7989	7.85	3.1412	8.29	3.5032
6.98	2.4835	7.42	2.8065	7.86	3.1492	8.30	3.5116
6.99	2.4906	7.43	2.8140	7.87	3.1572	8.31	3.5201
7.00	2.4978	7.44	2.8216	7.88	3.1652	8.32	3.5286
7.01	2.5049	7.45	2.8292	7.89	3.1733	8.33	3.5371
7.02	2.5121	7.46	2.8368	7.90	3.1813	8.34	3.5455
7.03	2.5192	7.47	2.8444	7.91	3.1894	8.35	3.5541
7.04	2.5264	7.48	2.8521	7.92	3.1974	8.36	3.5626
7.05	2.5336	7.49	2.8597	7.93	3.2055	8.37	3.5711
7.06	2.5408	7.50	2.8673	7.94	3.2136	8.38	3.5796
7.07	2.5480	7.51	2.8750	7.95	3.2217	8.39	3.5882
7.08	2.5552	7.52	2.8826	7.96	3.2298	8.40	3.5968
7.09	2.5624	7.53	2.8903	7.97	3.2380	8.41	3.6053
7.10	2.5696	7.54	2.8980	7.98	3.2461	8.42	3.6139
7.11	2.5769	7.55	2.9057	7.99	3.2542	8.43	3.6225
7.12	2.5841	7.56	2.9134	8.00	3.2624	8.44	3.6311
7.13	2.5914	7.57	2.9211	8.01	3.2705	8.45	3.6397
7.14	2.5987	7.58	2.9288	8.02	3.2787	8.46	3.6483
7.15	2.6060	7.59	2.9365	8.03	3.2869	8.47	3.6570
7.16	2.6132	7.60	2.9443	8.04	3.2951	8.48	3.6656
7.17	2.6205	7.61	2.9520	8.05	3.3033	8.49	3.6743
7.18	2.6279	7.62	2.9598	8.06	3.3115	8.50	3.6829
7.19	2.6352	7.63	2.9676	8.07	3.3197	8.51	3.6916
7.20	2.6425	7.64	2.9754	8.08	3.3280	8.52	3.7003
7.21	2.6499	7.65	2.9832	8.09	3.3362	8.53	3.7090
7.22	2.6572	7.66	2.9910	8.10	3.3445	8.54	3.7177
7.23	2.6646	7.67	2.9989	8.11	3.3527	8.55	3.7264
7.24	2.6720	7.68	3.0066	8.12	3.3610	8.56	3.7351
7.25	2.6794	7.69	3.0144	8.13	3.3693	8.57	3.7438
7.26	2.6868	7.70	3.0223	8.14	3.3776	8.58	3.7526
7.27	2.6942	7.71	3.0301	8.15	3.3859	8.59	3.7613
7.28	2.7016	7.72	3.0380	8.16	3.3942	8.60	3.7701

Vitesse.	Hauteur correspon- dante.	Vitesse.	Hauteur correspon- dante.	Vitesse.	Hauteur correspon- dante.	Vitesse.	Hauteur correspon- dante.
Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.
8-61	3-7789	8-87	4-0105	9-13	4-2491	9-39	4-4945
8-62	3-7876	8-88	4-0196	9-14	4-2584	9-40	4-5041
8-63	3-7964	8-89	4-0286	9-15	4-2677	9-41	4-5137
8-64	3-8052	8-90	4-0377	9-16	4-2771	9-42	4-5233
8-65	3-8141	8-91	4-0468	9-17	4-2864	9-43	4-5329
8-66	3-8229	8-92	4-0559	9-18	4-2958	9-44	4-5425
8-67	3-8317	8-93	4-0650	9-19	4-3051	9-45	4-5522
8-68	3-8405	8-94	4-0741	9-20	4-3145	9-46	4-5618
8-69	3-8494	8-95	4-0832	9-21	4-3239	9-47	4-5715
8-70	3-8583	8-96	4-0923	9-22	4-3333	9-48	4-5811
8-71	3-8671	8-97	4-1015	9-23	4-3417	9-49	4-5908
8-72	3-8760	8-98	4-1106	9-24	4-3511	9-50	4-6005
8-73	3-8849	8-99	4-1198	9-25	4-3615	9-51	4-6102
8-74	3-8938	9-00	4-1290	9-26	4-3710	9-52	4-6199
8-75	3-9028	9-01	4-1381	9-27	4-3804	9-53	4-6296
8-76	3-9117	9-02	4-1473	9-28	4-3898	9-54	4-6394
8-77	3-9206	9-03	4-1565	9-29	4-3993	9-55	4-6490
8-78	3-9295	9-04	4-1657	9-30	4-4088	9-56	4-6588
8-79	3-9385	9-05	4-1750	9-31	4-4183	9-57	4-6685
8-80	3-9475	9-06	4-1832	9-32	4-4278	9-58	4-6783
8-81	3-9565	9-07	4-1924	9-33	4-4373	9-59	4-6880
8-82	3-9654	9-08	4-2017	9-34	4-4468	9-60	4-6978
8-83	3-9744	9-09	4-2109	9-35	4-4563	9-61	4-7076
8-84	3-9834	9-10	4-2212	9-36	4-4659	9-62	4-7174
8-85	3-9925	9-11	4-2305	9-37	4-4754	9-63	4-7272
8-86	4-0015	9-12	4-2398	9-38	4-4850	9-64	4-7370

Dépense d'eau théorique par seconde (pl. XXXII).

Le calcul de la quantité d'eau, qui s'écoule d'un orifice dans diverses circonstances, est un problème qui n'a pas encore été résolu exactement. On obtient d'une manière approximative la dépense d'eau par seconde si l'on multiplie la surface A de l'orifice par une certaine vitesse qui se rapproche autant que possible à la vitesse moyenne d'écoulement. Cette quantité, ainsi qualifiée, s'appelle dépense d'eau théorique. Elle est égale :

1° Si l'orifice est libre (fig. 4, 5) :

$$Q = A \sqrt{2gh} \text{ mètres cubes.}$$

2° Si l'orifice est noyé (fig. 6) :

$$Q = A \sqrt{2gh} \text{ mètres cubes.}$$

3° Si l'orifice est en déversoir (fig. 7, 8, 9) :

$$Q = b h \sqrt{2gh} \text{ mètres cubes.}$$

b est la largeur de l'ouverture, h la hauteur du niveau d'eau dans le canal d'alimentation au-dessus du bord de l'orifice.

Dépense d'eau effective par seconde (pl. XXXII).

Pour trouver la quantité d'eau qui s'écoule réellement d'un orifice, il faut multiplier la quantité théorique par un certain coefficient d'expérience k . La signification de ce coefficient est la suivante :

a) Si l'orifice est formé d'après la contraction naturelle de la veine fluide et si $\sqrt{2gh}$ est la vraie vitesse moyenne de l'écoulement, la formule théorique n'a pas besoin d'une correction et k devient = 1 ;

b) Si l'eau sort avec contraction et si $\sqrt{2gh}$ est la vraie vitesse moyenne d'écoulement (tel que cela a lieu à la fig. 6), le coefficient k , avec lequel il faut multiplier la quantité théorique, représente le rapport entre le profil de la veine fluide à l'endroit de la plus forte contraction et le profil de l'orifice. Dans ce cas ce coefficient s'appelle coefficient de contraction ;

c) Si l'eau sort sans contraction et si $\sqrt{2gh}$ ne représente pas la véritable vitesse moyenne, le coefficient k représente le rapport

entre la vraie vitesse moyenne et celle approximative. Dans ce cas le coefficient s'appelle coefficient de vitesse;

d) Si l'eau sort avec contraction et si $\sqrt{2gh}$ ne représente pas la véritable vitesse moyenne, ce coefficient représente le produit du coefficient de contraction par le coefficient de vitesse, et peut être appelé, dans cette circonstance, coefficient de correction.

VALEURS DES COEFFICIENTS k POUR LE CALCUL DES VOLUMES D'EAU

142

*Coefficient de contraction pour l'écoulement d'orifices verticaux dans
de minces parois; contraction complète.*

La table suivante contient les coefficients que MM. Poncelet et Lebros ont trouvés pour ce cas par de nombreuses expériences. Les charges d'eau, contenues dans la première colonne, se rapportent au cas où ces charges sont mesurées dans un endroit où l'eau n'a pas un mouvement sensible.

Table des coefficients pour le calcul du volume d'eau sortant d'orifices rectangulaires verticaux en minces parois, à contraction complète et à écoulement libre.

Charge sur le som- met des orifices.	Coefficients de la dépense d'eau pour des hauteurs d'orifices de					
	Mètres					
Mètres.	0 20	0 10	0 05	0 03	0 02	0 01
0-000	—	—	—	—	—	—
0-005	—	—	—	—	—	0-705
0-010	—	—	0-607	0-630	0-660	0-701
0-015	—	0-593	0-612	0-632	0-660	0-697
0-020	0-572	0-596	0-615	0-634	0-659	0-694
0-030	0-578	0-600	0-620	0-638	0-659	0-688
0-040	0-582	0-603	0-623	0-640	0-658	0-683
0-050	0-585	0-605	0-625	0-640	0-658	0-679
0-060	0-587	0-607	0-627	0-640	0-657	0-676
0-070	0-588	0-609	0-628	0-639	0-656	0-673
0-080	0-589	0-610	0-629	0-638	0-656	0-670
0-090	0-591	0-610	0-629	0-637	0-655	0-668
0-100	0-592	0-611	0-630	0-637	0-654	0-666
0-120	0-593	0-612	0-630	0-636	0-653	0-663
0-140	0-595	0-613	0-630	0-635	0-651	0-660
0-160	0-596	0-614	0-631	0-634	0-650	0-658
0-180	0-597	0-615	0-630	0-634	0-649	0-657
0-200	0-598	0-615	0-630	0-633	0-648	0-655
0-250	0-599	0-616	0-630	0-632	0-646	0-653
0-300	0-600	0-616	0-629	0-632	0-644	0-650
0-400	0-602	0-617	0-628	0-631	0-642	0-647
0-500	0-603	0-617	0-628	0-630	0-640	0-644
0-600	0-604	0-617	0-627	0-630	0-638	0-642
0-700	0-604	0-616	0-627	0-629	0-637	0-640
0-800	0-605	0-616	0-627	0-629	0-636	0-637
0-900	0-605	0-615	0-626	0-628	0-634	0-635
1-000	0-605	0-615	0-626	0-628	0-633	0-632
1-100	0-604	0-614	0-625	0-627	0-631	0-629
1-200	0-604	0-614	0-624	0-626	0-628	0-626
1-300	0-603	0-613	0-622	0-624	0-625	0-622
1-400	0-603	0-612	0-621	0-622	0-622	0-618
1-500	0-602	0-611	0-620	0-620	0-619	0-615
1-600	0-602	0-611	0-618	0-618	0-617	0-613
1-700	0-602	0-610	0-617	0-616	0-615	0-612
1-800	0-601	0-609	0-615	0-615	0-614	0-612
1-900	0-601	0-608	0-614	0-613	0-612	0-611
2-000	0-601	0-607	0-613	0-612	0-612	0-611
3-000	0-601	0-603	0-606	0-608	0-610	0-609

143

143

Coefficients pour le calcul du volume d'eau sortant d'un orifice noyé (fig. 5); contraction complète.

Les coefficients, contenus dans la table précédente, sont aussi applicables dans ce cas; mais les nombres, contenus dans la première colonne verticale, représentent alors la hauteur du niveau supérieur sur le niveau inférieur.

144

Coefficients pour le calcul des volumes d'écoulement par des orifices en minces parois; contraction incomplète.

On trouve ces coefficients si l'on multiplie ceux qui correspondent à la contraction complète par les nombres suivants:

a) Orifices rectangulaires:

Contraction sur 3 côtés	1.035
" " 2 "	1.072
" " 1 "	1.125

b) Orifices non-rectangulaires:

Soit:

p le périmètre de l'orifice;

n la longueur de la partie du périmètre sur laquelle il n'y a pas de contraction.

On trouve les coefficients pour le calcul du volume si l'on multiplie celui qui correspond à la contraction complète par

$$1 + 0.152 \frac{n}{p}$$

145

Coefficients pour l'écoulement par des ajutages cylindriques.

D'après les expériences d'Eitelwein on a le tableau suivant:

Rapport entre la longueur
et le diamètre des ajutages. Coefficients correspondants
pour le volume d'eau.

1 ou plus petit que 1	0.62
2 à 3	0.82
12	0.77
24	0.73
36	0.78
43	0.63
60	0.60

146

*Coefficients pour l'écoulement par des ajutages coniques convergents.
(Expériences de Kastel.)*

Pour calculer dans ce cas le volume et la vitesse, il y a lieu de multiplier la valeur théorique par les coefficients contenus dans le tableau suivant; la quantité théorique est calculée d'après le plus petit diamètre ou profil extérieur de l'ajutage.

Angle de conver- gence.	Coefficients pour		Angle de conver- gence.	Coefficients pour	
	la quantité d'eau.	la vitesse d'écoulement.		la quantité d'eau.	la vitesse d'écoulement.
0°	0.829	0.830	20°	0.921	0.973
2°	0.872	0.870	22°	0.915	0.974
4°	0.906	0.902	24°	0.910	0.975
6°	0.924	0.924	26°	0.904	0.976
8°	0.937	0.940	28°	0.898	0.977
10°	0.943	0.950	30°	0.894	0.978
12°	0.946	0.950	35°	0.882	0.980
14°	0.943	0.964	40°	0.870	0.981
16°	0.939	0.969	45°	0.857	0.983
18°	0.930	0.972	50°	0.843	0.986

Le volume d'eau est un maximum si l'angle de convergence
= 12°.

Coefficients pour orifices formés par des vannes verticales ou inclinées
(pl. XXXII, fig. 2).

Il faut distinguer ici plusieurs cas :

a) Si la vanne est inclinée et s'il n'y a pas de contraction ni au fond ni sur les côtés de l'orifice, on a :

$$k = 1 - 0.0043 \alpha^2$$

α° est l'inclinaison de la vanne vers l'horizon et k est le coefficient pour le calcul du volume d'eau.

Si $\alpha = 40 \quad 45 \quad 50 \quad 55 \quad 60$
on obtient $k = 0.83 \quad 0.81 \quad 0.79 \quad 0.76 \quad 0.74$

b) Si la vanne est verticale, le coursier n'a pas d'influence sur la quantité d'eau qui s'écoule dès que le niveau au-dessus du centre ne reste pas au-dessous des limites suivantes :

0.50 à 0.60 mètres pour ouvertures de 0.15 à 0.20 mètres
0.30 à 0.40 — — — 0.10 —
0.20 — — — 0.05 —

c) Si le niveau de l'eau au-dessus du centre de l'ouverture tombe au-dessous des limites indiquées, ce qui du reste n'arrive que très-rarement, la présence d'un canal de décharge exerce une certaine influence sur le volume d'eau ; les coefficients sont à prendre du tableau suivant à l'aide des figures 10 à 15 :

Hauteur de l'orifice. Mètres.	Niveau au-dessus du centre de l'orifice. Mètres.	Coefficients des volumes d'eau pour les disposi- tions indiquées dans les figures que voici :					
		Fig. 10.	Fig. 11.	Fig. 12.	Fig. 13.	Fig. 14.	Fig. 15.
0.20	0.40	0.591	0.580	0.582	0.577	0.603	0.597
	0.24	0.559	0.552	0.550	0.548	0.576	0.573
	0.12	0.483	0.482	0.484	0.485	0.484	0.483
0.10	0.16	0.590	0.580	0.583	0.585	0.606	0.604
	0.11	0.562	0.560	0.561	0.562	0.566	0.564
	0.09	0.523	0.522	0.522	0.517	0.510	0.510
	0.06	0.464	0.463	0.462	0.462	0.460	0.460
0.05	0.20	0.631	0.615	0.618	0.622	0.636	0.628
	0.11	0.614	0.597	0.598	0.601	0.610	0.609
	0.05	0.495	0.493	0.486	0.490	0.462	0.501
0.03	0.04	0.452	0.443	0.442	0.442	0.417	
	0.20	0.632	0.631	0.632	0.635	0.650	0.651
	0.06	0.627	0.605	0.602	0.607	0.572	0.594

Volume d'eau par des orifices en déversoirs (pl. XXXII, fig. 7, 8, 9).

D'après les expériences de M. *Kastel* on peut établir les règles suivantes pour le calcul des volumes d'eau par des orifices en déversoirs.

Soit :

B la largeur du canal d'alimentation ;

b la largeur du déversoir ;

h la hauteur du niveau d'eau dans le canal d'alimentation au-dessus de l'arête horizontale du déversoir ;

Q la quantité d'eau en mètres cubes par seconde.

On a :

$$Q = \left(0.381 + 0.062 \frac{b}{B} \right) b h \sqrt{2gh}$$

Cette formule ne donne des valeurs exactes que dans les circonstances suivantes :

1° Si la section du courant d'eau dans le canal d'alimentation est au moins 5 fois plus grande que la section bh ;

2° Si la largeur du déversoir est au moins un tiers de la largeur du canal d'alimentation ;

3° Si l'ouverture du déversoir est à arêtes vives ;

4° Si la hauteur de l'arête du déversoir au-dessus du niveau d'eau dans le canal de décharge est au moins égale $2h$.

Les valeurs de $\left(0.381 + 0.062 \frac{b}{B} \right)$ sont contenues dans le tableau suivant :

$\frac{b}{B}$	0.33	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90	1.00
$0.381 + 0.062 \frac{b}{B}$	0.401	0.406	0.412	0.419	0.424	0.431	0.437	0.443
$\frac{0.381 + 0.062 \frac{b}{B}}{0.443}$	0.905	0.916	0.930	0.945	0.957	0.973	0.986	1.000

Si la largeur du déversoir est égale à celle du canal d'alimentation, les contractions latérales disparaissent, et alors on a :

$$Q = 0.443 b h \sqrt{2gh}$$

Table pour le calcul de la dépense d'eau par des orifices en déversoirs.

Dans le cas que la largeur du déversoir est égale à celle du canal d'alimentation, la table suivante donne la quantité d'eau en décimètres cubes qui s'écoule dans une seconde sur chaque mètre de la largeur du déversoir, ou en d'autres termes, on obtient les valeurs de $443 \text{ h } \sqrt{2gh}$ pour diverses valeurs de h.

Epaisseur de la lame d'eau.	Volume d'eau.	Epaisseur de la lame d'eau.	Volume d'eau.	Epaisseur de la lame d'eau.	Volume d'eau.	Epaisseur de la lame d'eau.	Volume d'eau.	Epaisseur de la lame d'eau.	Volume d'eau.
Mètres.	Litres.	Mètres.	Litres.	Mètres.	Litres.	Mètres.	Litres.	Mètres.	Litres.
0.050	22.1	0.080	44.4	0.130	92.1	0.180	150.1	0.230	216.6
0.051	22.6	0.082	46.1	0.132	94.3	0.182	152.5	0.235	223.6
0.052	23.3	0.084	47.8	0.134	96.2	0.184	154.9	0.240	230.6
0.053	24.3	0.086	49.5	0.136	98.5	0.186	157.3	0.245	237.9
0.054	24.6	0.088	51.2	0.138	100.7	0.188	160.1	0.250	245.2
0.055	25.3	0.090	53.0	0.140	103.0	0.190	162.5	0.255	252.6
0.056	26.0	0.092	54.7	0.142	105.0	0.192	165.0	0.260	260.1
0.057	26.7	0.094	56.5	0.144	107.4	0.194	167.5	0.265	267.8
0.058	27.4	0.096	58.3	0.146	109.4	0.196	170.4	0.270	275.5
0.059	28.1	0.098	60.2	0.148	111.8	0.198	172.9	0.275	282.8
0.060	28.8	0.100	62.0	0.150	114.2	0.200	175.8	0.280	290.6
0.061	29.6	0.102	63.8	0.152	116.3	0.202	177.9	0.285	298.6
0.062	30.3	0.104	65.9	0.154	118.4	0.204	180.9	0.290	306.7
0.063	31.0	0.106	67.8	0.156	120.9	0.206	183.9	0.295	314.3
0.064	31.8	0.108	69.7	0.158	123.4	0.208	186.1	0.300	322.6
0.065	32.5	0.110	71.7	0.160	125.6	0.210	189.1	0.305	330.3
0.066	33.3	0.112	73.4	0.162	128.1	0.212	190.1	0.310	338.8
0.067	34.0	0.114	75.6	0.164	130.3	0.214	195.6	0.315	346.7
0.068	34.8	0.116	77.8	0.166	132.9	0.216	196.6	0.320	355.4
0.069	35.6	0.118	79.6	0.168	133.2	0.218	199.7	0.325	363.4
0.070	36.3	0.120	81.7	0.170	137.8	0.220	202.4	0.330	371.9
0.072	37.9	0.122	83.8	0.172	140.0	0.222	205.2	0.335	380.6
0.074	39.5	0.124	85.6	0.174	142.3	0.224	207.9	0.340	388.9
0.076	40.1	0.126	88.0	0.176	144.7	0.226	210.6	0.345	397.3
0.078	42.7	0.128	90.0	0.178	147.4	0.228	213.4	0.350	406.5

Barrages pour produire une élévation du niveau d'un courant d'eau.

Les barrages n'ont ordinairement des arêtes marquées que quand ils servent au jaugeage des cours d'eau et quand ils sont spécialement établis à cet effet. Les barrages que l'on emploie pour produire une élévation du niveau d'un courant d'eau sont munis d'une couronne arrondie, afin que l'eau puisse s'écouler sans aucune espèce de contraction. La quantité d'eau, qui s'écoule par seconde d'un tel barrage, est d'après Eitelwein:

$$Q = 0.57 b h \sqrt{2gh} \sqrt{1 + 0.115 \frac{u^2}{h}}$$

Q b h ont la signification du numéro 148, et u est la vitesse de l'eau à une petite distance devant le barrage.

ETABLISSEMENT DES BARRAGES

Circonstances dans lesquelles l'établissement d'un barrage est possible ou utile ou nécessaire.

L'établissement d'un barrage n'est possible que quand les circonstances le permettent de produire sur une étendue considérable une élévation du niveau d'un courant d'eau. L'établissement d'un barrage est utile ou nécessaire dans les cas suivants: 1° si aucune chute naturelle n'existe et si l'on veut produire une chute artificiellement; 2° si la chute, qui existe dans un endroit, n'a pas la hauteur convenable et si l'on veut augmenter cette hauteur; 3° si l'on veut concentrer dans un certain endroit la pente qui existe sur une étendue plus ou moins considérable d'un courant d'eau; 4° si les ébagements naturels du niveau d'un courant d'eau doivent être ou diminués ou annulés; 5° si l'élévation du niveau d'eau n'est pas plus grande qu'environ 2.5 mètres; 6° si deux ou plusieurs des circonstances, qui viennent d'être indiquées, se rencontrent en même temps.

Circonstances qui déterminent quelle espèce de barrage il faut construire.

Un barrage à déversoir imparfait est à construire si la quantité d'eau du fleuve n'est pas très variable et si l'élévation du niveau d'eau

n'est pas trop grande. Un barrage à déversoir parfait sera établi si l'élévation à produire est grande et si le volume d'eau est peu variable. Un barrage à écluses doit être établi si les localités ne permettent aucune élévation pendant les grandes eaux. Un barrage mixte à déversoir et à écluses doit être établi si le niveau doit être constant pendant une alimentation très variable.

153

Solution de la question si un barrage à déversoir parfait ou imparfait doit être établi.

Soit :

h l'élévation qui doit être produite par le barrage ;

b la largeur du barrage qui coïncide généralement avec celle du cours d'eau, mais qui quelquefois peut être plus grande ;

Q le volume d'eau (en mètres cubes) qui passe dans une seconde par-dessus le barrage.

Si la quantité d'eau Q est plus petite que $0.57 b h \sqrt{2gh}$, il faut établir un barrage à déversoir parfait. Si Q est plus grande, il faut établir un barrage à déversoir imparfait. Si $Q = 0.57 b h \sqrt{2gh}$, il faut que la couronne du barrage s'élève jusqu'au niveau primitif du cours d'eau.

154

Hauteur d'un barrage à déversoir parfait.

Soit :

h la hauteur de l'élévation, c'est-à-dire la distance verticale des niveaux devant et derrière le barrage après la construction ;

x la profondeur de la couronne du barrage au-dessous du niveau exhaussé ;

b la largeur du barrage ;

Q le volume d'eau en mètres cubes qui doit passer sur le barrage en une seconde.

Dans ce cas on a la valeur de x si la couronne est arrondie :

$$x = \left(\frac{Q}{0.57 b \sqrt{2g}} \right)^{\frac{2}{3}}$$

Hauteur du barrage à déversoir parfait.

Soit h , Q , b la désignation du numéro 154, x la profondeur de la couronne du barrage au-dessous du niveau primitif; on a :

$$x = \frac{Q}{0.62 \, b \, \sqrt{2gh}} - 0.92 \, h$$

Calcul de l'étendue du remous.

Cette étendue est la distance (en amont du barrage) sur laquelle s'exerce son action élévatrice. Soit h la hauteur de l'exhaussement, α l'angle d'inclinaison de la surface primitif de l'eau contre l'horizon, on a l'étendue du remous à peu près $= h \cotg. \alpha$.

CANaux DES USINES ET DES FABRIQUES

Circonstances qui sont en faveur de l'établissement d'un canal d'usine.

Un canal doit être établi dans les circonstances que voici : 1° si les localités ne permettent pas d'établir les constructions dans le fleuve même; 2° si les constructions doivent être mises à l'abri contre les inondations; 3° si par des exigences des propriétés ou des localités l'usine doit être établie dans le voisinage de la rivière; 4° si une pente considérable, qui se trouve sur une grande étendue de la rivière, doit être utilisée dans l'exploitation d'une usine.

L'emploi simultané d'un barrage et d'un canal.

L'établissement simultané d'un barrage et d'un canal est nécessaire : 1° si les circonstances indiquent tant la construction d'un canal que celle d'un barrage; 2° si les circonstances demandent l'établissement d'un canal, il est toujours utile d'employer aussi un barrage parce qu'il facilite l'entrée de l'eau de la rivière dans le canal.

Tracé des canaux.

Les points où le canal commence et où il finit sont toujours déterminés par la pente qui doit être concentrée par le canal.

Le tracé du canal entre ces points est réglé par des relations de propriété et de localité; tant que cela est possible cette ligne doit être droite.

Dans les plaines le meilleur emplacement de l'usine se trouve ordinairement dans le voisinage du point où le canal commence, de manière que le canal d'alimentation soit court et le canal de décharge long. Les raisons, qui parlent en faveur d'une pareille disposition, sont les suivantes : 1° le service de l'écluse, qui se trouve au commencement du canal, est facilité; 2° dans le canal d'alimentation il se forme des glaçons de fond qui doivent être enlevés; dans le canal de décharge, au contraire, ces glaçons ne se forment pas si facilement à cause de l'eau moins froide qui entre par les parois du canal, et s'il s'en forment ils ne gênent pas la marche des machines hydrauliques; 3° si le canal de décharge est long, les changements du niveau du fleuve ne produisent pas une élévation sensible du niveau d'eau au commencement du canal de décharge; 4° dans le canal d'alimentation il est toujours difficile de construire les parois parfaitement étanches parce que la gelée produit souvent des fissures ou des ruptures; dans le canal de décharge, au contraire, il n'est pas nécessaire que les parois soient étanches, et l'eau horizontale, plus chaude, est une garantie contre la gelée; 5° ordinairement le terrain est incliné le long du tracé, et alors la disposition avec un canal d'alimentation court est moins cher.

Dans les vallées, au contraire, une disposition avec un canal d'alimentation long est plus avantageuse parce que dans ces localités il est facile de conduire l'eau le long des flancs des montagnes.

Vitesse de l'eau dans le canal.

Soit :

U la plus grande vitesse de l'eau au milieu du canal et un peu au-dessous de la surface ;

w la vitesse de l'eau au fond ;

u la vitesse moyenne.

On a :

a) Si U est connue et si u et w doivent être cherchées :

$$u = \frac{U (U + 2.37)}{U + 3.15}$$

$$w = 2 u - U$$

b) Si u est connue et si U et w doivent être cherchées :

$$U = -\frac{1}{2} (2.37 - u) + \sqrt{\frac{1}{4} (2.37 - u)^2 + 3.15 u}$$

$$w = 2 u - U$$

c) Si w est connue et si U et u doivent être cherchées :

$$U = -\frac{1}{2} (1.59 - w) + \sqrt{\frac{1}{4} (1.59 - w)^2 + 3.15 w}$$

$$u = \frac{w + U}{2}$$

La table suivante donne les valeurs de U et de u.

Vitesse		Vitesse		Vitesse		Vitesse	
à la surface	moyenne.	à la surface.	moyenne.	à la surface.	moyenne.	à la surface.	moyenne.
Mètres.	Mètres	Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.
0'00	0'00000	0'40	0'31206	0'80	0'64190	1'20	1'98464
0'01	0'00754	0'41	0'32011	0'81	0'65033	1'21	1'99334
0'02	0'01508	0'42	0'32817	0'82	0'65877	1'22	1'00205
0'03	0'02264	0'43	0'33625	0'83	0'66721	1'23	1'01077
0'04	0'03022	0'44	0'34434	0'84	0'67566	1'24	1'01949
0'05	0'03781	0'45	0'35243	0'85	0'68412	1'25	1'02822
0'06	0'04542	0'46	0'36054	0'86	0'69258	1'26	1'03695
0'07	0'05304	0'47	0'36866	0'87	0'70106	1'27	1'04569
0'08	0'06068	0'48	0'37679	0'88	0'70954	1'28	1'05443
0'09	0'06833	0'49	0'38493	0'89	0'71803	1'29	1'06318
0'10	0'07599	0'50	0'39308	0'90	0'72653	1'30	1'07193
0'11	0'08367	0'51	0'40123	0'91	0'73503	1'31	1'08069
0'12	0'09137	0'52	0'40940	0'92	0'74354	1'32	1'08946
0'13	0'09907	0'53	0'41758	0'93	0'75206	1'33	1'09823
0'14	0'10679	0'54	0'42577	0'94	0'76058	1'34	1'10701
0'15	0'11453	0'55	0'43397	0'95	0'76912	1'35	1'11579
0'16	0'12228	0'56	0'44218	0'96	0'77766	1'36	1'12458
0'17	0'13004	0'57	0'45040	0'97	0'78621	1'37	1'13337
0'18	0'13782	0'58	0'45863	0'98	0'79476	1'38	1'14217
0'19	0'14560	0'59	0'46686	0'99	0'80332	1'39	1'15097
0'20	0'15341	0'60	0'47511	1'00	0'81189	1'40	1'15978
0'21	0'16122	0'61	0'48336	1'01	0'82047	1'41	1'16859
0'22	0'16905	0'62	0'49163	1'02	0'82905	1'42	1'17742
0'23	0'17689	0'63	0'49990	1'03	0'83764	1'43	1'18624
0'24	0'18475	0'64	0'50819	1'04	0'84623	1'44	1'19507
0'25	0'19261	0'65	0'51648	1'05	0'85484	1'45	1'20391
0'26	0'20049	0'66	0'52478	1'06	0'86345	1'46	1'21274
0'27	0'20838	0'67	0'53309	1'07	0'87206	1'47	1'22159
0'28	0'21629	0'68	0'54141	1'08	0'88068	1'48	1'23044
0'29	0'22420	0'69	0'54974	1'09	0'88931	1'49	1'23930
0'30	0'23213	0'70	0'55807	1'10	0'89795	1'50	1'24816
0'31	0'24007	0'71	0'56642	1'11	0'90659	1'51	1'25702
0'32	0'24802	0'72	0'57477	1'12	0'91523	1'52	1'26589
0'33	0'25599	0'73	0'58314	1'13	0'92389	1'53	1'27477
0'34	0'26396	0'74	0'59151	1'14	0'93255	1'54	1'28364
0'35	0'27195	0'75	0'59988	1'15	0'94122	1'55	1'29253
0'36	0'27995	0'76	0'60827	1'16	0'94989	1'56	1'30142
0'37	0'28796	0'77	0'61667	1'17	0'95857	1'57	1'31031
0'38	0'29598	0'78	0'62507	1'18	0'96726	1'58	1'31921
0'39	0'30401	0'79	0'63348	1'19	0'97595	1'59	1'32811

Vitesse		Vitesse		Vitesse		Vitesse	
à la surface.	moyenne.	à la surface.	moyenne.	à la surface.	moyenne.	à la surface.	moyenne.
Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.	Mètres.
160	1.33701	1.96	1.66053	2.31	1.97966	2.66	2.30251
161	1.34593	1.97	1.66959	2.32	1.98884	2.67	2.31179
162	1.35485	1.98	1.67865	2.33	1.99802	2.68	2.32106
163	1.36377	1.99	1.68772	2.34	2.00720	2.69	2.33034
164	1.37269	2.00	1.69679	2.35	2.01639	2.70	2.33962
165	1.38162	2.01	1.70586	2.36	2.02557	2.71	2.34.90
166	1.39056	2.02	1.71494	2.37	2.03476	2.72	2.35818
167	1.39950	2.03	1.72402	2.38	2.04396	2.73	2.36747
168	1.40844	2.04	1.73310	2.39	2.05315	2.74	2.37676
169	1.41739	2.05	1.74219	2.40	2.06235	2.75	2.38605
170	1.42634	2.06	1.75129	2.41	2.07156	2.76	2.39535
171	1.43529	2.07	1.76038	2.42	2.08076	2.77	2.40464
172	1.44425	2.08	1.76948	2.43	2.08997	2.78	2.41394
173	1.45322	2.09	1.77858	2.44	2.09918	2.79	2.42324
174	1.46219	2.10	1.78769	2.45	2.10840	2.80	2.43255
175	1.47116	2.11	1.79680	2.46	2.11761	2.81	2.44185
176	1.48014	2.12	1.80591	2.47	2.12683	2.82	2.45116
177	1.48912	2.13	1.81503	2.48	2.13606	2.83	2.46047
178	1.49811	2.14	1.82415	2.49	2.14528	2.84	2.46979
179	1.50710	2.15	1.83327	2.50	2.15451	2.85	2.47910
180	1.51609	2.16	1.84239	2.51	2.16374	2.86	2.48842
181	1.52509	2.17	1.85152	2.52	2.17297	2.87	2.49774
182	1.53409	2.18	1.86065	2.53	2.18221	2.88	2.50706
183	1.54310	2.19	1.86979	2.54	2.19145	2.89	2.51639
184	1.55211	2.20	1.87893	2.55	2.20069	2.90	2.52571
185	1.56112	2.21	1.88807	2.56	2.20993	2.91	2.53504
186	1.57014	2.22	1.89722	2.57	2.21918	2.92	2.54437
187	1.57916	2.23	1.90636	2.58	2.22843	2.93	2.55370
188	1.58819	2.24	1.91551	2.59	2.23768	2.94	2.56304
189	1.59722	2.25	1.92467	2.60	2.24693	2.95	2.57238
190	1.60625	2.26	1.93383	2.61	2.25619	2.96	2.58172
191	1.61529	2.27	1.94299	2.62	2.26545	2.97	2.59106
192	1.62433	2.28	1.95215	2.63	2.27471	2.98	2.60040
193	1.63337	2.29	1.96132	2.64	2.28398	2.99	2.60975
194	1.64242	2.30	1.97049	2.65	2.29324	3.00	2.61910
195	1.65147						

Plus grande vitesse au fond.

Afin que l'eau ne dégrade pas le fond de la rivière ou n'y pro-

duise des affouillements, la vitesse au fond ne doit pas dépasser les valeurs suivantes :

Terre détrempée	0.076 mètres.
Argile tendre	0.152 —
Sable	0.305 —
Gravier	0.609 —
Cailloux arrondis	0.914 —
Cailloux pointus	1.22 —
Conglomérés	1.52 —
Roches en couches	1.83 —
Roches dures	3.05 —

162

Profil du canal.

Soit :

Ω la section du courant d'eau ;

Q la dépense d'eau (en mètres cubes) qui a lieu par seconde ;

u la vitesse moyenne de l'eau dans le canal ;

b la largeur du lit au fond ;

t la profondeur de l'eau dans le canal ;

n l'angle du talus des parois du canal.

On a pour la détermination du profil les formules suivantes :

$$\Omega = \frac{Q}{u}$$

$$\frac{b}{t} = 2.7 + 0.9 \Omega$$

$$t = V \left(\frac{\Omega}{\frac{b}{t} + \cot g. n} \right)$$

$$b = \left(\frac{b}{t} \right) t$$

163

Profil longitudinal du canal.

Soit :

L la longueur du canal ;

G la pente totale du canal ;

Ω u n b t, comme au numéro 162;

$S = b + \frac{2t}{\sin n}$ le périmètre mouillé.

On a pour la détermination de G la formule :

$$\frac{G}{L} = \frac{S}{\Omega} (0.0000444 u + 0.000309 u^2)$$

La table suivante contient les valeurs de $\alpha u + \beta u^2 = 0.0000444 u + 0.000309 u^2$ pour les diverses valeurs de u.

u	$\alpha u + \beta u^2$	u	$\alpha u + \beta u^2$	u	$\alpha u + \beta u^2$
0.01	0.0000005	0.32	0.0000459	0.63	0.0001508
0.02	0.0000010	0.33	0.0000484	0.64	0.0001551
0.03	0.0000016	0.34	0.0000509	0.65	0.0001596
0.04	0.0000023	0.35	0.0000534	0.66	0.0001641
0.05	0.0000030	0.36	0.0000561	0.67	0.0001686
0.06	0.0000038	0.37	0.0000588	0.68	0.0001733
0.07	0.0000046	0.38	0.0000616	0.69	0.0001779
0.08	0.0000055	0.39	0.0000644	0.70	0.0001827
0.09	0.0000065	0.40	0.0000673	0.71	0.0001875
0.10	0.0000075	0.41	0.0000702	0.72	0.0001924
0.11	0.0000086	0.42	0.0000732	0.73	0.0001973
0.12	0.0000098	0.43	0.0000763	0.74	0.0002023
0.13	0.0000110	0.44	0.0000794	0.75	0.0002073
0.14	0.0000123	0.45	0.0000826	0.76	0.0002124
0.15	0.0000136	0.46	0.0000859	0.77	0.0002176
0.16	0.0000150	0.47	0.0000892	0.78	0.0002229
0.17	0.0000165	0.48	0.0000926	0.79	0.0002282
0.18	0.0000180	0.49	0.0000960	0.80	0.0002335
0.19	0.0000196	0.50	0.0000996	0.81	0.0002389
0.20	0.0000213	0.51	0.0001031	0.82	0.0002444
0.21	0.0000230	0.52	0.0001068	0.83	0.0002500
0.22	0.0000247	0.53	0.0001104	0.84	0.0002556
0.23	0.0000266	0.54	0.0001142	0.85	0.0002613
0.24	0.0000285	0.55	0.0001180	0.86	0.0002670
0.25	0.0000304	0.56	0.0001219	0.87	0.0002728
0.26	0.0000325	0.57	0.0001258	0.88	0.0002786
0.27	0.0000346	0.58	0.0001298	0.89	0.0002846
0.28	0.0000367	0.59	0.0001339	0.90	0.0002906
0.29	0.0000389	0.60	0.0001380	0.91	0.0002966
0.30	0.0000412	0.61	0.0001422	0.92	0.0003027
0.31	0.0000435	0.62	0.0001465	0.93	0.0003089

u	$\alpha u + \beta u^2$	u	$\alpha u + \beta u^2$	u	$\alpha u + \beta u^2$
0.94	0.0003151	1.38	0.0006504	1.82	0.0011055
0.95	0.0003214	1.39	0.0006594	1.83	0.0011172
0.96	0.0003277	1.40	0.0006685	1.84	0.0011290
0.97	0.0003342	1.41	0.0006776	1.85	0.0011409
0.98	0.0003406	1.42	0.0006868	1.86	0.0011528
0.99	0.0003472	1.43	0.0006961	1.87	0.0011648
1.00	0.0003538	1.44	0.0007054	1.88	0.0011768
1.01	0.0003604	1.45	0.0007148	1.89	0.0011889
1.02	0.0003672	1.46	0.0007242	1.90	0.0012011
1.03	0.0003739	1.47	0.0007337	1.91	0.0012133
1.04	0.0003808	1.48	0.0007433	1.92	0.0012256
1.05	0.0003877	1.49	0.0007529	1.93	0.0012380
1.06	0.0003947	1.50	0.0007626	1.94	0.0012504
1.07	0.0004017	1.51	0.0007724	1.95	0.0012628
1.08	0.0004088	1.52	0.0007822	1.96	0.0012754
1.09	0.0004159	1.53	0.0007921	1.97	0.0012880
1.10	0.0004232	1.54	0.0008020	1.98	0.0013006
1.11	0.0004304	1.55	0.0008120	1.99	0.0013134
1.12	0.0004378	1.56	0.0008221	2.00	0.0013262
1.13	0.0004452	1.57	0.0008322	2.01	0.0013390
1.14	0.0004527	1.58	0.0008424	2.02	0.0013519
1.15	0.0004602	1.59	0.0008527	2.03	0.0013649
1.16	0.0004678	1.60	0.0008630	2.04	0.0013779
1.17	0.0004754	1.61	0.0008733	2.05	0.0013910
1.18	0.0004831	1.62	0.0008838	2.06	0.0014042
1.19	0.0004909	1.63	0.0008943	2.07	0.0014174
1.20	0.0004988	1.64	0.0009048	2.08	0.0014307
1.21	0.0005067	1.65	0.0009155	2.09	0.0014440
1.22	0.0005146	1.66	0.0009261	2.10	0.0014574
1.23	0.0005226	1.67	0.0009369	2.11	0.0014709
1.24	0.0005307	1.68	0.0009477	2.12	0.0014844
1.25	0.0005389	1.69	0.0009586	2.13	0.0014980
1.26	0.0005471	1.70	0.0009695	2.14	0.0015117
1.27	0.0005553	1.71	0.0009805	2.15	0.0015254
1.28	0.0005637	1.72	0.0009915	2.16	0.0015392
1.29	0.0005721	1.73	0.0010026	2.17	0.0015530
1.30	0.0005805	1.74	0.0010138	2.18	0.0015669
1.31	0.0005890	1.75	0.0010251	2.19	0.0015809
1.32	0.0005976	1.76	0.0010364	2.20	0.0015949
1.33	0.0006063	1.77	0.0010477	2.21	0.0016090
1.34	0.0006150	1.78	0.0010592	2.22	0.0016231
1.35	0.0006237	1.79	0.0010706	2.23	0.0016373
1.36	0.0006326	1.80	0.0010822	2.24	0.0016516
1.37	0.0006414	1.81	0.0010938	2.25	0.0016659

u	$\alpha u + \beta u^2$	u	$\alpha u + \beta u^2$	u	$\alpha u + \beta u^2$
2.26	0.0016803	2.51	0.0020603	2.76	0.0024789
2.27	0.0016948	2.52	0.0020763	2.77	0.0024965
2.28	0.0017093	2.53	0.0020924	2.78	0.0025141
2.29	0.0017239	2.54	0.0021085	2.79	0.0025318
2.30	0.0017385	2.55	0.0021247	2.80	0.0025495
2.31	0.0017532	2.56	0.0021409	2.81	0.0025673
2.32	0.0017680	2.57	0.0021572	2.82	0.0025851
2.33	0.0017828	2.58	0.0021736	2.83	0.0026031
2.34	0.0017977	2.59	0.0021900	2.84	0.0026210
2.35	0.0018126	2.60	0.0022065	2.85	0.0026391
2.36	0.0018277	2.61	0.0022231	2.86	0.0026572
2.37	0.0018427	2.62	0.0022397	2.87	0.0026754
2.38	0.0018579	2.63	0.0022564	2.88	0.0026936
2.39	0.0018731	2.64	0.0022731	2.89	0.0027119
2.40	0.0018883	2.65	0.0022900	2.90	0.0027302
2.41	0.0019037	2.66	0.0023068	2.91	0.0027487
2.42	0.0019190	2.67	0.0023238	2.92	0.0027671
2.43	0.0019345	2.68	0.0023407	2.93	0.0027857
2.44	0.0019500	2.69	0.0023578	2.94	0.0028043
2.45	0.0019656	2.70	0.0023749	2.95	0.0028229
2.46	0.0019812	2.71	0.0023921	2.96	0.0028417
2.47	0.0019969	2.72	0.0024093	2.97	0.0028605
2.48	0.0020126	2.73	0.0024266	2.98	0.0028793
2.46	0.0020285	2.74	0.0024440	2.99	0.0028982
2.50	0.0020443	2.75	0.0024614	3.00	0.0029172

CONDUITE DE L'EAU DANS DES TUYAUX

164

Perte de charge par le frottement de l'eau contre les parois des tuyaux.

Soit:

 Ω la section du tuyau (en mètres);

C la circonférence du tuyau (en mètres);

L la longueur du tuyau (en mètres);

D le diamètre du tuyau (en mètres);

u la vitesse de l'eau dans les tuyaux (en mètres);

 $\alpha = 0.00001733$ $\beta = 0.0003483$

} deux coefficients;

z la hauteur de la colonne d'eau dont le poids est capable de vaincre la résistance du frottement de l'eau à la paroi du tuyau.

On a la relation suivante:

a) Pour des tuyaux d'un profil quelconque:

$$z = L \frac{G}{\Omega} (\alpha u + \beta u^2)$$

b) Pour des tuyaux cylindriques:

$$z = \frac{4L}{D} (\alpha u + \beta u^2)$$

La table suivante donne pour les diverses valeurs de u les valeurs correspondantes de $\alpha u + \beta u^2$.

Table pour le calcul du frottement de l'eau aux parois des tuyaux.

u	$\alpha u + \beta u^2$	u	$\alpha u + \beta u^2$	u	$\alpha u + \beta u^2$
0.01	0.0000002	0.32	0.0000412	0.63	0.0001491
0.02	0.0000005	0.33	0.0000436	0.64	0.0001537
0.03	0.0000008	0.34	0.0000462	0.65	0.0001584
0.04	0.0000013	0.35	0.0000487	0.66	0.0001631
0.05	0.0000017	0.36	0.0000514	0.67	0.0001679
0.06	0.0000023	0.37	0.0000541	0.68	0.0001728
0.07	0.0000029	0.38	0.0000569	0.69	0.0001778
0.08	0.0000036	0.39	0.0000597	0.70	0.0001828
0.09	0.0000044	0.40	0.0000627	0.71	0.0001879
0.10	0.0000052	0.41	0.0000656	0.72	0.0001930
0.11	0.0000061	0.42	0.0000687	0.73	0.0001982
0.12	0.0000071	0.43	0.0000718	0.74	0.0002035
0.13	0.0000081	0.44	0.0000750	0.75	0.0002089
0.14	0.0000093	0.45	0.0000783	0.76	0.0002143
0.15	0.0000104	0.46	0.0000817	0.77	0.0002198
0.16	0.0000117	0.47	0.0000851	0.78	0.0002254
0.17	0.0000130	0.48	0.0000886	0.79	0.0002310
0.18	0.0000144	0.49	0.0000921	0.80	0.0002368
0.19	0.0000159	0.50	0.0000957	0.81	0.0002425
0.20	0.0000174	0.51	0.0000994	0.82	0.0002484
0.21	0.0000190	0.52	0.0001032	0.83	0.0002543
0.22	0.0000207	0.53	0.0001070	0.84	0.0002603
0.23	0.0000224	0.54	0.0001109	0.85	0.0002663
0.24	0.0000242	0.55	0.0001149	0.86	0.0002725
0.25	0.0000261	0.56	0.0001189	0.87	0.0002787
0.26	0.0000280	0.57	0.0001230	0.88	0.0002849
0.27	0.0000301	0.58	0.0001272	0.89	0.0002913
0.28	0.0000322	0.59	0.0001315	0.90	0.0002977
0.29	0.0000343	0.60	0.0001358	0.91	0.0003042
0.30	0.0000365	0.61	0.0001402	0.92	0.0003107
0.31	0.0000388	0.62	0.0001446	0.93	0.0003173

u	$\alpha u + \beta u^2$	u	$\alpha u + \beta u^2$	u	$\alpha u + \beta u^2$
0.94	0.0003240	1.38	0.0006871	1.82	0.0011851
0.95	0.0003308	1.39	0.0006970	1.83	0.0011980
0.96	0.0003376	1.40	0.0007069	1.84	0.0012110
0.97	0.0003445	1.41	0.0007168	1.85	0.0012240
0.98	0.0003515	1.42	0.0007268	1.86	0.0012371
0.99	0.0003585	1.43	0.0007369	1.87	0.0012502
1.00	0.0003656	1.44	0.0007471	1.88	0.0012635
1.01	0.0003728	1.45	0.0007573	1.89	0.0012768
1.02	0.0003800	1.46	0.0007677	1.90	0.0012901
1.03	0.0003873	1.47	0.0007780	1.91	0.0013036
1.04	0.0003947	1.48	0.0007885	1.92	0.0013171
1.05	0.0004022	1.49	0.0007990	1.93	0.0013307
1.06	0.0004097	1.50	0.0008096	1.94	0.0013443
1.07	0.0004173	1.51	0.0008202	1.95	0.0013581
1.08	0.0004249	1.52	0.0008310	1.96	0.0013718
1.09	0.0004327	1.53	0.0008418	1.97	0.0013857
1.10	0.0004405	1.54	0.0008526	1.98	0.0013996
1.11	0.0004483	1.55	0.0008636	1.99	0.0014136
1.12	0.0004563	1.56	0.0008746	2.00	0.0014277
1.13	0.0004643	1.57	0.0008856	2.01	0.0014418
1.14	0.0004724	1.58	0.0008968	2.02	0.0014560
1.15	0.0004805	1.59	0.0009080	2.03	0.0014703
1.16	0.0004887	1.60	0.0009193	2.04	0.0014847
1.17	0.0004970	1.61	0.0009306	2.05	0.0014991
1.18	0.0005054	1.62	0.0009420	2.06	0.0015136
1.19	0.0005138	1.63	0.0009535	2.07	0.0015281
1.20	0.0005223	1.64	0.0009651	2.08	0.0015428
1.21	0.0005309	1.65	0.0009767	2.09	0.0015575
1.22	0.0005395	1.66	0.0009884	2.10	0.0015722
1.23	0.0005482	1.67	0.0010002	2.11	0.0015871
1.24	0.0005570	1.68	0.0010120	2.12	0.0016020
1.25	0.0005658	1.69	0.0010240	2.13	0.0016169
1.26	0.0005747	1.70	0.0010359	2.14	0.0016320
1.27	0.0005837	1.71	0.0010480	2.15	0.0016471
1.28	0.0005928	1.72	0.0010601	2.16	0.0016623
1.29	0.0006019	1.73	0.0010723	2.17	0.0016775
1.30	0.0006111	1.74	0.0010845	2.18	0.0016928
1.31	0.0006204	1.75	0.0010969	2.19	0.0017082
1.32	0.0006297	1.76	0.0011093	2.20	0.0017237
1.33	0.0006391	1.77	0.0011217	2.21	0.0017392
1.34	0.0006486	1.78	0.0011343	2.22	0.0017548
1.35	0.0006581	1.79	0.0011469	2.23	0.0017705
1.36	0.0006677	1.80	0.0011596	2.24	0.0017862
1.37	0.0006774	1.81	0.0011723	2.25	0.0018021

u	$\alpha u + \beta u^2$	u	$\alpha u + \beta u^2$	u	$\alpha u + \beta u^2$
2'26	0'0018179	2'51	0'0022376	2'76	0'0027007
2'27	0'0018339	2'52	0'0022553	2'77	0'0027202
2'28	0'0018499	2'53	0'0022730	2'78	0'0027397
2'29	0'0018660	2'54	0'0022908	2'79	0'0027592
2'30	0'0018822	2'55	0'0023087	2'80	0'0027789
2'31	0'0018984	2'56	0'0023267	2'81	0'0027986
2'32	0'0019147	2'57	0'0023448	2'82	0'0028184
2'33	0'0019310	2'58	0'0023629	2'83	0'0028382
2'34	0'0019475	2'59	0'0023810	2'84	0'0028581
2'35	0'0019640	2'60	0'0023993	2'85	0'0028781
2'36	0'0019806	2'61	0'0024176	2'86	0'0028982
2'37	0'0019972	2'62	0'0024360	2'87	0'0029183
2'38	0'0020139	2'63	0'0024545	2'88	0'0029395
2'39	0'0020307	2'64	0'0024730	2'89	0'0029588
2'40	0'0020476	2'65	0'0024916	2'90	0'0029791
2'41	0'0020645	2'66	0'0025102	2'91	0'0029995
2'42	0'0020815	2'67	0'0025290	2'92	0'0030200
2'43	0'0020985	2'68	0'0025478	2'93	0'0030405
2'44	0'0021157	2'69	0'0025667	2'94	0'0030612
2'45	0'0021329	2'70	0'0025856	2'95	0'0030819
2'46	0'0021502	2'71	0'0026046	2'96	0'0031026
2'47	0'0021675	2'72	0'0026237	2'97	0'0031234
2'48	0'0021849	2'73	0'0026429	2'98	0'0031443
2'49	0'0022024	2'74	0'0026621	2'99	0'0031653
2'50	0'0022199	2'75	0'0026814	3'00	0'0031863

Perte de charge par des courbes ou des coudes.

Soit:

- u la vitesse de l'eau dans le tuyau;
- r le rayon du coude ou de la courbure;
- s la longueur de l'arc de la partie courbe;
- z la perte de charge occasionnée par la courbure.

On a, si toutes les dimensions sont exprimées en mètres:

$$z = \frac{u^2}{2g} (0'0039 + 0'0186 r) \frac{s}{r^2}$$

Pertes de charges par des changements brusques de vitesse (pl. XXXII).

a) Un étranglement de la figure 16 occasionne une perte de charge :

$$z = \frac{u^2}{2g} \left(\frac{\Omega}{\Omega_1 k_1} - 1 \right)^2$$

u est la vitesse dans la section Ω ;

Ω la section du tuyau;

Ω_1 la section de l'ouverture;

k_1 le coefficient de contraction.

b) Un étranglement de la figure 17 occasionne une perte de charge :

$$z = \frac{u^2}{2g} \left[\left(\frac{\Omega}{\Omega_1} \right)^2 \left(\frac{1}{k_1} - 1 \right)^2 + \left(\frac{\Omega}{\Omega_1} - \frac{\Omega}{\Omega_2} \right)^2 \right]$$

u est la vitesse dans la section Ω ;

Ω la section du premier tuyau;

Ω_1, Ω_2 les sections des deux tuyaux suivants;

k_1 le coefficient de contraction du passage de Ω dans Ω_1 .

c) Un renflement de la figure 18 donne une perte de charge :

$$z = \frac{u^2}{2g} \left[\left(1 - \frac{\Omega}{\Omega_1} \right)^2 + \left(\frac{\Omega}{\Omega_2} \right)^2 \left(\frac{1}{k_2} - 1 \right)^2 \right]$$

$\Omega, \Omega_1, \Omega_2$ sont les sections des trois tuyaux;

u la vitesse de l'eau dans la section Ω ;

k_2 le coefficient de contraction pour le passage de Ω_1 dans Ω_2 .

Vitesse d'écoulement de l'eau d'un tuyau de conduite.

a) Procédé général.

H est la chute totale, c'est-à-dire la hauteur du niveau de l'eau dans le réservoir supérieur au-dessus du centre de l'orifice;

S la somme des pertes de charge, provenant du frottement, des coudes, des étranglements et des renflements, etc.;

h la hauteur de chute ou de vitesse qui correspond à la vitesse d'écoulement.

On a :

$$H = S + h$$

La somme S doit être déterminée, dans chaque cas spécial, suivant la disposition de la conduite, d'après les numéros 164, 165, 166, et alors on peut calculer, au moyen de cette équation, la vitesse d'écoulement $\sqrt{2gh}$, qui correspond à la hauteur h.

b) Si une canalisation, au moyen de tuyaux de conduite, ne renferme ni coudes ni rétrécissements, ou si l'on en néglige l'influence, et en ne considérant que la résistance due au frottement, on a pour un tuyau d'un diamètre constant et ouvert entièrement par en bas :

$$u = - \frac{0.002804 L g}{L + 37.2 D} + \sqrt{\left[\frac{74.405 H D g}{L + 37.2 D} + \left(\frac{0.002804 L g}{L + 37.2 D} \right)^2 \right]}$$

L est la longueur des tuyaux;

D le diamètre des tuyaux;

H la chute totale;

u la vitesse d'écoulement;

g = 9.808.

Si la longueur du tuyau de conduite est telle que 37.2 D peut être négligé à l'égard de L, on a :

$$u = - 0.002804 g + 8.626 \sqrt{\frac{g H D}{L}}$$

Si la vitesse u est plus grande que 0.6 mètres, on peut prendre :

$$u = 8.427 \sqrt{\frac{g H D}{L + 35.5 D}}$$

Hauteur de chute ou charge d'eau qui doit exister si une canalisation de tuyaux d'une longueur donnée L et d'une largeur D doit débiter par seconde une quantité d'eau Q mètres cubes.

On commencera par calculer u d'après la formule :

$$u = \frac{Q}{\frac{1}{4} D^2 \pi}$$

et on trouvera la charge d'eau H par l'équation suivante :

$$H = \frac{u^2}{2g} + \frac{4L}{D} (\alpha u + \beta u^2)$$

La table numéro 164 donne les valeurs de $\alpha u + \beta u^2$.

Diamètre qu'une conduite de tuyaux doit avoir pour débiter une certaine quantité d'eau, Q mètres cubes par seconde, avec une chute ou pente donnée.

L'expression suivante donne approximativement ce diamètre :

$$D = 0.2955 \sqrt[5]{\frac{LQ^2}{H}}$$

On le trouve plus exactement par les équations :

$$H = \frac{u^2}{2g} + \frac{4L}{D} (\alpha u + \beta u^2)$$

$$Q = \frac{1}{4} D^2 \pi u$$

Voici la manière d'opérer avec ces équations : On calcul pour une série de valeurs de u les valeurs correspondantes de D par la formule :

$$D = \sqrt[4]{\frac{4Q}{\pi u}}$$

on substitue ensuite chaque paire des valeurs correspondantes de u et D dans l'équation pour H. Les valeurs de u et D, qui satisfont à cette équation, sont les quantités cherchées. Ce calcul est facile si l'on prend du tableau numéro 164 les valeurs de $\alpha u + \beta u^2$.

Diamètre qu'il faut donner à des tuyaux qui doivent débiter une certaine quantité d'eau si la perte de charge doit faire une partie alliquote de la chute ou pente totale.

Soit:

p le rapport entre la perte de charge consentie et la charge totale;

u la vitesse de l'eau dans le tuyau;

L, D, α , β , H, comme dans les numéros précédents.

On a pour la détermination de D les équations:

$$4 \frac{L}{D} (\alpha u + \beta u^3) = p H$$

$$\frac{1}{4} D^3 \pi u = Q$$

d'où l'on peut déterminer très facilement D et u, en prenant pour u plusieurs valeurs appropriées, et en calculant la valeur correspondante de D au moyen de la formule:

$$D = \sqrt[3]{\frac{4 Q}{\pi u}}$$

Les valeurs de u et D sont alors substituées dans l'équation pour p, et on prend finalement les valeurs de u et D qui satisfont à cette équation.

Le diamètre est trouvé approximativement par l'expression:

$$D = 0.2955 \sqrt[5]{\frac{L Q^3}{p H}}$$

La plus grande force d'eau qui peut être obtenue au moyen des conduites de dimensions données.

On commencera par calculer la vitesse la plus convenable de l'eau dans les tuyaux, au moyen de l'expression suivante:

$$u = -0.0159 + \sqrt{0.000378 + 239 \frac{H D}{L}}$$

et on trouve le maximum de la force de l'eau (exprimée en kilogrammes-mètres) par :

$$1000 \frac{D^2 \pi}{4} u \left[H - \frac{4L}{D} (\alpha u + \beta u^2) \right]$$

EQUILIBRE ET MOUVEMENT DE L'AIR ET DES GAZ

172

Densité des gaz.

La densité d'un gaz est le poids d'un mètre cube de gaz à une température de 0° (thermomètre centigrade) et sous une pression moyenne atmosphérique à laquelle correspond une colonne de mercure de 0.76 mètres de hauteur.

173

Densité de divers gaz à une température de 0° et sous une pression d'une colonne de mercure de 0.76 mètres de hauteur.

	Poids d'un mètre cube.
Air atmosphérique . . .	1.293 kilogrammes.
Oxygène	1.430 —
Hydrogène	0.089 —
Azote	1.256 —
Oxyde de carbone . . .	1.261 —
Acide carbonique	1.977 —
Gaz des marais	0.700 —
Gaz olifiant	1.981 —

174

Poids d'un mètre cube de gaz à une température et à une pression quelconque.

Soit :

γ_0 le poids d'un mètre cube de gaz à la température 0° et à une pression atmosphérique moyenne ;

p la pression (en kilogrammes) du gaz dont le poids est à déterminer sur un mètre carré ;

t la température centigrade du gaz;
 γ le poids d'un mètre cube de gaz à une température t° et sous la pression p.

On a :

$$\gamma = \gamma_0 \frac{p}{10330} \frac{1}{1 + 0.00367 t}$$

Pour l'air atmosphérique sec cette quantité devient :

$$\gamma = \frac{p}{7955} \frac{1}{1 + 0.00367 t}$$

175

Table des poids d'un mètre cube d'air atmosphérique à des températures diverses et sous la pression atmosphérique.

Température.	Poids d'un mètre cubique.	Température.	Poids d'un mètre cubique.
Degrés.	Kilogrammes	Degrés.	Kilogrammes
0	1.293	150	0.831
5	1.275	200	0.741
10	1.252	250	0.670
20	1.208	300	0.611
40	1.129	350	0.562
60	1.060	400	0.519
80	1.000	450	0.483
100	0.945	500	0.445

176

Ecoulement d'air ou de gaz d'un récipient par un orifice en mince paroi.

Soit :

P la pression sur 1 mètre carré dans l'intérieur du récipient;

p celle à l'extérieur;

γ_0 le poids d'un mètre cube de gaz à la température 0° et sous une pression atmosphérique moyenne;

10.

t la température dans l'intérieur du récipient;

$$m = \frac{10330}{\gamma} (1 + 0.00367 t);$$

u la vitesse d'écoulement (en mètres);

Ω la section de l'ouverture;

k le coefficient de contraction pour l'écoulement par des orifices en minces parois = 0.61 à 0.62.

Cela posé, on a :

$$u = \sqrt{2 g m \times 2303 \log \text{ vul } \left(\frac{P}{p} \right)}$$

$$Q = k u \Omega \frac{P}{m}$$

Pour l'air atmosphérique, à 10° de température, on a :

$$m = 8252$$

et alors devient :

$$u = 610 \sqrt{\log \text{ vul } \left(\frac{P}{p} \right)}$$

Les résultats de cette formule sont contenus dans le tableau suivant :

$\frac{P}{p}$ Rapport entre la pression intérieure et extérieure.	u Vitesse d'écoulement.	$\frac{P}{p}$ Rapport entre la pression intérieure et extérieure.	u Vitesse d'écoulement.
	Mètres.		Mètres.
1.01	40	1.20	172
1.02	56	1.40	236
1.03	69	1.60	278
1.04	79	1.80	310
1.05	89	2.00	334
1.06	97	2.50	386
1.07	105	3.00	423
1.08	111	3.50	428
1.09	118	4.00	472
1.10	124	4.50	492

Écoulement d'air ou de gaz par une conduite longue.

Si l'ouverture ou l'orifice est pratiqué à l'extrémité d'une longue conduite, il faut avoir égard au frottement du fluide contre les parois. Dans ce cas on obtient :

$$u = V \left\{ \frac{2 g m \log \text{nat} \left(\frac{P}{p} \right)}{1 + k^1 \left[\frac{d^4}{D^4} \left(\frac{1}{k_i} - 1 \right)^2 + 8 \alpha L \frac{d^4}{D^4} \right]} \right\}$$

D est le diamètre du tuyau ;

d le diamètre de l'orifice ;

L la longueur de la conduite ;

$$m = \frac{10330}{\gamma_0} (1 + 0.00367 t) ;$$

$$\alpha = 0.00315 ;$$

k le coefficient de contraction pour l'entrée de l'air dans les conduites ;

k_i le coefficient de contraction pour l'orifice de sortie ;

P la pression à l'entrée des conduites ou dans le récipient ;

p la pression qui règne dans l'espace où l'air s'écoule ;

u la vitesse d'écoulement.

Vitesse d'écoulement si la pression a été observée dans un point quelconque de la conduite.

Soit $\mathfrak{P}$ la pression qui a été observée dans un point dont la distance de l'orifice est = l. En gardant les notations du numéro précédent, on a la relation suivant :

$$u = V \left\{ \frac{2 g m \log \text{nat} \left(\frac{\mathfrak{P}}{p} \right)}{1 + 8 \alpha l \frac{d^4}{D^4} k^1} \right\}$$

Détermination de la pression $\mathfrak{P}$ qui a lieu à une distance l de l'orifice.

Pour déterminer $\mathfrak{P}$ on a la relation suivante (en gardant les notations des deux numéros précédents):

$$\log \text{nat} \left(\frac{\mathfrak{P}}{p} \right) = \log \text{nat} \left(\frac{P}{p} \right) \frac{1 + 8 \alpha k^2 \frac{l d^4}{D^3}}{1 + k^2 \frac{d^4}{D^3} \left[\left(\frac{1}{k_1} - 1 \right)^2 + \frac{8 \alpha L}{D} \right]}$$

Tableau des coefficients d'écoulement.

Hauteur de pression de la colonne d'eau en mètres.	Coefficient d'écoulement k		
	pour orifices en minces parois.	pour ajutages coniques; inclinaison à peu près 3°.	pour ajutages cylindriques.
0.016	0.615	0.905	0.776
0.033	0.610	0.897	
0.065	0.604	0.888	
0.097	0.599	0.880	
0.130	0.595	0.874	
0.162	0.591	0.869	0.746
0.195	0.588	0.865	
0.227	0.585	0.859	
0.260	0.582	0.855	
0.292	0.579	0.851	
0.325	0.577	0.847	0.728
0.487	0.565	0.831	
0.650	0.556	0.817	0.702
0.814	0.548	0.805	
0.975	0.540	0.794	0.682
1.140	0.534	0.784	
1.300	0.527	0.775	0.665
1.625	0.515	0.757	0.650
1.950	0.505	0.742	0.637
2.275	0.495	0.728	0.625

Résistance des corps dans l'eau ou dans l'air.

Soit:

U la vitesse relative du liquide contre le corps ou du corps contre le liquide ou le fluide (en mètres);

A la plus grande section immergée du corps (en mètres carrés);

γ le poids d'un mètre cube de liquide; pour l'eau $\gamma = 1000$, pour l'air $\gamma = 1.293$;

$H = \frac{U^2}{2g}$ la hauteur de chute correspondant à U;

m un coefficient d'expérience qui n'est pas constant, mais qui dépend de plusieurs circonstances;

W la résistance du corps dans le fluide (en kilogrammes).

On peut mettre approximativement:

$$W = m \gamma A \frac{U^2}{2g}$$

Les valeurs suivantes doivent être portées en compte pour m:

a) Surface tranquille dans un fluide en mouvement:

$$m = 1.16 + 2.3 \sqrt{A}.$$

b) Pour une surface en mouvement dans un liquide en repos:

$$m = 1.43$$

c) Pour un corps prismatique au repos dans un fluide en mouvement:

$$m = \left(1.52 - 0.06 \frac{L}{\sqrt{A}} \right)$$

où L signifie la longueur du corps. Cette formule ne donne des résultats approximatifs que dans le cas que $\frac{L}{\sqrt{A}} < 3$;

d) Pour un corps prismatique en mouvement dans un liquide en repos:

$$m = \left(1.25 - 0.05 \frac{L}{\sqrt{A}} \right)$$

e) Pour une sphère qui se meut dans un fluide :

$$m = 0.672 + 0.000737 U$$

f) Pour un prisme avec une proue arrondie en demi-cercle :

$$m = 0.5$$

g) Pour un prisme avec une proue pointue en coin :

$$m = 0.75 \sin \alpha$$

α est la moitié de l'angle du coin ;

h) Pour un prisme avec une proue en plan incliné contre l'horizon :

$$m = 0.806 \sin \alpha$$

i) Pour des bateaux à vapeur bien construits :

$$m = 0.16 \text{ à } 0.18$$

CHAPITRE VI

ROUES HYDRAULIQUES

(Pl. XXXII et XXXIII.)

(Toutes les dimensions sont exprimées en mètres.)

182

Notations.

H la chute, c'est-à-dire la hauteur du niveau de l'eau dans le canal d'alimentation au-dessus du niveau du canal de décharge;

Q le volume d'eau (en mètres cubes) qui agit sur la roue dans une seconde;

$E_a = 1000 Q H$ l'effet absolue de la force de l'eau (en kilogrammes);

$N_a = \frac{E_a}{75}$ le même effet (exprimé en chevaux-vapeur);

$E_n N_n$ l'effet utile de la roue hydraulique (en kilogrammes-mètres et en chevaux-vapeur);

R le rayon de la roue;

a la profondeur de la roue, c'est-à-dire la différence entre les rayons extérieur et intérieur de la roue;

b la largeur de la roue, c'est-à-dire la dimension parallèle à l'axe de la roue des palettes ou des augets de la roue;

c la longueur a f, fig. 5, pl. XXXIII, des parties extérieures d'une palette ou d'un anget. Dans une roue avec des palettes planes, radiales, $c = 0$. Si la roue a des palettes planes et inclinées,

c représente la longueur de la palette. Si la palette est courbe, on peut lui substituer (pour le calcul de l'effet) une forme plane qui se rapproche autant que possible de la courbe; dans ce cas, c représente la longueur totale de la partie extérieure de la forme plane;

β l'angle sous lequel la partie extérieure d'une palette ou aube coupe la circonférence de la roue;

e la distance entre deux palettes consécutives;

$i = \frac{2R\pi}{e}$ nombre des palettes;

v vitesse de la roue à la circonférence;

V vitesse avec laquelle l'eau atteint la circonférence de la roue. Pour la roue en dessous et la roue de Poncelet il faut mettre:

$$V = \sqrt{2gH}$$

Pour les autres roues il faudra prendre pour la vitesse V celle qui correspond à la profondeur du point d'intersection de la surface inférieure de la veine fluide qui entre dans la roue avec la circonférence de la roue;

δ est l'angle que forme V avec la circonférence de la roue;

γ l'angle que forme le rayon qui va au point d'entrée avec le rayon vertical (nous appelons point d'entrée le point où la surface inférieure de la veine fluide, qui entre dans la roue, coupe la circonférence de la roue);

e signifie, dans les roues avec coursier, le jeu entre les palettes et le coursier;

h signifie : 1° dans les roues avec coursier la hauteur du niveau d'eau dans l'auget inférieur au-dessus du niveau dans le canal de décharge; 2° dans une roue en dessus, l'espace libre, c'est-à-dire la hauteur du point le plus bas de la circonférence au-dessus du niveau de l'eau inférieure;

$m = \frac{Q}{abv}$ le coefficient de remplissage, c'est-à-dire le rapport entre le volume d'eau Q , qui entre dans la roue dans une seconde, et le volume des augets qui doivent recevoir cette quantité d'eau;

f le coefficient de frottement pour les tourillons;

a la hauteur à laquelle se trouve le centre de gravité de la masse fluide qui entre dans un auget au-dessus du point a , immédiatement après le remplissage (fig. 6, pl. XXXIII);

S signifie, dans les roues à coursier, la somme des arcs le long desquels l'eau est en contact avec le coursier;

$g = 9.808$ mètres.

RÈGLES POUR LA DISPOSITION ET CONSTRUCTION D'UNE ROUE HYDRAULIQUE

183

Choix de la machine.

S'il s'agit de l'exploitation d'une usine au moyen de la force de l'eau, il faut se décider avant tout pour la machine motrice qui réponde le mieux dans les circonstances données au but proposé. Si l'on est dans le cas de ne prendre en considération que le capital d'établissement qui peut être employé pour une entreprise, ainsi que la grandeur du cours d'eau, on peut dans la plupart des cas choisir une machine convenable si l'on se laisse guider par la règle suivante :

Soit :

K le capital d'établissement qui peut être dépensé ;

H et Q la chute et la quantité ou dépense d'eau par seconde ;

$N_a > N_n$ un symbole qui indique que la force disponible se trouve en abondance ;

$N_a = N_n$ un symbole qui indique que la force disponible n'est suffisante qu'avec une utilisation très avantageuse.

Chute et qualité ou dépense d'eau		Choix à faire		
H	Q	Roue hydra- liqua en bois.	Roue hydra- liqua en fer.	Turbine.
au-dessous de 2 mètres	petite ou grande	K étant petite	1° K étant grande, H et Q étant constantes $N_a > N_n$ 2° K étant grande, H et Q étant variables	K étant grande, H et Q constantes $N_a = N_n$
entre 2 mètres et 6 mètres	au-dessous de 0.2 mètres cubes	K étant petite	K étant grande	dans aucun cas
entre 2 mètres et 6 mètres	plus grande que 0.3 mètres cubes	K étant petite	K étant grande	K étant grande
ou		et	et	et
entre 6 mètres et 12 mètres	petite ou grande	$N_a = N_n$	$N_a = N_n$	$N_a > N_n$
au-dessus de 12 mètres	petite ou grande	dans aucun cas	dans aucun cas	dans tous les cas

Choix d'une roue.

Dès qu'on s'est décidé pour l'établissement d'une roue hydraulique, il s'agit d'examiner qu'elle espèce de roue il faut appliquer dans le cas donné. Cette question peut être résolue, sans difficultés, au moyen de la figure 1, planche XXXIII, dans laquelle les chutes sont représentées dans la ligne supérieure et horizontale, les quantités d'eau (en mètres cubes par seconde) dans la ligne verticale à gauche. Les diverses lignes droites et courbes, qui sont tracées dans la figure, indiquent les limites d'application des diverses espèces de roues; la ligne AB indique la plus grande force de l'eau qui peut être utilisée par une roue hydraulique.

Afin de déterminer, au moyen de cette figure, le choix d'une roue, on cherche par les nombres horizontaux la ligne verticale qui correspond à la chute donnée; ensuite, avec la série verticale, on cherche la ligne horizontale qui coïncide avec la dépense donnée. Le point d'intersection de ces deux lignes se trouve dans le domaine hydraulique de la roue à choisir. Si la chute donnée est par exemple de 3 mètres et la dépense d'eau de 1.5 mètres cubes, ces données conduisent dans le domaine de la roue à palettes avec vanne à coulisse.

Effet utile des roues hydrauliques.

Dans la plupart des cas il est suffisant de déterminer l'effet utile d'une roue hydraulique d'une manière approximative, et surtout pour le calcul des dimensions d'une roue hydraulique.

Si les proportions des constructions, le coefficient de remplissage et les vitesses ne s'écartent pas beaucoup de ceux que l'on trouve dans les roues existantes bien construites, on peut admettre les valeurs suivantes pour le rendement, c'est-à-dire le rapport de l'effet utile et de l'effet absolu :

	Rendement.
Roue en dessous	0.30 à 0.35
Roue avec coursier à contre-courbe	0.40 à 0.50
Roue de Poncelet	0.60 à 0.65

Roue à palette avec vanne à dé- versoir.	0 60 à 0 65
Roue à palettes avec vanne à cou- lisses.	0 65 à 0 70
Roue à augets avec vanne à coulisses	0 60 à 0 70
Roue en dessus pour de petites chutes de 3 à 5 mètres.	0 50 à 0 60
Roue en dessus pour de grandes chu- tes au-dessus de 5 mètres	0 60 à 0 75

Dépense d'eau.

Si la dépense d'eau, qui doit agir sur la roue dans une seconde, n'est pas donnée immédiatement, il faut la calculer d'après l'effet utile que la roue doit produire et d'après la chute. Avec les rendements du numéro précédent, on trouve la dépense Q (en mètres cubes par seconde) pour produire un effet utile de N_a chevaux-vapeur (75 kilogrammes) d'après les relations que voici :

Roue en dessous	$Q = 0.21 \frac{N_a}{H}$ à $0.25 \frac{N_a}{H}$
Roue avec coursier à contrecourbe	$Q = 0.175 \frac{N_a}{H}$ à $0.187 \frac{N_a}{H}$
Roue de Poncelet	$Q = 0.115 \frac{N_a}{H}$ à $0.125 \frac{N_a}{H}$
Roue à palettes avec vanne à dé- versoir.	$Q = 0.115 \frac{N_a}{H}$ à $0.125 \frac{N_a}{H}$
Roue à palettes avec vanne à coulisses	$Q = 0.105 \frac{N_a}{H}$ à $0.115 \frac{N_a}{H}$
Roue d'arrière à augets avec vanne à coulisses	$Q = 0.107 \frac{N_a}{H}$ à $0.125 \frac{N_a}{H}$
Roue en dessus pour de faibles chu- tes au-dessous de 5 mètres	$Q = 0.125 \frac{N_a}{H}$ à $0.150 \frac{N_a}{H}$
Roue en dessus pour des chutes au-dessus de 5 mètres	$Q = 0.100 \frac{N_a}{H}$ à $0.122 \frac{N_a}{H}$

Vitesse à la circonférence v des roues.

Les roues hydrauliques donnent un effet utile satisfaisant et ne sont pas trop grandes si les vitesses à la circonférence ont les valeurs suivantes :

Vitesse en mètres à la circonférence de la roue.

Roue en dessous	$v = 0.4 \sqrt{2gH}$
Roue avec coursier à contrecourbe	$v = 2$ mètres
Roue de Poncelet	$v = 0.55 \sqrt{2gH}$
Roue à palettes avec vanne à déversoir	$v = 1.4$
Roue à palettes avec vanne à coulisses	$v = 1.6$
Roue à augets avec vanne à coulisses	$v = 1.5$
Roue en dessus pour de faibles chutes	$v = 1.3$ à 1.5
Roue en dessus pour de fortes chutes	$v = 1.5$

Rayon des roues R.

Les roues hydrauliques donnent un bon effet et ne sont pas trop chères si les rayons sont déterminés dans les limites suivantes :

Pour la roue en dessous suivant les localités $R = 2, 3$ à 3.5 mètres.

Pour la roue avec coursier à contrecourbe $R = 1.5 H$ à $2.5 H$

Pour la roue à palettes avec vanne à déversoir $R = 1.25 H$ à $1.5 H$

Pour la roue à palettes avec vanne à coulisses $R =$ à peu près H

Pour la roue à augets avec vanne à coulisses $R = \frac{2}{3} H$

Pour la roue en dessus $R = \frac{1}{2} \left(H - \frac{V^2}{2g} \right)$

Généralement il faut prendre $V = 2 v$,

et dans ce cas on a $R = \frac{1}{2} \left(H - 4 \frac{v^2}{2g} \right)$

Pour la roue de Poncelet $R = 2 H$

Remplissage des roues.

La mesure du remplissage d'une roue est le rapport m entre le

volume de l'eau qui entre dans la roue dans une seconde et le volume des augets qui doivent recevoir cette eau.

Ce coefficient est exprimé par :

$$m = \frac{Q}{a b v}$$

Le remplissage pour les roues à palettes ne doit pas être plus grand que $\frac{1}{2}$, et pour les roues à augets pas plus grand que $\frac{1}{3}$; on a alors :

Pour les roues à palettes :

$$m = \frac{Q}{a b v} \text{ à peu près } = \frac{1}{2}$$

Pour les roues à augets :

$$m = \frac{Q}{a b v} = \frac{1}{5}, \frac{1}{4} \text{ à } \frac{1}{3}$$

190

Volume d'eau qui entre dans la capacité entre deux aubes consécutives ou dans la capacité d'un auget.

Si le coefficient de remplissage est connu, on trouve le volume d'eau en mètres cubes qui entre dans la capacité d'un auget si l'on multiplie cette capacité par le coefficient de remplissage. Ce volume d'eau est aussi exprimé par :

$$= Q \frac{e}{v}$$

191

Rapport entre la largeur b et la profondeur a d'une roue.

Par la comparaison d'un très grand nombre de roues exécutées, on trouve qu'on obtient des proportions qui coïncident avec les réalités quand on adopte les rapports suivants :

Pour roues à palettes :

$$\frac{b}{a} = 1.75 \sqrt[3]{N_s}$$

Pour roues à augets :

$$\frac{b}{a} = 2.25 \sqrt[3]{N_s}$$

La roue de Poncelet fait exception de cette règle.

192

Détermination de la largeur b et de la profondeur a des roues.

Si l'on a déterminé d'après les règles précédentes m , v , $\frac{b}{a}$, on trouve par les formules suivantes la largeur et la profondeur d'une roue :

$$b = \sqrt{\frac{Q}{mv} \frac{b}{a}}$$

$$a = \frac{b}{\frac{b}{a}}$$

193

Nombre des bras des roues.

Le nombre des bras d'un système de bras d'une roue hydraulique est égal au nombre entier et pair qui se rapproche le plus possible de la valeur de $2(1 + R)$.

194

Nombre des palettes ou aubes et des augets.

Ce nombre est déterminé par celui qui se rapproche le plus possible de la valeur de

$$\frac{2 R \pi}{0.2 + 0.7 a}$$

et qui est divisible par le nombre des bras qui forment un système ; mais ce nombre des augets peut être regardé comme minimum qu'il est permis de dépasser.

195

Division des palettes et des augets.

Elle est obtenue si l'on divise la circonférence $2 R \pi$ de la roue par le nombre des palettes ou des augets.

196

Jeu de la roue dans le coursier.

Ce jeu dépend du matériel de construction et de l'exactitude du travail. Pour des roues neuves en bois ce jeu est de 0.02 à 0.025 mètres, pour des roues en fer il n'est que de 0.015 à 0.02 mètres.

TRACÉ DES ROUES

Les indications suivantes et les figures, planches XXXII et XXXIII, suffiront pour le tracé de ces roues.

197

Tracé d'une roue en dessous (pl. XXXIII, fig. 2).

O centre de la roue. — C point le plus bas de la roue. — BCD senil du coursier circulaire. — Inclinaison du plan BA contre l'horizon $= \frac{1}{20}$. — La vanne JE près de la roue; son inclinaison contre l'horizon $= 60^\circ$. — Epaisseur de la lame d'eau devant la roue, approximativement :

$$\frac{Q}{b \sqrt{2gH}}$$

FE parallèle avec BA. — Hauteur du niveau de l'eau dans le canal d'introduction au-dessus du point F, égale à H. — Hauteur du niveau dans le canal de dérivation, coïncidant avec la hauteur du point F. — Position des palettes de manière qu'elles aient une direction perpendiculaire au point D.

198

Tracé d'une roue avec coursier à contrecourbe (pl. XXXIII, fig. 3).

pq le niveau moyen de l'eau dans le canal de dérivation. — mn le niveau le plus bas dans le canal d'alimentation. — O le centre. — C point le plus bas de la roue à une profondeur de $\frac{1}{2}a$ au-dessous de pq. — OC = R. — Profondeur du point B au-dessous de mn = 0,6 mètres.

AB coursier d'entrée parabolique.

Angle d'inclinaison de la tangente (appartenant au point B) contre l'horizon $w = 35^\circ$ à 45° .

Coordonnées du sommet de la parabole $\begin{cases} BD = 0,6 \sin 2w. \\ AD = 0,6 \sin^2 w. \end{cases}$

Inclinaison de la vanne contre l'horizon à peu près 60° . Pour la position des palettes il faut faire : CL $= \frac{1}{4}a$, décrire un arc LM de O comme centre; faire MN vertical, MP radial. Cette règle compte pour toutes les roues à palettes.

Bedtenbacher, Résultats pour la construction des machines.

11

Roue à palettes avec vanne à déversoir (pl. XXXIII, fig. 7).

A B vanne avec surface conductrice en forme parabolique.

t profondeur du sommet A de la parabole au-dessus du niveau du canal supérieur ou d'introduction :

$$t = \left(\frac{Q}{0.44 \, b \, \sqrt{2g}} \right)^{\frac{2}{3}}$$

Cette profondeur t peut aussi être déterminée au moyen du tableau 149.

Profondeur du point B au-dessous du niveau supérieur = 1.5 t.

Coordonnées du sommet A de la parabole $\begin{cases} B D = 1.4 \, t \\ A D = 0.5 \, t \end{cases}$

Roue, coursier et palettes sont à tracer d'après la règle du numéro 198.

Roues à palettes avec vanne à coulisses (pl. XXXIII, fig. 4).

Roue, coursier et palettes sont à tracer comme pour les roues avec coursier à contrecourbe. Pour le tracé des surfaces d'entrée on se servira des remarques suivantes :

mn le niveau le plus haut dans le canal supérieur ou d'alimentation

Profondeur du point 1 au-dessous de mn égale 0.3 mètres.

Angle $\widehat{K 1 O} = 36^\circ$.

Division $1,2 = 2,3 = 3,4 = \frac{1}{3} \, a$.

Rayon $1 I = 2 II = 3 III = 0.8 \, a$.

Les centres I II III des courbures des coulisses se trouvent dans un cercle décrit du point O comme centro. La quantité d'eau, qui s'écoule entre deux coulisses, est trouvée par la formule

$$0.4 \, b \, p \, \sqrt{2g \, t}$$

p est la distance normale entre deux coulisses consécutives ;
t la profondeur du centre d'un orifice au-dessous de mn.

Pour trouver le nombre des coulisses, on calculera les quantités d'eau qui s'écoulent par les orifices consécutifs, on additionnera la première et la seconde, ensuite la première, la seconde et la troisième, etc., jusqu'à ce qu'on obtienne un nombre égal ou plus grand

que Q. Au nombre, qui fournit la quantité d'eau Q, on ajoutera un nombre d'orifices qui correspond à la différence entre le niveau le plus élevé et le plus bas dans le canal supérieur.

201

Roue d'arrière à augets avec vanne à coulisses (pl. XXXIII, fig. 6).

La circonférence extérieure de la roue touche le niveau d'eau le plus élevé dans le canal de décharge.

Les points 5, a, b se trouvent dans une ligne radiale droite.

a est au milieu entre 5 et b; il est donc $\overline{ab} = \frac{1}{2} a$. Au point b il

faut appliquer une ventilation. Si les parois extérieures des augets sont trop convergentes, il faut leur donner une forme courbe. Si les parois des augets sont faites en tôle, il faut prendre, au lieu de l'angle 1 a b, une ligne courbe passant par les points 1 a b.

Pour le tracé des coulisses, il faut avoir en vue les remarques suivantes:

mn le niveau d'eau le plus élevé dans le canal supérieur ou d'alimentation.

Profondeur du point 1 au-dessous mn, égale 0.3 mètres.

1 e prolongement de a l.

1 c = r tangent à la circonférence du consier.

c d parallèle à 1 e.

1 d = $\sqrt{2g \times 0.3} = 2.42$ mètres, 1 l = a, perpendiculaire sur 1 d.

1,2 = 2,3 = 3,4 = 0.4 a.

Les points I II III se trouvent dans un cercle concentrique avec la circonférence de la roue et passent par I; on a de plus:

$$2 \text{ II} = 3 \text{ III} = 4 \text{ IV} = 1 \text{ I} = a$$

Le nombre des coulisses nécessaires est déterminé de la manière indiquée pour la roue à palettes avec vanne à coulisses; seulement il faut prendre, dans le cas précédent, au lieu du coefficient 0.4 celui de 0.75.

202

Roue en dessus (pl. XXXIII, fig. 5).

La circonférence extérieure de la roue est touchée au point le plus bas par le niveau le plus élevé de l'eau du canal de fuite.

Profondeur du point a au-dessous du niveau le plus bas dans le canal supérieur $= 4 \frac{v^2}{2g}$.

aa₁ = e division des augets, $\overline{a_1 l} = \frac{1}{4} \overline{a a_1}$, l f g ligne droite radiale, $\overline{l f} = \overline{f g} = \frac{1}{2} a$.

Si les parois extérieures des augets convergent sensiblement, il faut courber f a légèrement. Si les augets sont en tôle, il faut les tracer en courbe d'après la ligne a f g.

a d tangent à la circonférence extérieure de la roue et $= v$.

a c prolongement de a f. d b parallèle à a c. a b $= 2 v$.

L'eau doit arriver au point a dans la direction b a pour entrer sans choc dans les augets. a e surface d'introduction parabolique; elle est touchée par a b au point a. e est le sommet de la parabole.

Distance horizontale des points a et e $= a j \sin 2(\widehat{b a d})$

Distance verticale des points a et e $= a j \sin^2(\widehat{b a d})$

203

Règles pour le calcul et le tracé de la roue de Poncelet
(pl. XXXII, fig. 2).

O centre de la roue.

Rayon de la roue R $= 2 H$

Jeu entre la roue et le coursier $= 0.02 H$

Angles qui correspondent à la partie courbe

du coursier : $\widehat{B O C} = \widehat{C O D}$ $= 15^\circ$

Inclinaison de A B contre l'horizon $= 3^\circ$

Epaisseur de la lame d'eau immédiatement devant la roue $= 0.19 H$

E F parallèle à A B.

F G ligne horizontale dont le prolongement détermine le niveau dans le canal de fuite.

Hauteur du niveau d'eau m n au-dessus du point F $= H$

N L le filet moyen de l'eau. L M perpendiculaire sur N L.

U T hauteur de la couronne de la roue $= 0.509 H$

L M rayon de courbure pour les aubes $= 0.711 H$

Nombre des aubes	= 42	
Largeur de la rone	$b = 5.26 \frac{Q}{H \sqrt{2gH}}$	
Profondeur de l'eau dans le canal de dérivation ou de fuite immédiatement derrière la roue	= 0.6 H	
Vitesse à la circonférence de la roue	$v = 0.55 \sqrt{2gH}$	

RÈGLES POUR LA CONSTRUCTION DES ROUES HYDRAULIQUES

204

Division des roues d'après leur construction.

Les roues hydrauliques peuvent être divisées, d'après le mode de construction, dans les classes suivantes :

1° Roues avec des bras rigides, au moyen desquels la force est transmise de la circonférence à l'arbre de la roue et de ce dernier aux autres organes de transmission ;

2° Rones avec des bras rigides et avec un anneau denté, fixé aux bras ou à la couronne de la roue ; cet anneau denté transmet la force aux organes de transmission ;

3° Rones avec bras en forme de tiges en fer forgé avec un anneau denté, fixé à la couronne de la roue ;

4° Roues avec anneau denté au milieu ;

5° Roues (à très grande largeur et à grande force) avec deux anneaux dentés, un de chaque côté.

205

Forces auxquelles les différentes parties d'une roue ont à résister.

1° Si la rone est construite d'après le premier mode de construction et si elle a, par exemple, trois systèmes de bras, chacun de ces systèmes transmet $\frac{1}{3} N_a$ à l'arbre. La première partie a b de l'arbre, pl. XXXII, fig. 1, transmet $\frac{1}{3} N_a$, la seconde partie b c $\frac{2}{3} N_a$, la troisième c d la force totale N_a ; cette transmission dans l'arbre a lieu par la torsion ;

2° Si la rone doit être construite d'après le deuxième mode de construction avec trois systèmes de bras rigides, fig. 3, pl. XXXII,

chacun des systèmes A et B, transmet $\frac{1}{3} N_a$ de la circonférence à l'arbre; le système C transmet $\frac{2}{3} N_a$ en sens inverse; la partie a b de l'arbre transmet par torsion $\frac{1}{3} N_a$, la partie b c $\frac{2}{3} N_a$;

3° Une rone, construite d'après la troisième méthode, transmet la force directement à l'engrenage. Les bras en forme de tige et l'arbre n'ont qu'à porter le poids de la rone; les entre-toises croisées garantissent la roue contre toute déformation;

4° Si une roue est construite d'après la quatrième méthode et si les couronnes de la roue sont reliées avec l'anneau denté par des entre-toises, les bras et l'arbre n'ont qu'à porter le poids de toute la construction et le poids de l'eau, contenue dans les augets, ne peut influer sur ces pièces;

5° Si une roue est construite d'après la cinquième méthode, les bras et l'arbre n'ont qu'à porter le poids de la construction, dans la supposition que les couronnes intermédiaires, s'il en existe, sont reliées avec les couronnes extérieures par des contrefiches.

Ces règles ne sont correctes que quand (dans des rones avec anneaux dentés) le pignon se trouve exactement ou très approximativement dans le rayon de la roue qui passe par le centre de gravité de l'eau, contenue dans la roue.

206

Règles pour les dimensions principales des profils.

(Toutes les dimensions en centimètres.)

Engrenages.

Rayon de la roue dentée. = R_1

Épaisseur d'une dent, mesurée sur le cercle

de division = $z = 0.086 \sqrt{\frac{75 N_a}{v} \frac{R}{R_1}}$

Largeur de la dent = $5.5 z$

Longueur des dents, mesurée dans le

sens du rayon = $1.5 z$

Pas de division = $2.1 z$

Ordinairement v est à peu près 1.5 mètres et R_1 égal ou à peu près $= R$; dans ce cas l'épaisseur d'une dent = $0.6 \sqrt{N_a}$

Largeur, longueur, division, comme précédemment.

207

Arbres en fer.

Les arbres qui sont exposés à la torsion peuvent être calculés d'après la règle qui compte pour les arbres de transmission en général; cependant, si toutes les parties doivent être construites en harmonie avec les forces qui y agissent, il ne faut faire entrer en ligne de compte, pour la détermination de chaque partie d'un arbre, que la force de chevaux qu'elle transmet. Les arbres, qui n'ont qu'à supporter le poids de la construction, doivent être construits d'après les principes de la résistance contre la flexion. Le coefficient qui doit entrer en ligne de compte pour cette résistance est = 300.

208

Tourillon de l'arbre d'une roue hydraulique.

Le diamètre du tourillon d'un arbre de roue hydraulique est approximativement de $3\sqrt{N_n}$ (en centimètres) si la roue est portée par 2 tourillons, et de $4\sqrt{N_n}$ si la roue est portée par 1 tourillon.

Les tourillons ne peuvent être calculés exactement que quand on a tracé la roue et quand on en a calculé le poids.

Si la pression, qu'un tourillon doit supporter, est déterminée et égale à P, on trouve le diamètre ou par le tableau numéro 67 ou par la formule :

$$0.18 \sqrt{P} \text{ centimètres.}$$

209

Arbres en bois.

Le diamètre d'un arbre en bois doit être cinq fois plus grand que celui du tourillon.

210

Bras ou rais des roues.

a) Les bras rigides en fer doivent être construits d'après la règle qui a été établie au numéro 90 g pour les bras des roues de transmission.

Soit :

d le diamètre que doit avoir un arbre de transmission qui marche aussi vite que la roue hydraulique et qui transmet la même force que le système de bras dont un seul doit être déterminé;

h la hauteur d'un bras (mesurée au centre de l'arbre et perpendiculairement à la longueur du bras);

$\mathcal{R}$ le nombre des bras.

On a de même que pour les roues de transmission :

$$\frac{h}{d} = \frac{1.7}{\sqrt[3]{\mathcal{R}}} \quad b = \frac{1}{5} h$$

Pour $\mathcal{R} =$	4	6	8	10	12
on obtient $\frac{h}{d} =$	1.08	0.94	0.86	0.79	0.75

b) Bras rigides en bois. La hauteur de ce bras doit être déterminée comme s'ils étaient en fer; mais l'épaisseur est dans ce cas $\frac{5}{7} b$.

Ces règles se rapportent à des bras qui sont sollicités par des forces agissantes contre la rupture par flexion; elles comptent pour les roues de la première et deuxième méthode de construction.

c) Bras minces en fer pour roues d'après la troisième, quatrième et cinquième méthode de construction :

Diamètre d'un bras radial $d = 0.69 \sqrt{N_s}$

Diamètre d'une tige diagonale $= 0.75 d$

Diamètre d'une tige à la circonférence $= 0.6 d$

d) Bras en bois pour roues de la troisième, quatrième et cinquième méthode :

Section d'un bras radial $= 5 N_s$

Rosettes.

Soit d le diamètre d'un tourillon de roue hydraulique, h la plus grande des dimensions d'une section de bras de roue; on a :

A) Longueur d'une douille de bras à la rosette :

a) Pour roues avec bras rigides d'après la construction

1 et 2 $= 2 h$ à $2.4 h$;

b) Pour roues avec bras en bois d'après la construction
3, 4, 5 = 4 h;

c) Pour roues avec bras minces en fer égal à 6 fois le
diamètre d'une tige.

B) Epaisseur du métal de la douille qui sert à la fixation de la
rosette = $\frac{1}{3} d + 0.5$.

C) Longueur de la douille 1.2 d à 1.6 d.

212

Jantes de roues à palettes.

Dimension radiale d'une jante de roue à palettes pour		
fer et pour bois		$\frac{1}{3} a$
Epaisseur de la jante	en bois	$\frac{1}{3} a$
	en fer	$\frac{1}{20} a$

213

Jantes de roues à augets.

Jantes en bois	épaisseur du cercle intérieur	$\frac{a}{6}$
	épaisseur du cercle extérieur	$\frac{a}{7}$
Jantes en fer, épaisseur		$\frac{a}{25}$ à $\frac{a}{20}$

214

Planches de palettes et d'augets.

Epaisseur des planchettes des augets		$\frac{a}{14}$ à $\frac{a}{11}$
Epaisseur du fond de l'auget		$\frac{a}{8}$
Epaisseur de la paroi extérieure de l'auget . .	au milieu de a	$\frac{a}{8}$
	à la circonférence de la roue .	$\frac{a}{10}$

215

Fond des roues.

Epaisseur du fond des roues à palettes $\frac{a}{15}$ à $\frac{a}{11}$

Epaisseur du fond des roues à augets $\frac{a}{7}$

216

Fond du coursier.

Epaisseur du coursier en bois $\frac{a}{10}$

RÈGLES POUR LE CALCUL DE L'EFFET UTILE DES ANCIENNES ROUES HYDRAULIQUES

LA ROUE EN DESSOUS

(La signification des lettres dans les formules se trouve aux pag. 153 et 154.)

217

Pertes d'eau.

Pour calculer l'effet utile d'une roue en dessous, il faut d'abord déterminer les quantités d'eau qui s'échappent inutilement entre les palettes et au-dessous de la roue.

Soit q_1 la quantité d'eau qui s'échappe dans une seconde entre les palettes sans produire une action.

a) Si le fond du canal d'alimentation et celui du canal de décharge forment une ligne droite, on a :

$$q_1 = \frac{1}{24} e^2 \frac{b}{R} \left(\frac{V}{V-v} \right)^2 V \dots \text{si } \frac{Q}{bV} > \frac{e^2}{8R} \left(\frac{V}{V-v} \right)^2$$

$$q_1 = Q \left(1 - \frac{4}{3} \frac{1}{e} \frac{V-v}{V} \sqrt{\frac{2RQ}{bV}} \right) \dots \text{si } \frac{Q}{bV} < \frac{e^2}{8R} \left(\frac{V}{V-v} \right)^2$$

$$q_1 = \frac{1}{3} Q \dots \text{si } \frac{Q}{bV} = \frac{e^2}{8R} \left(\frac{V}{V-v} \right)^2$$

b) Si dans le canal de décharge le fond et le niveau d'eau sont plus bas que dans le canal d'introduction, on a :

$$q_1 = Q \left(1 - \frac{2}{3} \frac{1}{e} \frac{V-v}{V} \sqrt{\frac{2RQ}{bV}} \right) \text{ si } \frac{Q}{bV} < \frac{e^3}{2R} \left(\frac{V}{V-v} \right)^3$$

$$q_1 = \frac{1}{6} b \frac{e^3}{R} \left(\frac{V}{V-v} \right)^3 V \dots \dots \dots \text{ si } \frac{Q}{bV} > \frac{e^3}{2R} \left(\frac{V}{V-v} \right)^3$$

$$q_1 = \frac{1}{3} Q \dots \dots \dots \text{ si } \frac{Q}{bV} = \frac{e^3}{2R} \left(\frac{V}{V-v} \right)^3$$

c) Si le fond du canal d'alimentation est muni d'une partie courbée qui s'étende au-delà de deux divisions de palettes, on a :

$$q_1 = 0$$

Soit q_2 la quantité d'eau qui s'échappe dans une seconde par le jeu de la roue dans le coursier, on a :

a) Dans un coursier rectiligne :

$$q_2 = bV \left(\varepsilon + \frac{e^3}{16R} \right) \sqrt{1 - \frac{2g}{V^3} \frac{Q}{bV}}$$

b) Si le fond du canal de décharge est plus bas que celui du canal d'alimentation :

$$q_2 = bV \left(\varepsilon + \frac{e^3}{16R} \right)$$

c) Si le coursier est muni d'une partie courbée qui s'étende au-delà de deux divisions de palettes :

$$q_2 = 0$$

218

Effet utile d'une roue en dessous.

Si l'on a calculé d'après les règles précédentes les pertes d'eau $q_1 + q_2$, on trouve l'effet utile par l'expression suivante :

$$E_u = \frac{1000}{2g} (Q - q_1 - q_2) \left[2v(V-v) - \frac{3Qv}{bR} \right]$$

$$- 0.118 i a b v^3 - 0.8 n f N_u \sqrt{N_u}$$

Pour l'effet utile N_u , on peut porter 0.35 N_u en compte.

Effet utile d'une roue avec coursier à contrecourbe, d'une roue à palettes avec vanne à déversoir et d'une roue à palettes avec vanne à coulisses.

On trouve l'effet de ces roues par les équations suivantes :

$$\begin{aligned}
 E_u = & 1000 Q H - 1000 Q \left[\frac{V^2}{2g} + \frac{1}{2} h - \frac{v(V \cos \delta - v)}{g} \right] \\
 & - 1000 Q \left[\frac{e}{2} \sin \gamma + c \sin (\gamma - \beta) - s \right] \\
 & - 1000 \varepsilon b \sqrt{2ge} \left(H - \frac{V^2}{2g} \right) \left(0.43 + 0.26 \frac{Q}{abv} \right) \\
 & - 0.188 i a b v^3 \\
 & - 0.366 b S v^3 \\
 & - 0.8 n f N_u \sqrt{N_u}
 \end{aligned}$$

Le premier des membres négatifs donne les pertes de travail qui sont produites : 1° par la vitesse relative de l'arrivée de l'eau sur la roue; 2° par la vitesse avec laquelle l'eau quitte la roue; 3° par la différence des niveaux d'eau dans l'auget le plus bas et dans le canal de décharge.

Le deuxième membre négatif donne la perte d'effet qui a lieu à l'entrée par la division des palettes, par le remplissage et par la forme des palettes. La hauteur s du centre de gravité de la masse d'eau doit être prise dans le tracé de la roue.

Le troisième membre négatif détermine la perte d'effet par l'échappement de l'eau à la circonférence de la roue, dans le jeu de la roue dans le coursier.

Le quatrième membre détermine la perte par la résistance de l'air contre les palettes.

Le cinquième membre la perte par le frottement de l'eau le long du coursier.

Le sixième la perte par le frottement du tourillon.

Dans le dernier membre on peut prendre $N_u = 0.5 N_u$.

220

Effet utile d'une roue à augets avec vanne à coulisses et avec coursier.

L'expression suivante détermine l'effet de cette roue :

$$\begin{aligned}
 E_a = & 1000 Q H - 1000 Q \left[\frac{V^2}{2g} + \frac{1}{2} h - \frac{v (V \cos \delta - v)}{g} \right] \\
 & - 1000 Q \left[\frac{c}{2} \sin \gamma + c \sin (\gamma - \beta) - s \right] \\
 & - 464 \epsilon \sqrt{2ge} R \frac{Q}{a v} \\
 & - 0.366 b S v^2 \\
 & - 0.8 n f N_a \sqrt{N_a}
 \end{aligned}$$

Les membres négatifs de cette expression ont la même signification comme dans les roues précédentes; seulement, dans le cas présent il manque le membre qui représente dans l'expression ci-dessus l'influence de la résistance de l'air.

221

Effet utile d'une roue en dessus.

Cet effet est déterminé ainsi :

$$\begin{aligned}
 E_a = & 1000 Q H - 1000 Q \left[\frac{V^2}{2g} + h - \frac{v (V \cos \delta - v)}{g} \right] \\
 & - 1000 Q a \left(1 - \frac{1}{2} \frac{Q}{a b v} \right) \\
 & - 1000 Q R \left(0.50 - 0.07 \frac{a b v}{Q} \right) - 0.8 n f N_a \sqrt{N_a}
 \end{aligned}$$

CHAPITRE VII

T U R B I N E S

(Toutes les dimensions sont exprimées en mètres.)

(Pl. XXXIV et XXXV.)

TURBINE DE JONVAL AVEC DEUX ROUES SUPERPOSÉES (pl. XXXIV)

222

Règles générales pour le calcul des dimensions principales.

Fig. 1. B. Développement de la coupe à la circonférence intérieure de la roue; on l'obtient quand on coupe la roue conductrice et la roue motrice par un cylindre dont le rayon est égal au rayon intérieur des deux roues et quand on développe la section sur un plan.

Fig. 1. A. Développement de la section moyenne; on l'obtient quand on coupe la roue conductrice et la roue motrice par un cylindre dont le rayon R est égal à la valeur moyenne

$$R = \frac{R_1 + R_2}{2}$$
 du rayon extérieur et du rayon intérieur de la roue motrice et quand on développe la section sur un plan.

Fig. 2. Coupe de la roue conductrice et de la roue motrice par un plan passant par l'axe.

Pour le calcul des dimensions principales serviront les notations suivantes :

H la chute ou la hauteur du niveau d'eau dans le canal d'alimentation sur le niveau d'eau dans le canal de décharge;

Q la dépense d'eau (en mètres cubes) qui agit par seconde sur la roue;

α (fig. 1, A) l'angle moyen que forment les aubes de la roue conductrice avec le plan inférieur de cette roue;

β l'angle moyen sous lequel les aubes de la roue commencent au plan supérieur de la turbine ou de la roue motrice;

k le coefficient de contraction pour la sortie de l'eau des canaux de la roue conductrice;

k_1 le coefficient de contraction pour la sortie de l'eau des canaux de la turbine;

U vitesse avec laquelle l'eau sort des canaux de la roue conductrice;

R_2 rayon intérieur de la roue (fig. 2);

R_1 rayon extérieur de la roue (fig. 2);

$R = \frac{1}{2} (R_2 + R_1)$ le rayon moyen de la roue (fig. 2);

ii, les nombres des aubes courbes de la roue conductrice et de la roue motrice;

ϵ , l'épaisseur du métal de ces aubes courbes;

$s s_1$ (fig. 1, A) la distance normale entre deux aubes consécutives dans la roue conductrice et dans la roue motrice;

v la vitesse la plus avantageuse d'un point à la circonférence du cercle du rayon R ;

n nombre le plus avantageux des tours de la turbine par minute;

N_u l'effet utile en chevaux-vapour (75 kilogrammes-mètres) que la turbine doit développer.

Les règles suivantes déterminent les dimensions principales de la machine:

a) Quantité d'eau qui doit agir par seconde sur la roue:

$$Q = 0.107 \frac{N_u}{H} \text{ mètres cubes}$$

b) Entre certaines limites les angles α et β peuvent être pris arbitrairement; dans la plupart des cas on doit prendre:

$$\begin{aligned} \alpha &= 24^\circ \\ \beta &= 66^\circ \end{aligned}$$

c) Pour éviter les espaces nuisibles, la partie inférieure des aubes conductrices doit être faite en ligne droite, et dans ce cas il faut prendre:

$$k = 1$$

d) L'eau peut sortir de la roue avec une faible convergence, et on peut faire alors:

$$k_1 = 0.9$$

e) Vitesse avec laquelle l'eau sort des canaux de la roue conductrice:

$$U = \sqrt{g H \frac{\sin \beta}{\cos \alpha \sin (\alpha + \beta)}}$$

f) Rapports entre les rayons R , R_1 , R_2 . Ordinairement on peut prendre:

$$R_2 = \frac{2}{3} R_1 \quad R = \frac{5}{6} R_1$$

g) Nombre des aubes courbes de la roue conductrice. Ordinairement on peut prendre:

$$i = 16$$

h) Nombre des aubes courbes de la roue motrice:

$$i_1 = 24$$

i) Epaisseur du métal des aubes courbes:

$$\varepsilon = \varepsilon_1 = \frac{1}{40} R = 0.025 R$$

Les aubes doivent être faites en tôle si R est plus petit que 0.4 mètres, et en fonte si R est plus grand que 0.4 mètres.

k) Le rayon extérieur de la roue:

$$R_1 = \sqrt{\frac{Q}{U k \left[1 - \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^2 \right] \pi \sin \alpha \left(1 - \frac{i}{2 \pi \sin \alpha} \frac{\varepsilon}{R} - \frac{i_1}{2 \pi \sin \beta} \frac{\varepsilon_1}{R} \right)}}$$

l) Largeur réelle des canaux de la roue conductrice, prise dans le développement de la section moyenne (fig. 1, A):

$$s = R \left(\frac{2 \pi \sin \alpha}{i} - \frac{\varepsilon}{R} \right)$$

m) Largeur réelle des canaux de la roue motrice, prise dans le développement de la section moyenne:

$$s_1 = R \left[\frac{2 \pi \sin \alpha}{i_1} - \left(\frac{i}{i_1} \frac{\epsilon}{R} + \frac{\epsilon_1 \sin \alpha}{R \sin \beta} \right) \right] \frac{k}{k_1} \frac{\sin \beta}{\sin (\alpha + \beta)}$$

n) Vitesse la plus avantageuse d'un point à la circonférence du cercle d'un rayon R:

$$v = 0.774 \sqrt{g H \frac{\sin (\alpha + \beta)}{\sin \beta \cos \alpha}}$$

o) Nombre le plus avantageux des tours de la turbine par minute:

$$n = 9.548 \frac{v}{R}$$

p) Hauteur de la turbine. = 0.5 R

q) Hauteur de la roue conductrice. = 0.6 R

r) Distance entre le plan inférieur de la roue conductrice et le plan supérieur de la roue motrice. . . = $\frac{R}{50}$

s) Rayon du manteau ou tambour qui enveloppe la turbine. = $R_1 + \frac{R}{50}$

t) Hauteur de l'orifice d'écoulement du manteau:

1° Si l'écoulement a lieu sur toute la circonférence. = $\frac{1}{2} R_1$

2° Si l'écoulement n'a lieu que d'un côté sur une largeur de $2 R_1$ = $\frac{\pi}{2} R_1$

u) Largeur du canal de fuite à l'emplacement de la turbine. = $4 R_1$

223

Formules spéciales pour le calcul des dimensions des turbines de Jonval pour des forces d'eau ordinaires.

Si la chute n'est pas trop forte et si la quantité d'eau n'est pas trop petite, c'est-à-dire s'il s'agit de l'utilisation d'une force d'eau normale, on peut adopter pour les grandeurs $\alpha \beta k k_1 \frac{R_2}{R_1} \frac{\epsilon}{R} \frac{\epsilon_1}{R} i i_1$ (qui sont arbitraires entre certaines limites) les valeurs indiquées dans le numéro précédent, alors on obtient pour le calcul de toutes les dimensions principales les formules simples suivantes:

- Quantité d'eau qui doit agir par seconde
sur la roue $Q = 0.107 \frac{N_s}{H}$
- Angle moyen que forment les aubes directrices avec la base de la roue $\alpha = 24^\circ$
- Angle moyen sous lequel les aubes de la roue motrice commencent à la surface supérieure de la roue $\beta = 66^\circ$
- Coefficient de contraction pour la sortie de l'eau des canaux de la roue directrice $k = 1$
- Coefficient de contraction pour la sortie de l'eau des canaux de la roue motrice $k_1 = 0.9$
- Vitesse avec laquelle l'eau sort des canaux de la roue conductrice $U = 0.707 \sqrt{2 g H}$
- Rapports entre les rayons $R, R_1, R_2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{R_2}{R_1} = \frac{2}{3} \\ \frac{R}{R_1} = \frac{5}{6} \end{array} \right.$
- Nombre des aubes courbes directrices . . . $i = 16$
- Nombre des aubes courbes de la roue motrice . . . $i_1 = 24$
- Épaisseur du métal des aubes $\varepsilon = \varepsilon_1 = \frac{R}{40}$
- Rayon extérieur de la roue motrice $R_1 = 1.380 \sqrt{\frac{Q}{U}}$
- Rayon intérieur de la roue motrice $R_2 = \frac{2}{3} R_1$
- Rayon moyen de la roue motrice $R = \frac{5}{6} R_1$
- Largeur des canaux de la roue conductrice . . $s = 0.1372 R$
- Largeur des canaux de la roue motrice . . $s_1 = 0.0811 R$
- Vitesse la plus avantageuse d'un point à la circonférence du cercle du rayon R $v = 0.600 \sqrt{2 g H}$
- Nombre le plus avantageux des tours de la turbine par minute $n = 9.548 \frac{v}{R}$
- Hauteur de la roue motrice $= 0.5 R$
- Hauteur de la roue conductrice $= 0.6 R$
- Distance entre le plan supérieur de la roue motrice et du plan inférieur de la roue conductrice $= \frac{R}{50}$

Rayon du manteau (tambour) qui enveloppe la roue motrice. = 1.225 R

Hauteur de l'orifice au manteau:

1° Si l'écoulement a lieu sur toute la circonférence = $\frac{1}{2} R_1$

2° Si l'écoulement n'a lieu que d'un côté sur une largeur $2 R_1$ = $\frac{\pi}{2} R_1$

Largeur du caual de décharge à l'emplacement de la turbine. $4 R_1$

224

Tracé des courbes (pl. XXXIV, fig. 1 et 2).

Il est nécessaire pour la construction des roues que les sections soient dessinées dans la grandeur naturelle; les remarques suivantes seront utiles dans ce cas.

Le tracé de la coupe (fig. 2) n'a pas besoin d'explication, car il suffit de rapporter les dimensions de cette coupe.

Pour le tracé (fig. 1 A) il est à remarquer : $\overline{cc} = \frac{2R\pi}{i}$, $\overline{ff} = \frac{2R\pi}{i_1}$, $\overline{ba} = 0.80 R$; $\overline{fg} = 0.55 R$, c o droit, o a curviligne et tangent à o c, f g constamment curviligne ou en arc de cercle dont le rayon est égal $0.9 R$.

Le tracé de la coupe (fig. 1 B) a lieu ainsi qu'il suit : on fait $\overline{c_1 c_1} = \overline{a_1 a_1} = \frac{2 R_1 \pi}{i}$, $\overline{f_1 f_1} = \overline{b_1 b_1} = \frac{2 R_1 \pi}{i_1}$, $\overline{a b_1} = \overline{a b} \frac{R_1}{R}$, $\overline{f_1 g_1} = \overline{f g} \frac{R_1}{R}$, on partage a b, $a_1 b_1$, g f, $g_1 f_1$ en quatre parties égales, on trace par les points de division des lignes verticales, par les points m n o p i k l q des lignes horizontales, elles se couperont aux points m, n, o, p, i, k, l, q, de la courbe à construire.

225

Formules spéciales pour le calcul des dimensions des turbines de Jonval pour des cours d'eau extraordinaires.

Si la chute est si grande et la dépense d'eau si petite que les règles du numéro précédent donnent pour n un nombre qui n'est pas admissible, il faut porter en compte pour α une valeur plus

petite (par exemple $\alpha = 15^\circ$) et pour $\frac{R_2}{R_1}$ une valeur plus grande (par exemple $\frac{R_2}{R_1} = \frac{5}{7}$), et dans ce cas les formules du numéro 222 donnent les règles suivantes:

Quantité d'eau devant agir sur la roue dans une seconde	$Q = 0.107 \frac{N_2}{H}$
Angle moyen que forment les aubes directrices avec la base de la roue	$\alpha = 15^\circ$
Angle moyen sous lequel les aubes de la roue motrice commencent à la surface supérieure de la roue	$\beta = 66^\circ$
Coefficient de contraction pour la sortie de l'eau du canal de la roue directrice . . .	$k = 1$
Coefficient de contraction pour la sortie de l'eau du canal de la roue motrice . . .	$k_1 = 0.9$
Vitesse d'écoulement de l'eau des canaux de la roue directrice	$U = 0.692 \sqrt{2 g H}$
Rapports entre les rayons $R R_1 R_2$. . .	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{R_2}{R_1} = \frac{5}{7} \\ \frac{R}{R_1} = \frac{6}{7} \end{array} \right.$
Nombre des aubes directrices	$i = 16$
Nombre des aubes de la roue motrice . .	$i_1 = 24$
Epaisseur du métal des aubes	$\epsilon = \epsilon_1 = \frac{R}{40}$
Rayon extérieur de la roue motrice . . .	$R_1 = 1.966 \sqrt{\frac{Q}{U}}$
Rayon intérieur de la roue motrice . . .	$R_2 = \frac{5}{7} R_1$
Rayon moyen de la roue motrice	$R = \frac{6}{7} R_1$
Largeur des canaux de la roue directrice	$s = 0.077 R$
Largeur des canaux de la roue motrice .	$s_1 = 0.045 R$
Vitesse la plus avantageuse d'un point à la circonférence du cercle du rayon R . .	$v = 0.579 \sqrt{2 g H}$
Nombre le plus avantageux des rotations de la roue motrice dans une minute . . .	$n = 9.548 \frac{v}{R}$

Hauteur de la roue motrice.	= 0.5 R
Hauteur de la roue directrice	= 0.6 R
Distance entre le plan supérieur de la roue motrice et le plan inférieur de la roue directrice.	= $\frac{R}{50}$

226

Turbine à effet partiel.

Si la chute est tellement élevée et si la quantité d'eau est tellement petite que les règles du numéro précédent donnent pour n et R des valeurs excessives, il faut adopter une turbine partielle quoique dans ce cas l'effet utile est moins favorable que pour une turbine complète.

Les dimensions d'une telle turbine partielle peuvent être calculées, de même que pour les turbines entières, si l'on fait entrer en ligne de compte, dans les formules pour Q , un volume d'eau m fois plus grand que celui qui doit agir par seconde sur la turbine; m est le nombre qui exprime combien de fois la partie de la circonférence, à laquelle l'introduction de l'eau a lieu, est contenue dans la circonférence totale.

227

Calcul de l'effet utile des turbines de Jonval.

Pour calculer l'effet utile d'une turbine de Jonval, dont les dimensions sont données, il faut se servir des indications suivantes jointes avec celles du numéro 222:

O la section du manteau cylindrique qui enveloppe la roue motrice;

ω la section de l'orifice d'écoulement inférieur du manteau;

γ l'angle que forme les aubes de la roue motrice avec son plan inférieur;

κ le coefficient de contraction pour la sortie de l'eau de l'orifice ω ;

$$\kappa = \frac{v^2}{2gH}$$

On calculera avant tout les expressions suivantes:

$$\Omega = \left(2 R \pi \sin \alpha - i \varepsilon - i_1 \varepsilon_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \right) (R_1 - R_2)$$

$$\Omega_3 = (2 R \pi \sin \beta - i_1 \varepsilon_1) (R_1 - R_2)$$

$$\Omega_1 = i_1 s_1 (R_1 - R_2)$$

$$m = \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \cos \alpha + \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \cos \beta$$

$$n = \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \sin \alpha - \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \sin \beta$$

$$M^2 = 1 + m^2 + n^2 + \left(\frac{\Omega_1 k_1}{\omega x} \right)^2 + \left(\frac{\Omega_1 k_1}{O} \right)^2 - 2 \sin \gamma \frac{\Omega_1 k_1}{O}$$

$$A = 1 - \frac{\left(\frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \cos \alpha + \cos \gamma \right) \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \cos \beta}{M^2}$$

$$B = \frac{\frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \cos \alpha + \cos \gamma}{M}$$

$$C = \frac{\left(\frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \right)^2 \cos^2 \beta}{M^2}$$

$$D = \frac{\left(\frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \right) \cos \beta}{M^2}$$

Alors on trouve pour chaque vitesse de la roue :

a) Le rapport entre l'effet utile E_u (exprimé en kilogrammes-mètres) et l'effet absolu $1000 Q H$ de la force de l'eau pour une valeur quelconque de x :

$$\frac{E_u}{1000 Q H} = -2 A x + 2 B \sqrt{x + C x^2}$$

b) Le rapport entre la vitesse d'écoulement U et la vitesse $\sqrt{2gH}$ qui correspond à la chute :

$$\frac{U}{\sqrt{2gH}} = \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \left(D \sqrt{x} + \frac{\sqrt{1 + C x}}{M} \right)$$

On trouve de plus la vitesse la plus avantageuse de la roue et l'effet le plus favorable par les expressions :

$$(x)_{\max} = \frac{1}{2C} \left\{ -1 + \frac{1}{\sqrt{1 - C \left(\frac{B}{A}\right)^2}} \right\}$$

$$\left(\frac{E_s}{1000 Q H}\right)_{\max} = \frac{A}{B} \left[1 - \sqrt{1 - C \left(\frac{B}{A}\right)^2} \right]$$

228

Disposition et montage de la turbine de Jonval.

La disposition et le montage le plus convenable de cette machine dépend et de la hauteur de chute et des circonstances locales.

Montage direct. Si la chute d'eau ne dépasse pas 6 mètres et si elle est obtenue principalement par le canal de décharge, on obtient généralement la meilleur disposition si l'eau est introduite dans un canal ouvert et si la roue est placée à une profondeur de près de 1.50 à 2 mètres au-dessous du niveau de l'eau supérieure.

Montage renversé. Si la chute est plus grande que 6 mètres et si elle est obtenue par le canal d'alimentation, on obtient la meilleure disposition si l'on conduit l'eau au moyen d'un tuyau au-dessous du niveau de l'eau inférieure, si l'on recourbe ensuite le tuyau en haut, et si l'on place les roues de manière que la roue directrice se trouve sous la roue motrice. La surface supérieure de la turbine doit être dans une profondeur de 0.3 à 0.6 mètres au-dessous du niveau de l'eau inférieure.

Montage moyen. Si pour une grande chute les circonstances locales et la disposition de la transmission exigent que la turbine soit placée à une hauteur de 3, 4, 5 mètres au-dessus du niveau inférieur de la chute, il faut choisir un montage moyen de manière que les roues se trouvent à une hauteur de 3, 4, 5 mètres au-dessus du niveau dans un tuyau courbe en forme de $\hookleftarrow$

LA TURBINE DE FOURNEYRON AVEC DEUX ROUES POSÉES L'UNE DANS L'AUTRE

(Pl. XXXIV, fig. 3 et 4.)

229

Désignation des grandeurs qui sont prises en considération dans la construction d'une telle turbine.

H la chute. Si la roue se trouve au-dessous du niveau de l'eau inférieure, H est égale à la distance verticale des niveaux supérieurs et inférieurs des canaux. Si la roue se trouve au-dessus du niveau de l'eau inférieure, H est la hauteur du niveau du canal supérieur au-dessus du plan moyen de la roue;

Q la quantité d'eau (en mètres cubes) qui doit agir dans une seconde sur la roue;

α , l'angle sous lequel les courbes directrices enveloppent la circonférence intérieure de la roue motrice;

i nombre des courbes directrices;

$\alpha = \widehat{mk\ell}$ l'angle formé par la direction moyenne h k m, d'après laquelle l'eau sort des orifices de la roue motrice;

β l'angle sous lequel les aubes de la roue motrice enveloppent la circonférence intérieure de la roue;

γ l'angle formé par la direction moyenne, d'après laquelle l'eau sort de la turbine, avec la circonférence extérieure de la roue;

k coefficient de contraction pour la sortie de l'eau des orifices de la roue directrice;

k , coefficient de contraction pour la sortie de l'eau des orifices de la roue motrice;

U vitesse avec laquelle l'eau sort des orifices de la roue directrice;

R_2 rayon intérieur de la roue motrice;

R_1 rayon extérieur de la roue motrice;

i , nombre des courbes de la roue motrice;

$s = \overline{fg}$ largeur normale des canaux de la roue directrice;

$s_1 = \overline{wx}$ largeur normale des orifices extérieurs des canaux de la roue motrice;

δ , hauteur de la roue (fig. 4) ou distance verticale des deux couronnes de la roue;

v_1 vitesse la plus avantageuse à la surface intérieure de la roue;
 n nombre le plus avantageux des rotations de la turbine dans
 une minute;

N_* l'effet utile de la turbine en chevaux-vapeur.

230

*Règles pour le calcul de toutes les dimensions principales pour la
 construction d'une turbine de Fourneyron.*

En prenant en considération les désignations du numéro précédent, on a pour le calcul de toutes les dimensions principales les règles suivantes:

Volume d'eau (en mètres cubes) qui doit agir
 sur la roue pour obtenir un effet utile de N_*

chevaux. $Q = 0.107 \frac{N_*}{H}$

Rayon intérieur de la roue motrice $R_1 = 0.538 \sqrt{Q}$

Angle sous lequel les courbes directrices
 coupent la circonférence intérieure du tambour
 de la turbine:

a) Pour les petites turbines. $\alpha_1 = 15^\circ$

b) Pour les grandes turbines. $\alpha_1 = 24^\circ$

Rayon de courbure des aubes directrices . . $cg = 0.5 R_1$

Epaisseur du métal des aubes directrices. . . $= \frac{R_1}{80}$

Epaisseur du métal de la vane cylindrique . $= \frac{R_1}{60}$

Jeu entre la vane et la surface intérieure
 de la roue. $= \frac{R_1}{160}$

Nombre des aubes directrices. $i = 24 \text{ à } 30$

Avec ces données on peut tracer la coupe
 horizontale de la roue directrice, et par ce des-
 sin on trouve l'angle α et la largeur s α et s

Angle sous lequel les aubes de la roue motrice
 coupent la circonférence intérieure de la roue . $\beta = 60 \text{ à } 90^\circ$

Vitesse avec laquelle l'eau sort des canaux de la roue directrice:

$$U = \sqrt{gH \frac{\sin \beta}{\cos \alpha \sin (\alpha + \beta)}}$$

Pour le cas où l'eau est conduite dans des longues tuyaux qui occasionnent des pertes de chute, il faudrait déduire de la chute réelle celle qui est perdue de H pour obtenir la valeur effective.

Hauteur de la turbine $\delta_t = \frac{Q}{i s k U}$

Les valeurs de k sont : $\left\{ \begin{array}{ll} \text{si } \alpha_t = 15^\circ & k = 0.80 \\ \text{si } \alpha_t = 24^\circ & k = 0.90 \end{array} \right.$

Rapport entre le rayon extérieur et le rayon intérieur de la roue :

$$\frac{R_2}{R_1} = 1 + \frac{0.0045 \beta^\circ}{\sqrt{R_2}}$$

Nombre des aubes de la roue motrice $i_t = 1.2 i \sin \beta$

Epaisseur du métal des aubes de la roue motrice $= \frac{R_1}{50}$

Le tracé des aubes de la roue motrice peut se faire au moyen de deux arcs de cercle $\overline{pn}$ et $\overline{qt}$ (fig. 3) :

Si $\beta = 60^\circ \quad 90^\circ$

Premier rayon de courbure $\frac{pn}{pn} = 0.45 R_1 \quad 0.36 R_1$

Deuxième rayon de courbure $\frac{qt}{qt} = 0.59 R_1 \quad 0.50 R_1$

Angle sous lequel les aubes coupent la surface extérieure de la roue, pas plus grand que 10 à 15° .

Largeur extérieure des canaux de la roue motrice :

$$s_t = s \frac{k}{k_t} \frac{i}{i_t} \frac{R_2}{R_1} \frac{\sin \beta}{\sin (\alpha + \beta)}$$

$$k_t = 0.9$$

Vitesse la plus avantageuse d'un point à la surface intérieure de la roue :

$$v_1 = 0.707 \sqrt{g H \frac{\sin (\alpha + \beta)}{\sin \beta \cos \alpha}}$$

Nombre le plus avantageux des tours de roue par minute :

$$n = 9.548 \frac{v_1}{R_1}$$

Formules pour le calcul de l'effet utile des turbines de Fourneyron.

Pour le calcul de l'effet utile, développé par une turbine de Fourneyron de dimensions données, à diverses ouvertures de vannes et de vitesses, il est convenable d'ajouter aux notations du numéro 229 encore les suivantes :

Ω la somme des sections de tous les orifices de la roue directrice pour une certaine position de la vanne circulaire;

Ω_2 la somme des sections des canaux à la circonférence intérieure de la roue;

Ω_1 la somme des sections des canaux de la roue motrice à la circonférence extérieure;

v_1 la vitesse d'un point à la circonférence extérieure de la roue;

$\frac{v_1^2}{2gH} = x$ le rapport entre la hauteur qui correspond à la vitesse extérieure de la roue et la hauteur de la chute H .

Cela posé, on calcule les valeurs de n m A B C D par les expressions suivantes :

$$n = \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \sin \alpha - \frac{\Omega_2 k_1}{\Omega_2} \sin \beta$$

$$m = \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \cos \alpha + \frac{\Omega_2 k_1}{\Omega_2} \cos \beta$$

$$A = 1 - \frac{\left(\frac{R_2}{R_1} \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \cos \alpha + \cos \gamma \right) \frac{R_2}{R_1} \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \cos \beta}{1 + m^2 + n^2}$$

$$B = \frac{\frac{R_2}{R_1} \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \cos \alpha + \cos \gamma}{\sqrt{1 + m^2 + n^2}}$$

$$C = 1 - \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^2 + \frac{\left(\frac{R_2}{R_1} \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_2} \cos \beta \right)^2}{1 + m^2 + n^2}$$

$$D = \frac{\frac{\Omega_1 k_1}{\Omega_1} \frac{R_2}{R_1} \cos \beta}{1 + m^2 + n^2}$$

Et alors on trouvera pour une valeur quelconque de x :

$$\frac{E_s}{1000 Q H} = -2 A x + 2 B \sqrt{x + C x^2}$$

$$\frac{U}{\sqrt{2gH}} = \frac{\Omega_1 k_1}{\Omega k} \left(D \sqrt{x + C x^2} + \sqrt{\frac{1 + C x}{1 + m^2 + n^2}} \right)$$

On trouvera de plus la valeur de x , pour laquelle l'effet utile est un maximum, de même la plus grande valeur correspondante de E_s , par l'expression:

$$(x)_{\max} = \frac{1}{2C} \left\{ -1 + \sqrt{1 - C \left(\frac{B}{A}\right)^2} \right\}$$

$$\left(\frac{E_s}{1000 Q H}\right)_{\max} = \frac{A}{C} \left[1 - \sqrt{1 - C \left(\frac{B}{A}\right)^2} \right]$$

ROUE A RÉACTION

(Pl. XXXV.)

232

Règles pour le calcul des dimensions principales de ces turbines.

Cette turbine pourrait être passée sous silence, car, comparative-ment aux autres constructions similaires, elle est d'un faible effet et d'une valeur pratique restreinte. La construction n'est pas aussi simple qu'on l'a cru. Les renseignements, qui vont suivre, ne sont destinés qu'à compléter les résultats des calculs sur les turbines.

Volume d'eau conduite dans une
seconde pour obtenir un effet de N_s

chevaux-vapeur. $Q = 0.15 \frac{N_s}{H}$

Rayon intérieur de la roue . . . $R_1 = 0.4 \sqrt{Q}$

Rayon extérieur de la roue. . . $R_2 = 3 R_1 \text{ à } 5 R_1$

Somme des sections des orifices
à la circonférence extérieure de la
roue

$$\Omega_1 = \frac{1.65 Q}{\sqrt{2gH} \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)}}$$

Hauteur des canaux de la roue . $\delta_1 = \frac{1}{2} R_2$

Largeur extérieure des canaux de
la roue pour turbines à deux bras . $s_1 = \frac{1}{2} \frac{\Omega_1}{\delta_1}$

Largeur extérieure des canaux de
la roue pour turbines à trois bras . $s_1 = \frac{1}{3} \frac{\Omega_1}{\delta_1}$

Nombre le plus avantageux des
rotations de la turbine par minute . $n = \frac{7.3}{R_2} \frac{\sqrt{2gH}}{\sqrt{2 \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)}}$

Pour le tracé des canaux de la roue on se servira des figures 1 et 2, planche XXXV, et des remarques suivantes :

Fig. 1. Turbine à deux bras. omz deux tiers d'un tour d'une spirale ordinaire. Angle yoz = 240°.

Arc ytz divisé en 16 parties égales. Rayon oz également divisé en 16 parties égales. $\overline{cz} = \overline{zd} = \frac{1}{2} s_1$. La largeur mqr, qui correspond à un point de division (par exemple le dixième), est obtenue si l'on rapporte l'ordonnée np, qui correspond au dixième point de division sur onz, de m sur mq et mr normalement à la spirale.

Roues tangentielles (pl. XXXV, fig. 2).

Soit :

Q le volume d'eau (en mètres cubes) qui doit agir sur la roue par seconde ;

H la chute (en mètres) ;

N_1 l'effet utile de la roue (en chevaux-vapeur) ;

R_1 le rayon extérieur de la roue ;

R_2 le rayon intérieur de la roue ;

v_1 la vitesse la plus avantageuse d'un point à la circonférence extérieure de la roue ;

n le nombre le plus avantageux des tours de roue dans une minute;

α l'angle que forme la direction de l'eau entrante avec la circonférence extérieure de la roue;

β l'angle sous lequel les aubes de la roue coupent la circonférence extérieure de la roue;

γ l'angle sous lequel les aubes de la roue coupent la surface intérieure de la roue;

p le rapport entre la circonférence extérieure de la roue et la partie de cette circonférence dans laquelle l'eau entre dans la roue;

δ la hauteur de la roue;

i le nombre des aubes de la roue.

On a les règles suivantes pour la détermination des dimensions d'une roue tangentielle:

a) Quantité d'eau qui doit agir par seconde sur la roue pour obtenir un effet utile de N_a chevaux:

$$Q = 0.125 \frac{N_a}{H}$$

b) Rapport des rayons $\frac{R_2}{R_1}$:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{3}{4} \text{ à } \frac{4}{5}$$

c) Angle γ sous lequel les aubes de la roue coupent la circonférence intérieure de la roue:

$$\gamma = 15^\circ \text{ à } 20^\circ$$

d) Angle β sous lequel les aubes de la roue coupent la circonférence extérieure de la roue:

$$\sin \beta = \sin \gamma \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^2$$

e) L'angle α sous lequel les surfaces d'introduction coupent la circonférence extérieure de la roue:

$$\alpha = \frac{\beta}{2}$$

f) Rapport p entre la circonférence extérieure de la roue et la partie de cette circonférence à laquelle l'eau entre dans la roue :

$$p = 4 \text{ à } 5 \text{ s'il n'y a qu'un orifice;}$$

$$p = 3 \text{ à } 4 \text{ s'il y a deux orifices;}$$

g) Hauteur de la roue δ :

$$\delta = \frac{1}{4} R_1$$

h) Vitesse d'introduction de l'eau :

$$U = \sqrt{2gH}$$

i) Rayon extérieur de la roue :

$$R_1 = \sqrt{\frac{Q}{U} \frac{p}{2\pi \sin \alpha} \frac{R_1}{\delta}}$$

k) Vitesse à la circonférence extérieure de la roue :

$$v_1 = \frac{U}{2 \cos \alpha}$$

l) Nombre le plus avantageux des tours de la roue dans une minute :

$$n = 9548 \frac{v_1}{R_1}$$

m) Nombre des aubes de la roue :

$$i = 35 + 50 R_1$$

234

Tuyaux de conduite pour turbines de toute espèce.

Si de grandes chutes doivent être utilisées, l'eau est toujours conduite à la machine au moyen des tuyaux. Les pertes de chute, qui sont dues au frottement de l'eau contre les parois et à des mouvements irréguliers, sont généralement très petites si la vitesse de l'eau dans la conduite ne dépasse pas 1 mètre. Pour cette vitesse le diamètre d du tuyau est :

$$d = \sqrt[4]{\frac{Q}{\pi}}$$

CHAPITRE VIII

LA CHALEUR ET SON UTILISATION

(Les dimensions sont exprimées en mètres, les températures en degrés du thermomètre centigrade.)

235

Réduction des degrés des thermomètres d'après diverses échelles.

Si l'on désigne les degrés, correspondant à une température déterminée, d'après l'échelle de Reaumur par R, d'après celle de Celsius par C, et d'après celle de Fahrenheit par F, on a :

$$F = 32 + \frac{9}{5} C = 32 + \frac{9}{4} R$$

$$C = \frac{5}{9} (F - 32) = \frac{5}{4} R$$

$$R = \frac{4}{9} (F - 32) = \frac{4}{5} C$$

La table suivante contient les valeurs de C, R et F qui correspondent à diverses températures :

C	R	F	C	R	F	C	R	F	C	R	F
100	80	212	75	60	167	50	40	122	25	20	77
99	79.2	210.2	74	59.2	165.2	49	39.2	120.2	24	19.2	75.2
98	78.4	208.4	73	58.4	163.4	48	38.4	118.4	23	18.4	73.4
97	77.6	206.6	72	57.6	161.6	47	37.6	116.6	22	17.6	71.6
96	76.8	204.8	71	56.8	159.8	46	36.8	114.8	21	16.8	69.8
95	76	203	70	56	158	45	36	113	20	16	68
94	75.2	201.2	69	55.2	156.2	44	35.2	111.2	19	15.2	66.2
93	74.4	199.4	68	54.4	154.4	43	34.4	109.4	18	14.4	64.4
92	73.6	197.6	67	53.6	152.6	42	33.6	107.6	17	13.6	62.6
91	72.8	195.8	66	52.8	150.8	41	32.8	105.8	16	12.8	60.8
90	72	194	65	52	149	40	32	104	15	12	59
89	71.2	192.2	64	51.2	147.2	39	31.2	102.2	14	11.2	57.2
88	70.4	190.4	63	50.4	145.4	38	30.4	100.4	13	10.4	55.4
87	69.6	188.6	62	49.6	143.6	37	29.6	98.6	12	9.6	53.6
86	68.8	186.8	61	48.8	141.8	36	28.8	96.8	11	8.8	51.8
85	68	185	60	48	140	35	28	95	10	8	50
84	67.2	183.2	59	47.2	138.2	34	27.2	93.2	9	7.2	48.2
83	66.4	181.4	58	46.4	136.4	33	26.4	91.4	8	6.4	46.4
82	65.6	179.6	57	45.6	134.6	32	25.6	89.6	7	5.6	44.6
81	64.8	177.8	56	44.8	132.8	31	24.8	87.8	6	4.8	42.8
80	64	176	55	44	131	30	24	86	5	4	41
79	63.2	174.2	54	43.2	129.2	29	23.2	84.2	4	3.2	39.2
78	62.4	172.4	53	42.4	127.4	28	22.4	82.4	3	2.4	37.4
77	61.6	170.6	52	41.6	125.6	27	21.6	80.6	2	1.6	35.6
76	60.8	168.8	51	40.8	123.8	26	20.8	78.8	1	0.8	33.8

Dilatation des corps solides par la chaleur.

La dilatation des corps est proportionnelle à la variation de la température tant que cette dernière ne se rapproche pas trop de celle qui produirait un changement de l'état moléculaire.

Si l'on désigne par :

L, F, K la longueur d'une barre, la surface d'une plaque et le volume d'un corps à la température 0°;

α la dilatation qu'éprouve une barre de 1 mètre de longueur à un changement de température de 1°;

Redtenbacher, *Résultats pour la construction des machines.*

On a :

Pour la longueur de la barre à une température de t° $L(1 + \alpha t)$
 Pour la surface de la plaque — $F(1 + 2\alpha t)$
 Pour le volume d'un corps — $K(1 + 3\alpha t)$

Les coefficients de dilatation pour diverses substances sont contenus dans le tableau suivant et pour un changement de température de 0° à 100° de Celsius :

Désignation des substances.	Dilatation à une chaleur de 0° à 100° de Celsius.	
Plomb	0.00287	$\frac{1}{348}$
Bronze.	0.001816	$\frac{1}{550}$
Fer forgé.	0.001115	$\frac{1}{896}$
Fonte de fer.	0.001109	$\frac{1}{901}$
Fil de fer.	0.001140	$\frac{1}{877}$
Tuyaux en verre . . .	0.000917	$\frac{1}{1089}$
Or	0.001475	$\frac{1}{671}$
Cuivre battu	0.001784	$\frac{1}{561}$
Laiton fondu	0.001866	$\frac{1}{535}$
Argent.	0.001988	$\frac{1}{503}$
Acier cimenté	0.001375	$\frac{1}{727}$
Acier non-cimenté. . .	0.001079	$\frac{1}{926}$
Zinc fondu	0.003051	$\frac{1}{328}$
Etain fin	0.002233	$\frac{1}{438}$
Eau	0.04775	$\frac{1}{2092}$

237

Dilatation des gaz d'après Regnault.

Le coefficient de dilatation des gaz est le rapport entre le changement du volume, produit par une augmentation de température de 1 degré, et le volume total du gaz avant son échauffement.

Le tableau suivant contient les valeurs de dilatation de plusieurs gaz établies par Regnault.

Désignation des gaz.	Coefficient de dilatation.
Air atmosphérique.	0.003670
Hydrogène	0.003661
Azote	0.003670
Oxyde de carbone.	0.003669
Acide carbonique	0.003710

238

Mesure du retrait ou de la contraction des métaux au passage de l'état de fusion à l'état solide.

Fonde de fer	$\frac{1}{98}$ à $\frac{1}{95}$	au moyen	$\frac{1}{96}$
Laiton	$\frac{1}{79}$ " $\frac{1}{49}$	"	$\frac{1}{65}$
Métal de cloches (100 cuivre, 18 étain)	$\frac{1}{79}$ " $\frac{1}{49}$	"	$\frac{1}{65}$
Métal de canons (100 cuivre, 12.5 étain)	$\frac{1}{139}$ " $\frac{1}{130}$	"	$\frac{1}{134}$
Zinc.	$\frac{1}{65}$ " $\frac{1}{57}$	"	$\frac{1}{62}$
Plomb	$\frac{1}{104}$ " $\frac{1}{86}$	"	$\frac{1}{92}$
Etain, sans addition de plomb.	$\frac{1}{137}$ " $\frac{1}{120}$	"	$\frac{1}{128}$

Température de fusion de plusieurs substances.

Désignation de la substance.	Degrés de Celsius.	Désignation de la substance.	Degrés de Celsius.
Fer forgé anglais	1600	<i>Alliages :</i>	
Fer doux français	1500	Partie d'étain 3, bismuth 1	200
Acier fondant avec diffi-		— 2 — 1	167.7
culté	1400	— 3 — 1	167.7
Acier fondant avec fa-		— 1 — 1	141.2
cilité	1300	Plomb 1, étain 4, bismuth 5	118.9
Fonte grise, deuxième		— 2 — 3 — 5	100
fusion	1200	— 5 — 3 — 5	94
Fonte blanche, fondant		Sodium	90
avec facilité	1050	Potassium	58
Or	1250	Phosphore	43
Argent	1000	Acide stéarique	70
Bronze	900	Cire blanche	68
Antimoine	432	Cire jaune	61
Zinc	360	Stéarine	43 - 49
Plomb	334	Blanc de baleine	49
Bismuth	250	Acide acétique	45
Étain	230	Savon	33.33
<i>Alliages :</i>		Glace	0 0
Partie d'étain 5, plomb 1	194	Huile de térébenthine . .	-10
— 4 — 1	189	Mercure	-39
— 3 — 1	186		
— 2 — 1	196		
— 1 — 1	241		
— 1 — 3	289		

Points d'ébullition.

Acide sulfureux	10°	Alcool	78°
Ether muriatique	12°	Acide nitrique	86°
Acide muriatique	20°	Eau de mer	104°
Acide azotique	28°	Huile de lin	315°
Ether sulfurique	36°	Acide sulfurique	327°
Huile de vitriol	45°	Mercure	360°

241

Unité de chaleur.

Afin de mesurer les divers effets produits par la chaleur, on est convenu d'adopter comme unité de mesure l'action nécessaire pour élever d'un degré (centigrade) un kilogramme d'eau. A une unité de chaleur correspond un équivalent mécanique de 424 kilogrammes-mètres.

242

Chaleur spécifique des substances.

On nomme chaleur spécifique d'une substance la quantité de chaleur (nombre des unités de chaleur) nécessaire pour élever d'un degré la température d'un kilogramme de cette substance.

Le tableau suivant indique la chaleur spécifique de diverses substances.

Chaleur spécifique de plusieurs substances.

Substances à l'état solide ou liquide.	Chaleur spécifique	Substances à l'état gazeux.	Chaleur spécifique à pression constant
Antimoine	0.047	Air atmosphérique . .	0.2370
Plomb	0.029	Hydrogène	3.4046
Fer	0.110	Gaz acide carbonique	0.2164
Or	0.029	Oxygène	0.2182
Bois de chêne	0.570	Azote	0.2440
Cuivre	0.095	Acide azotique	0.2315
Mercure	0.063	Gaz oléfiant	0.4207
Acier	0.107	Oxyde de carbone . .	0.2479
Argent	0.056	Vapeur d'eau	0.4750
Bismuth	0.029	Vapeur d'alcool	0.4513
Eau	1.000	Vapeur d'éther	0.4810
Etain	0.051	Chlore	0.1214
Zinc	0.093	Ammoniaque	0.5080
Argile cuite	0.208	Chloroforme	0.1568
Charbon	0.2411		
Verre	0.1777		
Bois	0.5000		
	0.6500		

Le rapport $\gamma = \frac{\text{chaleur spécifique à pression constante}}{\text{chaleur spécifique à volume constant}}$ a les valeurs suivantes pour divers gaz :

Désignation des gaz.	γ
Air atmosphérique. . .	1.421
Hydrogène	1.407
Oxygène	1.415
Oxyde de carbone. . .	1.427
Acide azotique.	1.343
Acide carbonique . . .	1.338
Gaz oléfiant	1.240

243

Pouvoir d'émission de chaleur et d'absorption de chaleur de divers corps.

Pouvoir d'émission de chaleur. (Valeurs relatives.)

Noir de fumé.	100	Encre de Chine.	85
Eau	100	Mercure	20
Ceruse.	100	Plomb brillant.	19
Papier blanc	98	Fer blanchi	15
Verre	90	Etain, argent, or, cuivre. .	12
Laiton, bronze.	100	Plomb	60
Argent	90	Verre.	10
Acier.	70	Papier huilé.	5

Pouvoir d'absorption de chaleur. (Valeurs relatives.)

Suie de lampe	100
Encre de Chine	96
Surface de cuivre	14

244

Pouvoir de transmission de la chaleur.

(Valeurs relatives.)

Or	1000	Etain	304
Platine.	981	Plomb.	179
Argent.	973	Marbre	23.6
Cuivre	898	Porcelaine	12.2
Fer.	374	Tuiles.	11.4
Zinc	363		

Composition chimique de diverses substances.

Désignation des substances.	1 kilogramme de ces substances se compose des quantités suivantes :
	Kilogrammes
Air atmosphérique	0·21 O 0·79 N
Eau	0·88 O 0·11 H
Oxyde de carbone	0·57 O 0·43 C
Acide carbonique	0·72 O 0·28 C
Hydrogène carboné	0·75 C 0·25 H
Gaz oléfiant	0·86 C 0·14 H
Ammoniaque	0·83 N 0·17 H
Hydrogène sulfuré	0·94 S 0·06 H
Ether	0·22 O 0·65 C 0·13 H
Alcool	0·35 O 0·52 C 0·13 H
Huile de térébenthine . . .	0·88 C 0·12 H

Notations :

O oxygène
H hydrogène
N azote
C carbone
S soufre

Pouvoir calorifique des combustibles.

Le pouvoir calorifique d'un combustible est le nombre des unités de chaleur qui sont développées par la combustion parfaite d'un kilogramme de cette substance dans l'air atmosphérique.

Soit $\mathfrak{R}$ $\mathfrak{H}$ $\mathfrak{O}$ $\mathfrak{B}$ les quantités de carbone (en kilogrammes), d'hydrogène, d'oxygène et d'eau contenues dans un kilogramme de combustible, et W le pouvoir calorifique du combustible; on obtient généralement :

$$W = 7050 \mathfrak{R} + 34500 \left(\mathfrak{H} - \frac{1}{8} \mathfrak{O} \right) - 650 \mathfrak{B}$$

Le tableau suivant indique le pouvoir calorifique de diverses substances :

Désignation des combustibles.	Puissance calorifique. Unités de chaleur.	Observations
Charbon de bois sec.	7050	toute espèce de bois.
— — ordinaire . . .	6000	0.2 eau y compris.
Coke pur.	7050	
Houille de première qualité. .	7050	0.02 cendres.
— de deuxième qualité . .	6345	0.10 —
— de troisième qualité. .	5932	0.20 —
Bois parfaitement sec	3666	toute espèce de bois
— séché à l'air.	2945	0.2 eau y compris.
Tourbe première qualité . . .	3000	
— ordinaire.	1500	
Hydrogène.	34500	
Oxyde de carbone	2400	
Gaz des marais.	13000	
— oléfiant.	12000	
Huile d'olive	11200	
— de colza	9300	
Esprit de vin	7200	
Suif.	8000	
Soufre	2200	
Huile de térébenthine	11000	

Quantité d'air nécessaire pour la combustion parfaite d'un kilogramme de combustible.

Soit à nouveau $\mathfrak{R}$ $\mathfrak{H}$ $\mathfrak{O}$ les quantités (en kilogrammes) de carbone, d'hydrogène et d'oxygène contenues dans un kilogramme de combustible, et L la quantité d'air (en kilogrammes) nécessaire à la combustion complète d'un kilogramme de combustible; on a :

$$L = 12.2 \mathfrak{R} + 33.1 \left(\mathfrak{H} - \frac{1}{8} \mathfrak{O} \right)$$

$L = 6.3$	} kilogrammes	{	pour bois parfaitement sec.
$L = 5.1$			— bois séché à l'air.
$L = 11.3$			— charbons de bois.
$L = 11.6$			— houille.
$L = 10.4$			— coke.

248

Quantité d'air consommé par kilogramme de combustible dans le chauffage des chaudières.

Dans le chauffage ordinaire des chaudières la quantité d'air nécessaire à la combustion est d'après l'expérience deux fois plus grande que les petites quantités ci-dessus qui peuvent produire la combustion complète. Il faut donc compter pour le chauffage ordinaire (par kilogramme de combustible):

$L = 12.6$	} kilogrammes	{	pour bois parfaitement sec.
$L = 10.2$			— bois séché à l'air.
$L = 22.6$			— charbons de bois et coke.
$L = 22.2$			— houilles.

249

Température des gaz combustibles.

Soit :

W la quantité totale de chaleur développée par un kilogramme de combustible (exprimée en unités de chaleur);

$A_1, A_2, A_3 \dots$ les quantités des substances (en kilogrammes) qui sont exposées à l'acte de la combustion;

$c_1, c_2, c_3 \dots$ les chaleurs spécifiques de ces substances;

$t_1, t_2, t_3 \dots$ les températures de ces substances avant la combustion;

T la température des gaz combustibles.

On a généralement:

$$T = \frac{W + \sum A c t}{\sum A c}$$

Si la combustion d'un kilogramme de combustible a lieu avec L kilogrammes d'air atmosphérique, on a aussi approximativement:

$$T = t + \frac{W}{0.237 (L + 1)}$$

Le tableau suivant donne la température des gaz combustibles de diverses substances combustibles pour deux hypothèses : 1° si la quantité d'air L est un minimum pour lequel la combustion peut avoir lieu ; 2° si la quantité d'air est deux fois plus grande que le minimum.

Désignation des combustibles.	Composition chimique					Température des gaz combustibles.	
	R	H	O	B	A	1°	2°
Bois privé d'eau	0.493	0.063	0.444	0.000	0.015	1870	1010
— séché à l'air	0.394	0.051	0.355	0.200	0.015	1615	963
Tourbe privée d'eau	0.541	0.055	0.326	0.000	0.076	1930	1111
— séchée à l'air	0.443	0.044	0.261	0.200	0.061	1780	1000
Houille	0.815	0.054	0.071	0.000	0.030	2350	1204
Charbons de bois	0.930	0.000	0.000	0.000	0.070	2185	1130
Coke	0.850	0.000	0.000	0.000	0.150	2180	1130
Anthracide	0.900	0.040	0.032	0.000	0.028	2340	1210
Hydrogène brûlé dans de l'oxygène	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	6700	

R = carbone
 H = hydrogène
 O = oxygène
 B = eau
 A = cendre

} dans un kilogramme de combustible.

LA VAPEUR D'EAU

250

Relations entre la température, la force de tension et la densité des vapeurs d'eau.

Soit pour cette vapeur :

p la force de tension, c'est-à-dire la pression (en kilogrammes) sur un mètre carré;

t la température;

Δ la densité, c'est-à-dire le poids d'un mètre cube de vapeur.

	Vapeurs d'une tension de 1 à 2 atmosphères.	Vapeurs d'une tension de 2 à 5 atmosphères.
$\alpha =$	0.06295	0.1427
$\beta =$	0.000051	0.0000473
$\frac{\alpha}{\beta} =$	1234	3017

Les relations entre p , t , Δ peuvent être exprimées approximativement de la manière suivante :

$$p = 10330 (0.2847 + 0.0071531 t)^8$$

$$\Delta = \alpha + \beta p$$

Le tableau suivant contient les valeurs coordonnées de t , p et Δ .

Température, tension et densité des vapeurs d'eau.

Force de tension de la vapeur en atmosphères.	Colonne de mercure de 0° température qui mesure la tension.	t température (thermomètre de mercure centigrade).	p pression sur 1 mètre carré.	$\Delta = \alpha + \beta p$ poids d'un mètre cube de vapeur.	Volume d'un kilogramme de vapeur.
Atmosphères.	Centimètres.	Degrés.	Kilogrammes	Kilogrammes	Mètres cubes
0.116	8.87	50°	1205	0.0797	12.547
0.149	11.37	55	1544	0.1005	9.951
0.191	14.47	60	1965	0.1260	7.936
0.240	18.27	65	2482	0.1568	6.377
0.301	22.90	70	3112	0.1932	5.176
0.373	28.31	75	3963	0.2433	4.110
0.463	35.21	80	4783	0.2892	3.458
0.568	43.17	85	5865	0.3497	2.859
0.691	52.53	90	7136	0.4196	2.383
0.835	63.43	95	8617	0.4998	2.001
1.00	76.00	100	10330	0.5913	1.691
1.50	114	112.2	15490	0.8583	1.165
2.00	152	121.4	20660	1.1177	0.895
2.50	190	128.8	25820	1.3711	0.720
3.00	228	135.1	30990	1.6200	0.617
3.50	266	140.6	36150	1.8647	0.536
4.00	304	145.4	41320	2.1072	0.474
4.50	342	149.06	46480	2.3495	0.426
5.00	380	153.08	51650	2.5860	0.386
5.50	418	156.80	56810	2.8196	0.355
6.00	456	160.20	61980	3.0520	0.328
6.50	494	163.48	67140	3.2810	0.305
7.00	532	166.50	72310	3.5106	0.285
7.50	570	169.37	77470	3.7353	0.268
8.00	608	172.10	82640	3.9784	0.251
9.00	684	177.10	92970	4.4057	0.227
10.00	760	181.60	103350	4.8477	0.206
11.00	836	186.03	113630	5.2807	0.189
12.00	912	190.00	123960	5.7100	0.175
13.00	988	193.70	134290	6.1367	0.163
14.00	1064	197.19	144620	6.5595	0.152
15.00	1140	200.48	154950	6.9790	0.143
16.00	1216	203.60	165280	7.3957	0.135
17.00	1292	206.57	175610	7.8087	0.128
18.00	1368	209.40	185940	8.2196	0.122
19.00	1444	212.10	196270	8.6284	0.116
20.00	1520	214.70	206600	9.0336	0.111

251

Quantité de chaleur nécessaire pour la transformation d'un kilogramme d'eau en vapeur.

La quantité d'eau nécessaire pour converser un kilogramme d'eau de 0° température en vapeur d'une température t° est évaluée ainsi :

a) D'après *Watt, Pambour, Parkes* elle est indépendante de la tension et de la température de la vapeur résultant de l'eau ; elle est = 650 calories ou unités de chaleur ;

b) D'après les expériences de *Clément* égale

$$550 + t$$

c) D'après les expériences très exactes de *Regnault*

$$606.5 + 0.305 t$$

La quantité de chaleur qui est nécessaire pour porter à une température de $T + 1$ degrés un kilogramme d'eau de T° température, est d'après les expériences de *M. Regnault*

$$1 + 0.00004 T + 0.0000009 T^2$$

En suivant la règle de *Watt* (qui est suffisamment exacte pour la pratique), le nombre des unités de chaleur qui est nécessaire pour la conversion d'un kilogramme d'eau de T degrés de température en vapeur d'une température quelconque est égale

$$650 - T$$

252

Condensation de la vapeur.

Pour condenser un kilogramme de vapeur dans un récipient fermé, au moyen de l'eau (dont la température est t), de manière que le mélange ait une température T , il faut employer une quantité d'eau qui est approximativement

$$\frac{650 - T}{T - t} \text{ kilogrammes.}$$

Ecoulement de la vapeur d'un vase.

Soit :

P la pression de la vapeur dans le vase sur un mètre carré;

p la tension qui règne dans l'espace où s'écoule la vapeur, mesurée par la pression par mètre carré;

$\alpha + \beta P$ } poids d'un mètre cube de vapeur dont la tension est
 $\alpha + \beta p$ } P ou p;

(Les valeurs de α et β sont indiquées dans le numéro 250.)

Ω la section de l'orifice (en mètres carrés);

k le coefficient de contraction pour l'orifice d'écoulement;

Q la quantité de vapeur (en kilogrammes) qui s'écoule dans une seconde;

U la vitesse d'écoulement de la vapeur (en mètres).

On a :

$$U = \sqrt{\frac{2g}{\beta} \log \text{nat} \frac{\alpha + \beta P}{\alpha + \beta p}}$$

$$Q = k \Omega (\alpha + \beta p) U$$

Le tableau suivant contient pour les valeurs de $\frac{\alpha + \beta P}{\alpha + \beta p}$ les valeurs correspondantes de U.

$\frac{\alpha + \beta P}{\alpha + \beta p}$	U mètres.	$\frac{\alpha + \beta P}{\alpha + \beta p}$	U mètres.
1.1	187	2	507
1.2	260	3	616
1.3	312	4	717
1.4	353	5	772
1.5	387	6	815
1.6	417	7	847
1.7	443	8	878
1.8	467	9	903
1.9	488	10	925

Cheminées (pl. XXXVI).

Les dimensions des cheminées peuvent être déterminées, avec une exactitude suffisante pour la pratique, d'après les règles suivantes.

Notations :

$\mathfrak{S}$ la quantité de houille (en kilogrammes) qui est brûlée par heure sur une grille, $\mathfrak{H}$ la quantité de bois (en kilogrammes) qui est brûlée par heure sur une grille, $\mathfrak{L}$ la quantité d'air (en kilogrammes) qui monte dans la cheminée par heure, N la force (en chevaux-vapeur) correspondant au chauffage, H la hauteur de la cheminée (en mètres); Ω la section inférieure de la cheminée; d le diamètre intérieur de la cheminée dans le bas; d_1 le diamètre intérieur de la cheminée dans le haut; e l'épaisseur du mur de la cheminée à la base; e_1 l'épaisseur du mur de la cheminée au sommet.	} pour produire un certain effet calorifique.
---	---

Dans la supposition que les quantités $\mathfrak{S}$, $\mathfrak{H}$, $\mathfrak{L}$, N sont équivalentes pour un certain effet calorifique, on a les relations suivantes :

$$N = \frac{\mathfrak{S}}{3} = \frac{\mathfrak{H}}{6} = \frac{\mathfrak{L}}{66}$$

$$\mathfrak{S} = 3 N = \frac{\mathfrak{H}}{2} = \frac{\mathfrak{L}}{22}$$

$$\mathfrak{H} = 6 N = 2 \mathfrak{S} = \frac{\mathfrak{L}}{11}$$

$$\mathfrak{L} = 66 N = 22 \mathfrak{S} = 11 \mathfrak{H}$$

On trouve les dimensions principales d'une cheminée, dont la hauteur est connue par des relations locales, au moyen des formules que voici :

$$\Omega = \frac{N}{14\sqrt{H}} = \frac{\mathfrak{S}}{42\sqrt{H}} = \frac{\mathfrak{H}}{84\sqrt{H}} = \frac{\mathfrak{L}}{924\sqrt{H}}$$

$$\left. \begin{aligned} d_1 &= d - 0.013 H \\ e_1 &= 0.18 \\ e &= 0.18 + 0.015 H \end{aligned} \right\} \text{mètres.}$$

Pour les cheminées isolées la hauteur est ordinairement 25 fois plus grande que le diamètre intérieur, et si l'on adopte ce rapport comme règle, on a pour la détermination des dimensions d'une cheminée isolée les formules suivantes :

$$H = 5.03 (N)^{\frac{2}{3}} = 3.14 (\Sigma)^{\frac{2}{3}} = 2.45 (\delta)^{\frac{2}{3}} = 0.95 (\varrho)^{\frac{2}{3}}$$

$$\left. \begin{aligned} d &= \frac{H}{25} \\ d_1 &= d - 0.013 H \\ e_1 &= 0.18 \\ e &= 0.18 + 0.015 H \end{aligned} \right\} \text{mètres.}$$

Les résultats numériques que donnent ces formules sont contenus dans la table suivante.

Dimensions des cheminées isolées.

H	d	d ₁	e ₁	e	N	⊗	⊙
hauteur de la che- minée.	diamètre inté- rieur en bas.	diamètre inté- rieur en haut.	épais- seur du mur en haut.	épais- seur du mur en bas.	chevaux- vapeur.	huile brûlé par heure.	bois brûlé par heure.
Mètres.	Mètres	Mètres	Mètres	Mètres	Chevaux-vap.	Kilogrammes	Kilogrammes
12	0.48	0.32	0.18	0.36	8.8	26.4	52.8
13	0.52	0.35	0.18	0.38	10.7	32.1	64.2
14	0.56	0.38	0.18	0.40	12.9	38.7	77.4
15	0.60	0.41	0.18	0.42	15.3	45.9	91.8
16	0.64	0.43	0.18	0.43	18.0	54.0	108.0
17	0.68	0.46	0.18	0.45	21.0	63.0	126.0
18	0.72	0.49	0.18	0.46	24.0	72.0	144.0
19	0.76	0.51	0.18	0.48	27.7	83.1	166.2
20	0.80	0.54	0.18	0.49	31.5	94.5	189.0
21	0.84	0.57	0.18	0.51	35.6	106.8	213.6
22	0.88	0.59	0.18	0.52	40.0	120.0	240.0
23	0.92	0.62	0.18	0.54	44.7	134.1	268.2
24	0.96	0.65	0.18	0.55	49.6	148.8	297.6
25	1.00	0.68	0.18	0.57	55.0	165.0	330.0
26	1.04	0.70	0.18	0.58	60.7	182.1	364.2
27	1.08	0.72	0.18	0.60	66.8	200.4	400.8
28	1.12	0.75	0.18	0.61	73.1	219.3	438.6
29	1.16	0.78	0.18	0.63	80.2	240.6	481.2
30	1.20	0.81	0.18	0.64	86.9	260.7	521.4
31	1.24	0.84	0.18	0.66	94.2	282.6	565.2
32	1.28	0.86	0.18	0.67	100	300.0	600.0
33	1.32	0.89	0.18	0.69	109	327.0	654.0

Les dimensions des fondations peuvent être déterminées d'après les règles suivantes :

Fig. 10, pl. XXXVI : ghik en béton; abcf en pierres de taille;

Hauteur de la fondation entière inclusivement de la masse du béton 3.5 d;

Angle d'inclinaison du massif de la fondation 60°;

Largeur des pierres de taille ou de la maçonnerie 5 d;

Hauteur d'une pierre de taille égale e.

CHAUDIÈRES A VAPEUR

255

Rendement et surface de chauffe d'une chaudière à vapeur.

Le rendement d'un chauffage de chaudière à vapeur est le rapport de la quantité de chaleur qui entre dans la chaudière par les parois et celle qui est développée par la combustion.

Notations:

B la quantité de combustible (en kilogrammes) qui est brûlée sur la grille par seconde;

$\mathfrak{S}$ le nombre des unités de chaleur qui sont développées par la combustion d'un kilogramme de combustible;

L la quantité d'air qui produit la combustion de B kilogrammes de combustible;

s = 0.237 la chaleur spécifique de l'air atmosphérique;

$k = \frac{1}{158}$ la quantité de chaleur qui entrerait par seconde et par chaque mètre carré de surface de chauffe si la température des gaz combustibles était d'un degré plus élevée que celle de l'eau dans la chaudière;

F la surface de chauffe de la chaudière, c'est-à-dire la partie de la surface totale de la chaudière qui est en contact d'un côté avec la flamme et les gaz, d'un autre côté avec l'eau contenue dans la chaudière;

w_0 la température de l'eau d'alimentation;

w la température de l'eau dans la chaudière;

u_0 la température de l'air atmosphérique qui entre dans le foyer;

e = 2.718 la base des logarithmes naturels;

p le rendement susmentionné;

S la quantité de vapeur (en kilogrammes) qui est formée par seconde au moyen des B kilogrammes de combustible.

Résultat de calcul:

$$p = \left[1 - \frac{s}{B} \frac{L}{\mathfrak{S}} (w - u_0) \right] \left(1 - e^{-\frac{k}{s} \frac{F}{L}} \right)$$

$$\frac{F}{S} = \frac{L}{B} \frac{s}{k} \frac{650 - w_0}{\mathfrak{S}} \frac{1}{p} \lognat \left\{ \frac{1 - (w - u_0) \frac{s}{\mathfrak{S}} \frac{L}{B}}{1 - p - (w - u_0) \frac{s}{\mathfrak{S}} \frac{L}{B}} \right\}$$

$$\frac{S}{B} = \frac{p \mathfrak{H}}{650 - w_0}$$

$$\frac{F}{B} = \frac{L}{B} \frac{s}{k} \operatorname{lognat} \left\{ \frac{1 - (w - u_0) \frac{s}{\mathfrak{H}} \frac{L}{B}}{1 - p - (w - u_0) \frac{s}{\mathfrak{H}} \frac{L}{B}} \right\}$$

Pour le chauffage des chaudières à vapeur par la houille, on peut admettre :

$$\frac{L}{B} = 22 \quad \mathfrak{H} = 7000 \quad w - u_0 = 100 \quad w_0 = 50^\circ$$

$$s = 0.237 \quad k = \frac{1}{158}$$

et on trouve :

$$p = 0.919 \left(1 - e^{-\frac{F}{900 B}} \right)$$

$$\frac{F}{S} = \frac{77}{p} \operatorname{lognat} \left(\frac{0.919}{0.919 - p} \right)$$

$$\frac{S}{B} = 11 p$$

$$\frac{F}{B} = 847 \operatorname{lognat} \left(\frac{0.919}{0.919 - p} \right)$$

Au moyen de ces formules on obtient :

$$p = 0.20 \quad 0.30 \quad 0.40 \quad 0.50 \quad 0.60 \quad 0.70 \quad 0.80$$

$$\frac{S}{B} = 2.2 \quad 3.3 \quad 4.4 \quad 5.5 \quad 6.6 \quad 7.7 \quad 8.8$$

$$\frac{F}{S} = 83 \quad 100 \quad 109 \quad 120 \quad 135 \quad 157 \quad 196$$

$$\frac{F}{B} = 183 \quad 330 \quad 480 \quad 660 \quad 891 \quad 1201 \quad 1724$$

Règles empiriques pour la détermination de la surface de chauffe.

Ordinairement la surface de chauffe des chaudières à vapeur est déterminée par les rapports suivants :

On calcule pour chaque force de cheval-vapeur d'une machine fixe 1·5 mètre carré, et pour la machine de bateau 1 mètre carré de surface de chauffe.

Un mètre carré de surface de chauffe d'une chaudière donne en terme moyen :

Par seconde . . 0·0067 kilogrammes de vapeur.

Par minute . . . 0·4 — —

Par heure . . . 24 — —

Pour la production d'un kilogramme de vapeur par seconde, il faut 150 mètres carrés de surface de chauffe.

Pour la production d'un kilogramme de vapeur par minute, il faut 2·5 mètres carrés de surface de chauffe.

Pour la production d'un kilogramme de vapeur par heure, il faut 0·041 mètres carrés de surface de chauffe.

Chaudières cylindriques avec ou sans tubes bouilleurs.

Notations :

F la surface de chauffe que doit recevoir la chaudière ;

D le diamètre de la chaudière ;

L la longueur de la chaudière ;

d le diamètre d'un tube bouilleur ou chauffeur ;

l la longueur d'un de ces tubes ;

m, les nombres qui expriment combien de fois les surfaces de la chaudière principale et d'un tube bouilleur sont plus grandes que leurs surfaces de chauffe ;

i le nombre des tubes bouilleurs.

On trouve :

$$D = \sqrt{\frac{F}{\pi \frac{L}{D} \left[\frac{1}{m} + \frac{i}{m_1} \left(\frac{d}{D} \right) \left(\frac{1}{L} \right) \right]}}$$

Pour chaudières sans bouilleurs on a : $i = 0$, $m = 1·757$, et ensuite :

$$D = 0·75 \sqrt{\frac{D}{L} F}$$

$$\text{Pour } \frac{L}{D} = \begin{array}{ccc} 4 & 5 & 6 \end{array}$$

$$\text{on a } D = 0.375 \sqrt{F} \quad 0.335 \sqrt{F} \quad 0.306 \sqrt{F}$$

258

Règle pratique pour les grilles des chaudières à vapeur.

Soit:

Σ la quantité de houille et δ celle de bois (en kilogrammes) qui doit être brûlée par heure sur une grille, et N la force de la chaudière (en chevaux-vapeur); on a la surface de la grille R ainsi qu'il suit:

$$R = \frac{N}{10} = \frac{\Sigma}{50} = \frac{\delta}{100}$$

Les intervalles entre les barres de la grille doivent comprendre $\frac{1}{4}$ de la surface totale de la grille pour la houille et $\frac{1}{3}$ pour le bois. Les dimensions des barres doivent être prises d'après les proportions indiquées dans la figure 6, planche XXXVI.

259

Règles générales pour les grilles.

Soit:

B la quantité de combustible qui doit être brûlée par heure sur la grille d'un foyer quelconque;

R la surface de la grille;

Σ le volume de combustible placé sur la grille;

Δ l'épaisseur moyenne de la couche de combustible;

v la vitesse (en mètres) de l'entrée de l'air par les intervalles des barres de grille;

m le rapport de la somme des profils des intervalles entre les barres et la surface de la grille.

On a pour un foyer quelconque:

$$\Sigma = \frac{1}{1895} \frac{B}{m}, \quad R = \frac{1}{1895} \frac{B}{m \Delta}, \quad v = 7 \Delta$$

Il faut substituer dans les formules les valeurs suivantes :

	m	<i>A</i>	$\frac{R}{B}$
Chauffage de chaudière avec des houilles .	0.25	0.1	$\frac{1}{48}$
Chauffage des locomotives avec du coke. .	0.50	0.4	$\frac{1}{379}$
Chauffage au bois	0.30	0.2	$\frac{1}{114}$
Chauffage au charbon de bois	0.25	0.18	$\frac{1}{48}$

260

Muraillement des chaudières.

La planche XXXVI indique les proportions des mesures principales des chaudières et des murs comparativement au diamètre de la chaudière.

Fig. 1, 2, 3, 4 : Chaudière sans tube; la longueur six fois plus grande que le diamètre.

Fig. 7, 8, 9, 10 : Chaudière avec deux chauffeurs. La chaudière cinq fois plus longue que le diamètre.

261

Épaisseur des parois de diverses parties cylindriques et sphériques des chaudières à vapeur.

Soit:

D le diamètre intérieur (en centimètres) d'une partie cylindrique ou sphérique d'une chaudière;

δ l'épaisseur du métal de ces parties (en centimètres);

n le nombre des atmosphères qui correspond à la tension de la vapeur.

On a :

a) Pour des chaudières cylindriques :

$$\delta = \frac{1.315 + 0.495 n}{363 - n} D$$

Cette formule donne pour :

<i>n</i>	1	2	3	4	5	6	7	8
$\frac{\delta}{D}$	0.0050	0.0064	0.0077	0.0092	0.0106	0.0120	0.0139	0.0149

b) Pour des parties sphériques :

$$\delta = \frac{3.125 + 0.495 n}{725 - n} D$$

Cette formule donne pour :

n =	1	2	3	4	5	6	7	8
$\frac{\delta}{D}$	0.0050	0.0057	0.0064	0.0071	0.0077	0.0085	0.0092	0.0098

262

Rivure des tôles (pl. XXXVI, fig. 5).

Diamètre d'un boulon de rivet	2 δ
Diamètre de la tête demi-sphérique	3 δ
Diamètre de la tête conique	4 δ
Hauteur totale d'un rivet y compris les têtes	5 δ
Espacement d'axe en axe des rivets.	5 δ
Ecartement du centre d'un rivet du bord de la tôle.	3 δ

263

Soupapes de sûreté.

Soit :

F la surface de chauffe de la chaudière (en mètres carrés);

N la force de la chaudière (en chevaux-vapeur);

S la quantité de vapeur (en kilogrammes) qui doit être produite par seconde dans la chaudière;

Ω la section (en mètres carrés) de l'ouverture de la soupape;

P la charge (en kilogrammes) de la soupape;

p la pression de la vapeur sur un mètre carré à laquelle la soupape doit se soulever;

$\alpha + \beta p$ le poids d'un mètre cube de vapeur qui exerce une pression de p sur un mètre carré;

$\mathcal{A}$ la pression de l'atmosphère sur un mètre carré.

On a pour la détermination de Ω et P les expressions suivantes :

$$\Omega = 0.04 \frac{S}{\alpha + \beta p} = \frac{0.04}{150} \frac{F}{\alpha + \beta p} = \frac{0.04}{100} \frac{N}{\alpha + \beta p}$$

$$P = \Omega (p - \mathcal{A})$$

$$P = 0.04 S \frac{p - \mathcal{A}}{\alpha + \beta p} = \frac{0.04}{150} F \frac{p - \mathcal{A}}{\alpha + \beta p} = \frac{0.04}{100} N \frac{p - \mathcal{A}}{\alpha + \beta p}$$

Au moyen de ces formules on a calculé le tableau suivant:

Tension de la vapeur dans la chaudière (en atmosphères).	$\frac{\Omega}{S}$	$\frac{\Omega}{F}$	$\frac{\Omega}{N}$	$\frac{P}{S}$	$\frac{P}{F}$	$\frac{P}{N}$
2	0.03580	0.000238	0.000358	370	2.46	3.70
3	0.02468	0.000164	0.000247	510	3.40	5.10
4	0.01896	0.000127	0.000189	587	3.91	5.87
5	0.01544	0.000103	0.000154	638	4.25	6.38
6	0.01312	0.000087	0.000131	677	4.51	6.77

CHAUFFAGE DES APPARTEMENTS ET DES ÉDIFICES

264

Détermination de la quantité de chaleur nécessaire pour le chauffage des édifices.

Soit:

M la surface des murs, la surface du plafond et du parquet qui renferment l'espace à chauffer (non compris les surfaces des fenêtres);

F la somme des surfaces des fenêtres;

e l'épaisseur du mur;

Δ_0 la température la plus basse de l'air extérieur en hiver;

Δ la température qui doit être produite dans l'espace si la température extérieure est Δ_0 ;

m n deux nombres qui dépendent de la nature des matériaux de construction;

p la quantité de chaleur qui est perdue par heure et par mètre carré de surface de fenêtre à une différence de température de 1° ;

f un coefficient qui dépend d'un chauffage continu ou d'un chauffage avec des interruptions.

La quantité de chaleur (en calories) qu'exige le chauffage de l'espace par heure s'il n'est pas ventilé artificiellement:

$$W = f \left(\frac{m n}{m e + n} M + p F \right) (\Delta - \Delta_0)$$

Le tableau suivant donne les valeurs de m , u et p pour divers matériaux :

Désignation des matériaux.	m	n	p
Mur en moellons	9	0.80	—
Mur en briques	9	0.68	—
Bois de sapin	8	0.17	—
Bois de chêne	8	0.32	—
Verre	9	0.27	—
Vitres simples en fenêtre	—	—	3.66
Vitres doubles en fenêtre	—	—	2.00

Pour le chauffage sans intermittence $f = 1.0$

Pour le chauffage avec intermittence $f = 1.2$

Dans les cas ordinaires il y a lieu d'adopter les mesures suivantes : 1° murs en moellons ; 2° épaisseur du mur 0.60 mètre ; 3° fenêtres simples ; 4° chauffage avec intermittence ; 5° la plus grande différence de température 30°. Dans ces suppositions on obtient :

$$W = 36 M + 132 F$$

265

Chauffage avec renouvellement de l'air des localités dans lesquelles sont assemblées des personnes en grand nombre.

Un homme consomme par heure 6 mètres cubes d'air ou $6 \times 1.3 = 7.8$, près de 8 kilogrammes d'air. La quantité de chaleur que développe un homme par heure est à peu près 73 unités. De cette quantité $25 = 0.038 \times 650$ unités sont employées à la production de la vapeur ; il en reste encore $73 - 25 = 48$ unités qui agissent en chauffant.

Soit :

q la quantité d'air (en kilogrammes) qui est fournie par heure au moyen de la ventilation à l'état pur, mais froid, dans l'espace à chauffer et qui en sort à l'état impur ;

N le nombre des personnes qui sont réunies dans cet espace ;

W la quantité de chaleur qui doit être développée par heure au moyen de l'appareil de chauffage pour entretenir dans l'espace une température A .

On a :

$$W = f \left(\frac{m}{e} + n \right) M + p F \left(\Delta - \Delta_0 \right) + 0.237 q \left(\Delta - \Delta_0 \right) - 48 \mathfrak{N}$$

Il faut prendre généralement : $q = 8 \mathfrak{N}$, et f n p e Δ Δ_0 comme dans le numéro précédent, et alors on obtient :

$$W = 36 M + 132 F + 9 \mathfrak{N}$$

266

Passage de la chaleur par un mur ou une paroi plane qui est touchée par deux fluides (liquides ou aériformes) dont les températures sont invariables.

Soit :

Δ la différence de température des deux fluides séparés par la paroi ;

e l'épaisseur de la paroi (en mètres) ;

F la superficie d'un côté de paroi (en mètres) ;

W la quantité de chaleur qui traverse la surface F par heure ;

γ_1 γ_2 les coefficients de transition qui correspondent aux deux superficies de la paroi. Ce coefficient est la quantité de chaleur qui traverse dans une heure un mètre carré de la superficie d'un corps si la différence des températures qui existent tout près de la superficie de l'un et de l'autre côté ne comprend qu'un degré ;

λ le coefficient de conductibilité de chaleur de la matière dont se compose la paroi. Ce coefficient est la quantité de chaleur qui passe par heure à travers une barre d'un mètre carré de section est d'un mètre de longueur, si la différence des températures aux extrémités n'est qu'un degré.

Les valeurs absolues de γ_1 γ_2 λ pour les diverses matières ne sont pas connues. Les valeurs relatives se trouvent aux numéros 243 et 244.

Cela étant admis, on a :

$$W = \frac{F \Delta}{\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{e}{\lambda}}$$

Quantité de chaleur qui passe par heure à travers un mètre carré d'une paroi qui est composée de plusieurs couches de matériaux.

Soit:

Δ la différence de température des deux fluides qui sont séparés par la paroi;

$e_1, e_2, e_3, e_4 \dots$ les épaisseurs des couches des matériaux dont la paroi se compose;

$\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3 \dots$ les coefficients de transition de chaleur par les surfaces de contact des couches;

$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \dots$ les coefficients de conductibilité de chaleur qui correspondent aux matériaux dont les couches se composent;

F la surface de la paroi (en mètres carrés);

W la quantité de chaleur qui passe par heure à travers la surface F.

On a:

$$W = \frac{F \Delta}{\frac{1}{\gamma_0} + \frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \dots + \frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \frac{e_3}{\lambda_3} + \dots}$$

Quantité de chaleur qui passe dans une heure par les parois d'un vase cylindrique qui se trouve en contact avec des fluides extérieurement et intérieurement.

Soit:

Δ la différence de température des deux fluides;

r_1 le rayon intérieur du cylindre (en mètres);

r_2 le rayon extérieur du cylindre (en mètres);

l la longueur du cylindre (en mètres);

γ_1 et γ_2 les coefficients de transition de chaleur qui correspondent à la surface intérieure et extérieure du cylindre;

λ le coefficient de conductibilité de chaleur de la matière, supposée homogène, dont se compose la paroi;

W la quantité de chaleur qui entre par heure si la température extérieure est plus élevée que la température intérieure ou qui s'échappe si la température intérieure est plus élevée que l'extérieure.

On obtient:

$$W = \frac{2 \pi l \Delta}{\frac{1}{r_1 \gamma_1} + \frac{1}{r_2 \gamma_2} + \frac{1}{\lambda} \lognat \frac{r_2}{r_1}}$$

Quantité de chaleur qui traverse la paroi d'un vase sphérique lequel est en contact extérieurement et intérieurement avec des fluides.

Soit :

Δ la différence de température des deux fluides ;
 r_1 le rayon intérieur de la paroi (en mètres) ;
 r_2 le rayon extérieur de la paroi (en mètres) ;
 γ_1, γ_2 les coefficients de transition de la chaleur qui correspondent à la surface intérieure et extérieure de la paroi ;
 λ le coefficient de conductibilité de chaleur de la matière, supposée homogène, dont se compose la paroi ;
 W la quantité de chaleur qui entre par heure dans la sphère si la température extérieure est plus élevée que l'intérieure ou qui s'échappe de la sphère dans le cas contraire.

On a :

$$W = \frac{4 \pi \Delta}{\frac{1}{\gamma_1 r_1} + \frac{1}{\gamma_2 r_2} + \frac{1}{\lambda} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)}$$

Chauffage d'un fluide par un courant de fluide chaud.

Le chauffage d'un fluide froid par un fluide chaud a lieu ordinairement en faisant passer le fluide chaud par un canal dont les parois se composent d'une matière bonne conductrice de chaleur, et en mettant ces parois en contact avec le fluide à chauffer.

Nous nommerons un tel appareil de chauffage :

1° Appareil à chaudière, si la température est constante dans l'intérieur du vase ou de la chaudière ;

2° Appareil à courant parallèle, si le fluide à chauffer est conduit le long de la paroi dans une direction qui coïncide avec celle du courant chaud ;

3° Appareil à contre-courant, si le fluide à chauffer est conduit le long de la paroi dans une direction opposée au courant chaud.

Les surfaces de chauffe de ces appareils peuvent être déterminées d'après les règles suivantes :

Soit :

W la quantité de chaleur qui doit traverser la paroi par heure ;

T_0 la température à laquelle le courant chaud entre dans le canal de chauffe ;

T_1 la température à laquelle le courant chaud quitte le canal de chauffe ;

k le coefficient de transmission de chaleur, c'est-à-dire la quantité de chaleur qui passerait par heure et par un mètre carré de la surface de chauffe si la température du fluide chaud dans tous les points était seulement d'un degré plus élevée que la température du fluide à chauffer.

Soit en outre :

a) Pour un appareil à chaudière :

F_h la surface de chauffe de cet appareil ;

t la température du fluide dans le vase ou dans la chaudière ;

b) Pour un appareil à courant parallèle :

F_p la surface de chauffe de l'appareil ;

t_0 la température à laquelle le fluide à chauffer entre dans l'appareil ;

t_1 la température à laquelle le fluide à chauffer quitte l'appareil ;

c) Pour un appareil à contre-courant :

F_s la surface de chauffe de l'appareil ;

t_0 la température à laquelle le fluide à chauffer entre dans l'appareil ;

t_1 la température à laquelle le fluide chauffé quitte l'appareil.

Cela étant admis, on a :

$$F_h = \frac{W}{k} \frac{\lognat \frac{T_0 - t_1}{T_1 - t_1}}{T_0 - T_1}$$

$$F_p = \frac{W}{k} \frac{\lognat \frac{T_0 - t_0}{T_1 - t_1}}{T_0 - T_1 + (t_1 - t_0)}$$

$$F_s = \frac{W}{k} \frac{\lognat \frac{T_0 - t_1}{T_1 - t_0}}{T_0 - T_1 - (t_1 - t_0)}$$

Les valeurs de k pour divers fluides et parois ne sont pas encore déterminées exactement par des expériences. Les valeurs probables de k sont:

Pour le passage de la chaleur:

- a) De l'air par une paroi en terre cuite d'un centimètre d'épaisseur dans l'air. $k = 5$
- b) De l'air par une paroi en fonte de 1 à 1.5 centimètre d'épaisseur dans l'air $k = 14$
- c) De l'air dans l'air par une paroi en tôle. $k = 7$
- d) De l'air par une paroi en tôle dans l'eau ou de l'eau dans l'air $k = 23$
- e) De la vapeur par une paroi en fonte dans l'air. . . $k = 12$

271

Chauffage par des poêles.

Soit:

W la quantité de chaleur, calculée d'après le numéro 265, que le chauffage de l'espace exige;

F la superficie du poêle; on obtient:

- a) Pour des poêles en terre cuite . . $F = \frac{W}{1600}$
- b) Pour des poêles en fonte $F = \frac{W}{4000}$
- c) Pour des poêles en tôle $F = \frac{W}{1500}$

272

Calorifère à air chaud avec des tuyaux en fonte.

Soit:

W la quantité de chaleur qui doit être transmise par heure à l'air à chauffer;

T_0 la température des gaz de combustion immédiatement au-dessus de la grille;

T_1 la température à laquelle les gaz combustibles quittent l'appareil;

t_0 la température à laquelle l'air à chauffer entre dans l'appareil;

t_1 la température à laquelle l'air doit être chauffé;

$k = 14$ la quantité de chaleur qui passe par heure dans une

paroi en fonte de 1 à 1.5 centimètre d'épaisseur si la différence de température est de 1°;

F la surface de chauffe de l'appareil.

On trouve :

a) L'appareil considéré comme chaudière :

$$F_k = \frac{W}{k} \frac{\lognat \frac{T_o - t_i}{T_i - t_i}}{T_o - T_i}$$

b) L'appareil à courant parallèle :

$$F_p = \frac{W}{k} \frac{\lognat \frac{T_o - t_o}{T_i - t_i}}{T_o - T_i + (t_i - t_o)}$$

c) L'appareil à contre-courant :

$$F_s = \frac{W}{k} \frac{\lognat \frac{T_o - t_i}{T_i - t_o}}{T_o - T_i - (t_i - t_o)}$$

Ordinairement on peut admettre :

$$T_o = 1000 \quad T_i = 300^\circ \quad t_i = 150^\circ \quad t_o = 10^\circ$$

et alors on obtient :

$$F_k = \frac{W}{5760} \quad F_p = \frac{W}{6230} \quad F_s = \frac{W}{7200}$$

273

*Chauffage de l'air par la circulation de l'eau chaude dans des tuyaux.
Basse pression.*

Ce chauffage est produit par une chaudière à partir de laquelle des tuyaux traversent l'espace à chauffer et qui en reviennent dans la chaudière.

Soit :

W la quantité de chaleur nécessaire pour le chauffage de l'espace par heure ;

T_o la température des gaz de combustion immédiatement au-dessus de la grille ;

T_i la température avec laquelle les gaz quittent le foyer ;

t_0 la température avec laquelle l'eau, contenue dans les tuyaux de circulation, entre dans la chaudière;

t_1 la température avec laquelle l'eau chaude passe de la chaudière dans les tuyaux;

$\mathcal{A}$ la température qui doit régner dans l'espace à chauffer;

F la surface de chauffe de la chaudière;

f la surface des tuyaux de circulation;

$k = 23$ la quantité de chaleur qui passerait par heure par un mètre carré des parois des tuyaux ou de la chaudière si la différence de température était de 1° .

On trouve :

$$F = \frac{W}{k} \frac{\log_{\text{nat}} \frac{T_0 - t_1}{T_1 - t_1}}{T_0 - T_1}$$

$$f = \frac{W}{k} \frac{\log_{\text{nat}} \frac{t_1 - \mathcal{A}}{t_0 - \mathcal{A}}}{t_1 - t_0}$$

Dans la règle on peut mettre :

$$T_0 = 1000 \quad T_1 = 300 \quad t_0 = 40 \quad t_1 = 80^\circ \quad \mathcal{A} = 14^\circ$$

et on obtient :

$$F = \frac{W}{11500} \quad f = \frac{W}{1000}$$

Chauffage de l'air par la circulation de l'eau chaude. Haute pression.

Soit :

W la quantité de chaleur qui est nécessaire par heure pour le chauffage d'un espace;

T_0 la température des gaz combustibles au-dessus de la grille;

T_1 la température avec laquelle les gaz quittent le foyer;

t_0 la température à laquelle l'eau entre dans le serpentin du foyer;

t_1 la température à laquelle l'eau quitte le serpentin pour entrer dans les tuyaux de circulation;

$\mathcal{A}$ la température qui doit entrer dans l'espace à chauffer;

F la surface intérieure du serpentin (spirale);

f la surface intérieure des tuyaux de circulation;

$k = 23$ le coefficient de transmission de la chaleur.

On a :

$$F = \frac{W}{k} \frac{\lognat \frac{T_0 - t_1}{T_1 - t_0}}{T_0 - T_1 - (t_1 - t_0)}$$

$$f = \frac{W}{k} \frac{\lognat \frac{t_1 - \mathcal{A}}{t_0 - \mathcal{A}}}{t_1 - t_0}$$

Dans la règle on peut poser pour cette méthode de chauffage :

$$T_0 = 1000 \quad T_1 = 300 \quad t_0 = 50 \quad t_1 = 150 \quad \mathcal{A} = 14$$

et on obtient :

$$F = \frac{W}{11300} \quad f = \frac{W}{1720}$$

Le diamètre intérieur des tuyaux de ce chauffage n'est que 0.0125 mètre, l'extérieur 0.025 mètre. Soit L et l les longueurs des tuyaux qui correspondent aux surfaces F et f ; on a :

$$F = 0.0125 \times 3.14 \times L \quad f = 0.0125 \times 3.14 \times l$$

et on trouve :

$$L = \frac{W}{425} \quad l = \frac{W}{65}$$

Soit :

W la quantité de chaleur nécessaire pour le chauffage d'un espace par heure;

F la surface de chauffe de la chaudière;

f la superficie des tuyaux de vapeur;

t la température de l'eau et de la vapeur dans la chaudière;

A la température qui doit régner dans l'espace à chauffer ;
 T_0 la température des gaz de combustion au-dessus de la grille ;
 T_1 la température à laquelle les gaz quittent la chaudière.

On a :

$$F = \frac{W}{23} \frac{\log_{\text{nat}} \frac{T_0 - t}{T_1 - t}}{T_0 - T_1}$$

$$f = \frac{W}{12(t - A)}$$

Dans la règle on a pour le chauffage par la vapeur :

$$T_0 = 1000 \quad T_1 = 300 \quad t = 110^\circ \quad A = 14$$

et on obtient :

$$F = \frac{W}{10400} \quad f = \frac{W}{1152}$$

ÉCLAIRAGE AU GAZ

276

Puissance éclairante des bougies, lampes et becs de gaz.

a) Une chandelle de suif d'un poids de $\frac{1}{6}$ de livre brûle pendant 9.5 heures et donne autant de lumière qu'un bec qui consomme par heure 14 litres de gaz de houille.

b) Une lampe ordinaire à mèche plate brûle par heure 13 grammes d'huile et donne une puissance de lumière de 1.13 chandelles de suif, elle peut être remplacée par un bec de gaz qui brûle 16 litres de gaz par heure.

c) Un cierge (de 5 à la livre) donne une puissance éclairante de 1·1 chandelles de suif et peut être remplacé par un bec de gaz qui consomme 16 litres de gaz.

d) Une lampe d'Argand qui consomme 30 grammes d'huile par heure, donne la lumière de quatre chandelles de suif et peut être remplacée par un bec de gaz qui consomme 56 litres par heure.

e) Une lampe de Sinombra, qui consomme 50 grammes d'huile par heure, donne une lumière de 7·6 chandelles de suif et peut être remplacée par un bec de gaz qui consomme 107 litres par heure;

f) Une lampe de Carcel, qui consomme 42 grammes d'huile par heure, donne une lumière de 7·71 chandelles de suif et peut être remplacée par un bec de gaz qui consomme 108 litres par heure.

277

Tableau pour la comparaison de la consommation de combustibles.

(Les nombres dans la colonne horizontale donnent les quantités de combustibles qui développent la même quantité de lumière.)

Eclairage de bougies.		Eclairage de lampes à huile.			Eclairage de houille.		Gaz d'huile en litres.
Suif en kilog.	Cire en kilog.	Carcel.	Sinombra	Mèches plates.	Gaz en litres.	Houille en kilog.	
1·00	0·92	0·59	0·71	1·26	1530	7·30	566
1·09	1·00	0·65	0·78	1·37	1670	7·94	619
1·67	1·54	1·00	1·19	2·11	2570	12·20	951
1·40	1·29	0·84	1·00	1·76	2140	10·00	793
0·80	0·73	0·47	0·57	1·00	1210	5·75	448
0·65	0·60	0·39	0·47	0·83	1000	4·76	370
0·14	0·13	0·08	0·10	0·17	210	1·00	78
0·76	1·61	1·05	1·26	2·23	2700	13·00	1000

Tableau des heures d'éclairage dans les mois, trimestres et dans l'année.

Commencement et fin du temps de l'éclairage.	1 ^{er} trimestre.			2 ^e trimestre.			3 ^e trimestre.			4 ^e trimestre.			1 ^{er} trimestre.	2 ^e trimestre.	3 ^e trimestre.	4 ^e trimestre.	Total de l'année.
	Avril.	Mai.	Juin.	Juillet.	Août.	Septembre.	Octobre.	Novembre.	Décembre.	Janvier.	Février.	Mars.					
Depuis la brune jusqu'à 6 heures. . .	—	—	—	—	—	2	31	62	80	65	33	4	—	2	173	102	277
— 7 — . . .	4	—	—	—	14	22	62	92	111	96	61	31	4	36	265	188	493
— 8 — . . .	28	4	—	—	40	52	93	122	142	127	89	62	32	92	357	278	759
— 9 — . . .	58	29	8	13	71	82	124	152	173	158	117	93	95	166	449	368	1078
— 10 — . . .	88	60	38	44	102	112	155	182	204	189	145	124	186	258	541	458	1443
— 11 — . . .	118	91	68	75	133	142	186	212	235	220	173	155	277	350	633	548	1808
— minuit.	148	122	98	106	164	172	217	242	266	251	201	186	368	442	725	638	2173
Toute la nuit	296	242	195	217	307	345	421	473	527	512	411	382	732	869	1421	1305	4927
Le matin de 4 heures	28	2	—	—	16	48	80	110	137	137	98	71	30	64	327	306	727
— 5 —	3	—	—	—	—	18	49	80	106	106	70	40	3	18	235	216	472
— 6 —	—	—	—	—	—	—	18	50	75	75	42	9	—	—	143	126	269
— 7 —	—	—	—	—	—	—	—	20	44	44	14	—	—	—	64	58	122

D'après les données, contenues dans ces tableaux, il est très facile de calculer les quantités de gaz et la consommation de houille qui sont nécessaires pour un éclairage au gaz.

279

Distillation de la houille.

La distillation d'un kilogramme de houille exige 0.25 kilogrammes de coke ou de houille.

Rendement de la distillation d'un kilogramme de la meilleure houille anglaise (Boghead cannel):

Gaz	{ 400 litres
	{ 0.39 kilogrammes
Coke	0.400 —
Goudron	0.064 —
Eau ammoniacale	0.100 —

Poids spécifique du gaz que donne cette houille 0.752.

Rendement moyen de la distillation d'un kilogramme de houille que l'on emploie ordinairement pour la production de gaz:

Gaz	{ 256 litres
	{ 0.166 kilogrammes
Coke	0.660 —
Goudron	0.064 —
Eau ammoniacale	0.100 —

Poids spécifique de ce gaz. . . . 0.500 —

Les résultats suivants se rapportent à la houille que l'on emploie ordinairement dans les usines à gaz

280

Cornues.

Charge d'une cornue par mètre carré de la surface intérieure. 23 kilogrammes

Durée de la distillation 4 à 5 heures.

Quantité de gaz qui est produite en 24 heures par 1 mètre carré de la surface intérieure d'une cornue 30 mètres cubes

Dimensions les plus usitées d'une cornue :

Longueur intérieure	2.5 mètres	
Largeur intérieure	0.4 —	
Hauteur intérieure	0.3 —	
Surface intérieure	3.25 —	carrés
Epaisseur des cornues	en fonte	0.03 —
	en terre réfractaire	0.08 —

Soit :

Q la quantité de gaz (en mètres cubes) qui doit être produite en 24 heures dans les jours les plus courts de l'hiver ;

F la somme des surfaces intérieures de toutes les cornues qui sont nécessaires pour la production de la quantité Q.

On a :

$$F = \frac{Q}{30}$$

281

Grille et cheminée.

Soit :

R la surface de la grille d'un fourneau (en mètres carrés) ;

f la surface intérieure d'une cornue ;

n le nombre des cornues du fourneau.

On a :

$$\frac{R}{f} = (0.045 - 0.005 n) n$$

Pour	n = 1	2	3	4	5	6	7
$\frac{R}{nf}$	0.040	0.035	0.030	0.025	0.020	0.015	0.010

Force (en chevaux) de la cheminée qui correspond à la surface de chauffe de toutes les cornues de l'usine. $\frac{F}{2}$

Les diverses dimensions de la cheminée donne la table numéro 254, page 208.

282

Barillet.

Section du barillet = $\frac{F}{700}$

Longueur du barillet égale à la somme des longueurs de toutes les fourneaux de l'usine.

283

Condensateur.

Surface de refroidissement du condensateur :

	Usines françaises.	Usines allemandes.
a) Condensation dans l'eau froide	= 0·2 F	0·7 F
b) Condensation dans l'air libre	= 0·3 F	1·3 F

On voit que dans les usines allemandes la surface de refroidissement est beaucoup plus grande que dans les usines françaises.

284

Épuration au moyen de l'hydrate de chaux.

	Usines françaises.	Usines allemandes.
Surface totale des grilles des épurateurs . . .	$\frac{F}{2}$	F
Nombre des grilles dans un épurateur	3 à 4	
Quantité de chaux par mètre carré de grille .	20 litres	
Épaisseur d'une couche de chaux	0·1 mètre	
Distance des grilles dans un épurateur	0·20 —	
Volume totale des épurateurs	0·1 F à 0·2 F	mètres cubes.

285

Volume du gazomètre.

Soit :

B le volume du gazomètre (en mètres cubes) ;

Q la quantité de gaz (en mètres cubes) qui doit être produite en 24 heures aux jours les plus courts de l'hiver ;

T le nombre des heures de l'éclairage aux jours les plus courts.

On a :

$$\frac{B}{Q} = \frac{24 - T}{24}$$

Pour T = 5 6 7 8 9 10

$$\frac{B}{Q} = 0·80 \quad 0·75 \quad 0·71 \quad 0·66 \quad 0·62 \quad 0·58$$

Conduites de gaz.

A) Règle pour les grands tuyaux d'une canalisation.

Pour déterminer les diamètres des grands tuyaux qui servent pour la conduite du gaz depuis l'usine jusque dans les rues les plus éloignées, on peut se servir de la règle suivante.

Soit :

L la longueur totale de la conduite ou la distance entre l'usine et le lieu où se trouve le bec le plus éloigné de l'usine (en mètres);

H la hauteur d'une colonne d'eau (en centimètres) qui mesure la différence des pressions du gaz aux extrémités de la longueur L. Ordinairement on peut prendre $H = 2$ centimètres;

l la longueur de tous les tuyaux d'un même diamètre qui font partie de la conduite principale (en mètres);

d le diamètre intérieur (en centimètres) d'un tuyau de la longueur l;

q la quantité de gaz (en mètres cubes) qui entre par heure dans les tuyaux de la longueur l;

m le rapport entre la quantité de gaz qui entre dans les tuyaux l et la quantité de gaz qui sort par des embranchements qui se trouvent le long de l. S'il n'y a pas de tels embranchements on a toute la quantité q, qui est entrée, sort par l'orifice à l'autre bout, on a $m = \infty$. Si toute la quantité Q, qui est entrée, sort par des embranchements, on a $m = 1$.

Cela posé, on trouve le diamètre d par les formules suivantes :

Pour un tuyau avec embranchement :

$$d^3 = 0.08 \frac{L}{H} q^3 \left(1 - \frac{3}{3m^2} \right)$$

Pour un tuyau sans embranchement :

$$d^3 = 0.08 \frac{L}{H} q^3$$

Les tables suivantes facilitent le calcul :

d	d ³	d	d ³	d	d ³
1	1	13	370 295	25	9 770 625
2	32	14	534 824	26	11 881 376
3	243	15	749 375	27	14 348 907
4	1 024	16	1 048 576	28	17 210 368
5	3 125	17	1 419 857	29	20 511 149
6	7 776	18	1 889 568	30	24 300 000
7	16 807	19	2 476 099	31	28 629 151
8	32 768	20	3 200 000	32	33 554 432
9	75 049	21	4 084 101	33	39 135 393
10	100 000	22	5 153 632	34	45 435 424
11	161 051	23	6 436 343	35	52 521 875
12	248 832	24	7 962 624	36	60 466 176

m	$1 - \frac{3m-1}{3m^2}$	m	$1 - \frac{3m-1}{3m^2}$	m	$1 - \frac{3m-1}{3m^2}$
1.0	0.333	1.9	0.566	5	0.813
1.1	0.366	2.0	0.583	6	0.843
1.2	0.398	2.2	0.614	8	0.880
1.3	0.428	2.4	0.641	10	0.903
1.4	0.456	2.6	0.665	15	0.935
1.5	0.483	2.8	0.685	20	0.951
1.6	0.505	3.0	0.704	30	0.967
1.7	0.527	3.5	0.741	50	0.980
1.8	0.547	4.0	0.771	100	0.990

B) Règle pour les petits tuyaux des embranchements.

Pour déterminer les diamètres des petits tuyaux des embranchements, on peut se servir des règles suivantes :

Soit :

Q la quantité de gaz (en mètres cubes) qui entre par heure dans le tuyau ;

d le diamètre du tuyau (en millimètres) ;

v la vitesse du mouvement du gaz dans le tuyau (en mètres par seconde).

On peut prendre :

$$v = 0.3 \left(1 + \frac{1}{10} Q \right) \text{ si } Q < 100 \text{ mètres cubes}$$

$$v = 3 \text{ mètres} \quad \text{si } Q \geq 100 \quad -$$

$$d = 33 \sqrt{\frac{Q}{1 + 0.1 Q}} \text{ si } Q < 100 \quad -$$

$$d = 10 \sqrt{Q} \quad \text{si } Q \geq 100 \quad -$$

Les résultats que donnent ces règles sont contenus dans la table suivante. Dans le calcul du nombre des becs on a compté 150 litres de gaz par heure et par bec.

Volume du gaz qui doit être conduit par le tuyau dans une heure.	Nombre des bocs de gaz auxquels le gaz est conduit.	Vitesse du gaz dans le tuyau en mètres et par seconde.	Diamètre du tuyau en milli- mètres.
Litres.		Mètres.	
500	3	0·315	23·0
1000	6	0·330	32·0
2000	13	0·360	43·0
3000	20	0·390	50·5
4000	26	0·420	54·8
5000	33	0·450	60·8
6000	40	0·480	64·9
7000	46	0·510	67·5
8000	53	0·540	70·2
9000	60	0·570	72·5
10000	66	0·600	74·5.
20000	133	0·900	86·0
30000	200	1·200	91·3
40000	266	1·500	94·3
50000	333	1·800	96·3
60000	400	2·100	97·5
70000	466	2·400	98·6
80000	533	2·700	100·0
90000	600	3·000	100·0

CHAPITRE IX

MACHINES A VAPEUR

(Les dimensions sont exprimées en mètres.)

287

Formules générales pour les diverses espèces de machines à vapeur.

Ces formules servent à la solution des divers problèmes qui peuvent être posés à l'égard du mouvement et de la construction des machines à vapeur. Afin, de ne pas multiplier le nombre de ces formules, on a établi les formules fondamentales pour ces machines, de façon comme s'il s'agissait de calculer l'effet utile et la consommation de la vapeur. Pour le cas que d'autres inconnues sont à trouver, il faut les chercher par une combinaison analytique des formules fondamentales.

288

Signification des lettres dans les formules pour les machines à un seul cylindre.

S la quantité de vapeur (en kilogrammes) qui agit par seconde sur la machine;

O la section du cylindre (en mètres carrés);

D le diamètre du cylindre;

l la course du piston;

l_1 la partie de la course du piston depuis le commencement de la course jusqu'au moment où la détente commence;

v la vitesse moyenne du piston;

m (généralement = 0.05) le coefficient de l'espace nuisible, c'est-à-dire le rapport entre le volume d'un canal d'introduction + le volume entre le couvercle et le piston au commencement de la course et le volume O l décrit par le piston dans sa course;

p la pression de la vapeur sur un mètre carré dans le cylindre

et derrière le piston pendant que le cylindre communique avec la chaudière;

r la résistance nuisible (par rapport à un mètre carré de la surface du piston) qui réagit contre le mouvement du piston. Cette pression r est approximativement celle qui doit agir derrière le piston pour faire mouvoir une machine si elle ne fait pas un travail utile;

α , β nombres qui servent au calcul du poids d'un mètre cube de vapeur; on a;

Pour les machines à

basse pression. $\alpha = 0.06295$, $\beta = 0.000051$, $\frac{\alpha}{\beta} = 1234$

Pour les machines à

haute pression. $\alpha = 0.1427$, $\beta = 0.0000473$, $\frac{\alpha}{\beta} = 3017$

$\alpha + \beta p$ le poids d'un mètre cube de vapeur dont la pression sur 1 mètre carré = p . Les valeurs de $\alpha + \beta p$ sont indiquées dans le tableau numéro 250;

s la perte de vapeur (en kilogrammes) par seconde entre le piston et le cylindre;

Ω la section d'un canal d'introduction;

N la force (en chevaux-vapeur) de la machine;

k une grandeur par laquelle l'influence de la détente entre en ligne de compte;

h pour les machines à condensation la hauteur d'élévation de l'eau froide de condensation.

289

Signification des lettres dans les formules pour les machines de Woolf à deux cylindres.

	Grand cylindre.	Petit cylindre.
Sections des cylindres.	O	o
Consignes des pistons	L	l
Coefficients des espaces nuisibles	m_1	m
Vitesses des pistons	V	v

p la pression de la vapeur derrière le petit piston sur 1 mètre carré;
 r la résistance nuisible de la machine réduite sur 1 mètre carré du grand piston;

$$\alpha = 0.1427 \quad \beta = 0.0000473 \quad \frac{\alpha}{\beta} = 3017$$

s la perte de vapeur entre le piston et le cylindre par seconde;

$\mathcal{V}$ le volume du tuyau de communication entre les deux boîtes à vapeur + le volume de la boîte à vapeur du grand cylindre.

290

Formules pour les machines de Watt à basse pression.

$$75 N = O v (p - r)$$

$$S = O v (1 + m) (\alpha + \beta p) + s$$

$$r = 1758 + 30 \frac{O}{D} v + 45 h + 269 D + \frac{367}{D}$$

$$s = 0.064 D (\alpha + \beta p)$$

Si D se trouve entre les grandeurs à chercher, il faut adopter pour D une valeur approximative dans le calcul de r , ce qui est permis, car l'influence de D sur r est peu considérable.

291

Formules pour machines à haute pression, sans condensation, sans détente.

$$75 N = O v (p - r)$$

$$S = O v (1 + m) (\alpha + \beta p) + s$$

$$\alpha = 0.1427 \quad \beta = 0.0000473 \quad \frac{\alpha}{\beta} = 3017$$

Valeurs de r et de s :

Pour $p = 20000$ on a $r = 10652 + 12 \frac{O}{D} v + 531 D + \frac{414}{D}$ et $s = 0.076 D$

" $p = 30000$ " $r = 11044 + 38 \frac{O}{D} v + 635 D + \frac{631}{D}$ " $s = 0.107 D$

" $p = 40000$ " $r = 11469 + 71 \frac{O}{D} v + 1090 D + \frac{828}{D}$ " $s = 0.138 D$

" $p = 50000$ " $r = 12450 + 114 \frac{O}{D} v + 1610 D + \frac{1005}{D}$ " $s = 0.157 D$

$$75 N = O \vee \left[\left(\frac{a}{\beta} + p \right) k - \left(\frac{a}{\beta} + r \right) \right]$$

$$S = O \vee \left(\frac{1}{1} + m \right) (a + \beta p) + s$$

$$a = 0.1427 \quad \beta = 0.0000473 \quad \frac{a}{\beta} = 3017$$

Valeurs de r et de s :

Pour p = 20000	ou a	r = 10652 + 16.66 $\frac{O}{\Omega}$ v $\left(2.1 \frac{1}{1} - 1 \right) + \frac{1}{1}^{1.64}$	+ 531 D + $\frac{414}{D}$	et s = 0.076 D
"	p = 30000	" r = 11044 + 16.66 $\frac{O}{\Omega}$ v $\left(3.0 \frac{1}{1} - 1 \right) + \frac{1}{1}^{1.64}$	+ 635 D + $\frac{621}{D}$	" s = 0.107 D
"	p = 40000	" r = 11469 + 16.66 $\frac{O}{\Omega}$ v $\left(3.6 \frac{1}{1} - 1 \right) + \frac{1}{1}^{1.64}$	+ 1090 D + $\frac{828}{D}$	" s = 0.138 D
"	p = 50000	" r = 12450 + 16.66 $\frac{O}{\Omega}$ v $\left(4.2 \frac{1}{1} - 1 \right) + \frac{1}{1}^{1.64}$	+ 1610 D + $\frac{1005}{D}$	" s = 0.157 D

Valeurs de k :

$$k = \frac{1}{1} + \left(\frac{1}{1} + m \right) \log \text{nat} \frac{1 + m}{1 + m}$$

$$\text{Pour } \frac{1}{1} = \frac{3}{4} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{5}$$

$$k = 0.958 \quad 0.846 \quad 0.685 \quad 0.568 \quad 0.535$$

Formules pour machines à pression moyenne à un cylindre, avec détente, avec condensation.

$$75 N = O \sqrt{\left[\left(\frac{\alpha}{\beta} + p \right) k - \left(\frac{\alpha}{\beta} + r \right) \right]}$$

$$S = O \sqrt{(\alpha + \beta p) \left(\frac{1}{1} + m \right)}$$

$$\alpha = 0.1427 \quad \beta = 0.0000473 \quad \frac{\alpha}{\beta} = 3017$$

Valeurs de r et de s :

Pour p = 15000	on a r = 1800 + 16.66 $\frac{O}{\Omega} \sqrt{\left(5 \frac{1}{1} - 1 \right)} + 45 h + 269 D + \frac{367}{D}$ et s = 0.057 D
" p = 20000	" r = 2000 + 16.66 $\frac{O}{\Omega} \sqrt{\left(8 \frac{1}{1} - 1 \right)} + 90 h + 579 D + \frac{555}{D}$ " s = 0.076 D
" p = 30000	" r = 2540 + 16.66 $\frac{O}{\Omega} \sqrt{\left(11 \frac{1}{1} - 1 \right)} + 135 h + 1058 D + \frac{744}{D}$ " s = 0.107 D
" p = 40000	" r = 3196 + 16.66 $\frac{O}{\Omega} \sqrt{\left(14 \frac{1}{1} - 1 \right)} + 180 h + 1697 D + \frac{1028}{D}$ " s = 0.157 D

Valeurs de k :

$$k = \frac{1}{1} + \left(\frac{1}{1} + m \right) \log_{nat} \frac{1+m}{1+m \cdot 1}$$

$$\text{Pour } \frac{1}{1} = \frac{3}{4} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{5}$$

$$k = 0.958 \quad 0.846 \quad 0.685 \quad 0.568 \quad 0.535$$

Formules pour des machines de Woolf à deux cylindres, avec condensation, avec détente.

$$75 N = o v \left[\left(\frac{a}{\beta} + p \right) k - \frac{O L}{o l} \left(\frac{a}{\beta} + r \right) \right]$$

$$S = o v \left(\frac{O L}{m o l + O L} \right) (1 + m) (1 + m_1) (a + \beta p)$$

$$a = 0.1427 \quad \beta = 0.0000473 \quad \frac{a}{\beta} = 3017$$

$$\begin{aligned} \text{Pour } p = 15000 \text{ on a } r &= \left[1800 + 1666 \frac{O}{\Omega} V \left(5 \frac{o l}{O L} - 1 \right)^{1.61} + 45 h + 269 D + \frac{367}{D} \right] + \frac{360}{d} \\ \text{" } p = 20000 \text{ " } r &= \left[2000 + 1666 \frac{O}{\Omega} V \left(8 \frac{o l}{O L} - 1 \right)^{1.61} + 90 h + 579 D + \frac{555}{D} \right] + \frac{480}{d} \\ \text{" } p = 30000 \text{ " } r &= \left[2540 + 1666 \frac{O}{\Omega} V \left(11 \frac{o l}{O L} - 1 \right)^{1.61} + 135 h + 1058 D + \frac{744}{D} \right] + \frac{720}{d} \\ \text{" } p = 40000 \text{ " } r &= \left[3196 + 1666 \frac{O}{\Omega} V \left(14 \frac{o l}{O L} - 1 \right)^{1.61} + 135 h + 1058 D + \frac{1028}{D} \right] + \frac{960}{d} \end{aligned}$$

$$k = 1 + (1 + m) \left(1 + \frac{\frac{3}{o l} + \frac{O L}{o l} m}{m + \frac{O L}{o l}} \right)^{\log nat} \frac{\frac{O L}{o l} (1 + m_1) + \frac{3}{o l} + m}{1 + m + \frac{3}{o l} + \frac{O L}{o l} m_1}$$

VOLANTS DES MACHINES A VAPEUR

295

Suppositions et notations.

Les règles suivantes, qui servent pour la détermination du poids d'un volant d'une machine à vapeur, ont été trouvées dans les suppositions suivantes : 1° que la résistance des machines de travail ou de fabrication est constante; 2° que la force vive des masses qui font un mouvement de va et vient, est très petite en comparaison avec la force vive du volant; 3° que la longueur de la bielle est au moins cinq à six fois plus grande que le rayon de la manivelle.

Aux notations des numéros 288, 289, il faut joindre les suivantes :

N la force de la machine (en chevaux-vapeur);

P le poids du volant (en kilogrammes);

C la vitesse moyenne à la circonférence du volant;

n le nombre des tours du volant dans une minute;

φ_1 l'angle que la manivelle a parcouru depuis le commencement de la course jusqu'au moment où la vitesse du volant est un minimum, φ_2 l'angle que la manivelle a parcouru depuis le commencement de la course jusqu'au moment où la vitesse du volant est un maximum,	$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{exprimés} \\ \text{en} \\ \text{degrés;} \end{array}$
--	--

$x_1 = \frac{1}{2} (1 - \cos \varphi_1)$ $x_2 = \frac{1}{2} (1 - \cos \varphi_2)$	$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{les chemins que le piston parcourt pen-} \\ \text{dant que la manivelle parcourt les} \\ \text{angles } \varphi_1 \text{ et } \varphi_2; \end{array}$
--	--

i un coefficient pour mesurer la régularité du mouvement du volant. i est le rapport entre la vitesse moyenne du volant et la différence de la plus grande et la plus petite vitesse;

i = 20 à 25 pour les machines à vapeur qui servent à des usines qui n'ont pas besoin d'une grande régularité, telles que les moulins à farine, les scies, les pompes;

i = 35 à 40 pour les machines qui demandent une régularité assez grande, telles que les filatures où l'on fabrique les cotons des numéros 40 à 60;

i = 50 à 60 pour les machines qui demandent une très grande régularité, telles que les filatures où l'on file des numéros très fins.

Poids des volants.

A) Volants des machines sans expansion avec un seul cylindre.

Pour ces machines on a :

a) L'angle qui correspond au minimum de vitesse :

$$\varphi_1 = 39^\circ + 32' + 25''$$

b) L'angle qui correspond au maximum de la vitesse du volant :

$$\varphi_2 = 180^\circ - (39^\circ + 32' + 25'')$$

c) Poids du volant :

$$P = 4645 \frac{i N}{C^2 n}$$

B) Volant de deux machines accolées, sans détente.

Si deux machines d'une force totale de N chevaux agissent sur l'arbre du volant au moyen de deux manivelles dont les directions forment un angle droit, on a :

a) L'angle qui correspond au minimum de la vitesse :

$$\varphi_1 = 19^\circ + 10' + 30''$$

b) L'angle qui correspond au maximum de la vitesse :

$$\varphi_2 = 70^\circ + 49' + 30''$$

c) Poids du volant :

$$P = 4645 \frac{i N}{C^2 n}$$

C) Volant d'une machine à vapeur avec détente dans un seul cylindre.

Si l'on pose, pour abréger :

$$\left. \begin{aligned} \binom{k}{l, 1} &= \frac{l_1}{1} + \frac{l_1 + m l}{1} \lognat \frac{l + m l}{l_1 + m l} \\ \binom{k}{l, x_2} &= \frac{l_1}{x_2} + \frac{l_1 + m l}{x_2} \lognat \frac{x_2 + m l}{l_1 + m l} \end{aligned} \right\} \dots (1)$$

16.

On a d'abord pour la détermination de φ_1 , φ_2 , x_1 , x_2 les équations suivantes :

$$\sin \varphi_1 = \frac{2}{\pi} \left\{ \frac{\binom{k}{l_1 l_1} - \frac{\alpha + \beta r}{\alpha + \beta p}}{1 - \frac{\alpha + \beta r}{\alpha + \beta p}} \right\} \dots \dots \dots (2)$$

$$x_1 = \frac{1}{2} (1 - \cos \varphi_1) \dots \dots \dots (3)$$

$$\sin \varphi_2 = \frac{2}{\pi} \left\{ \frac{\binom{k}{l_1 l_1} - \frac{\alpha + \beta r}{\alpha + \beta p}}{\frac{l_1 + m l}{x_2 + m l} - \frac{\alpha + \beta r}{\alpha + \beta p}} \right\} \dots \dots \dots (4)$$

$$x_2 = \frac{1}{2} (1 - \cos \varphi_2) \dots \dots \dots (5)$$

Il faut prendre pour φ_1 celle des valeurs qui satisfont à l'équation (2) qui est plus petite que 90° ; mais pour φ_2 celle des valeurs qui satisfont aux équations (4) et (5) qui est plus grande que 90° , mais plus petite que 180° .

Après cela on a pour la détermination du poids du volant l'expression suivante :

$$P = 30 \times 75 \times \frac{i N}{n C^2} \left\{ \frac{\binom{k}{l_1 x_1} - \frac{x_1}{1} - \left(\frac{x_2}{1} - \frac{x_1}{1} \right) \frac{(\alpha + \beta r)}{(\alpha + \beta p)}}{\binom{k}{l_1 l_1} - \frac{\alpha + \beta r}{\alpha + \beta p}} - \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{180^\circ} \right\} \quad (6)$$

Si l'on admet :		On trouve :		
$\frac{l_1}{1}$	$\frac{\alpha + \beta r}{\alpha + \beta p}$	φ_1	φ_2	P
0.20	0.166	$17^\circ + 25'$	$95^\circ 4' + 20$	$P = 25598 \frac{i N}{n C^2}$
0.33	0.250	$23 + 24$	110°	$P = 20589 \frac{i N}{n C^2}$
0.50	0.330	30°	120°	$P = 16330 \frac{i N}{n C^2}$
0.66	0.330	35°	130°	$P = 11916 \frac{i N}{n C^2}$

Une comparaison de ces valeurs de P avec celles qui se rapportent aux machines sans détente et à la machine de Woolf, fait voir que les machines avec détente dans un seul cylindre demandent des volants très lourds, surtout quand la détente est considérable.

D) Volant d'une machine à vapeur avec détente dans deux cylindres et avec condensation. (Système Woolf.)

Les notations pour la machine de Woolf se trouvent au numéro 289.

Les angles φ_1 et φ_2 , qui correspondent à la plus petite et à la plus grande vitesse angulaire du volant, sont les deux racines des équations suivantes :

$$\sin \varphi = \frac{2}{\pi} \frac{1 + \operatorname{lognat} \frac{OL}{ol} - \frac{OL}{ol} \frac{\alpha + \beta r}{\alpha + \beta p}}{\frac{OL}{ol} - 1} \dots (1)$$

$$1 + \frac{\frac{OL}{ol} - 1}{1 + \left(\frac{OL}{ol} - 1 \right) \frac{x}{1}} - \frac{OL}{ol} \frac{\alpha + \beta r}{\alpha + \beta p}$$

$$x = \frac{1}{2} (1 - \cos \varphi) \dots \dots \dots (2)$$

Soit φ_1 et φ_2 les valeurs de ces deux racines et

$$x_1 = \frac{1}{2} (1 - \cos \varphi_1) \dots \dots \dots (3)$$

$$x_2 = \frac{1}{2} (1 - \cos \varphi_2) \dots \dots \dots (4)$$

Alors on trouve le poids du volant par l'expression suivante :

$$P = 30 \times 75 \times g \frac{i N}{n C^2} H,$$

dans laquelle on a posé :

$$H = \left[\frac{\left(1 - \frac{OL}{ol} \frac{\alpha + \beta r}{\alpha + \beta p} \right) \frac{x_2 - x_1}{1} + \operatorname{lognat} \frac{1 + \left(\frac{OL}{ol} - 1 \right) \frac{x_2}{1}}{1 + \left(\frac{OL}{ol} - 1 \right) \frac{x_1}{1}}}{1 - \frac{OL}{ol} \frac{\alpha + \beta r}{\alpha + \beta p} + \operatorname{lognat} \frac{OL}{ol}} - \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{180^\circ} \right]$$

Ordinairement on a pour les machines de Woolf:

$$\frac{OL}{ol} = 5 \quad \frac{\alpha + \beta r}{\alpha + \beta p} = \frac{1}{6}$$

et alors on trouve :

$$\varphi_1 = 17^\circ + 12'$$

$$\varphi_2 = 180^\circ - (67^\circ + 18')$$

$$\frac{x_1}{l} = \frac{1}{2} (1 - \cos \varphi_1) = 0.022358$$

$$\frac{x_2}{l} = \frac{1}{2} (1 + \cos \varphi_1) = 0.692953$$

$$\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{180^\circ} = 0.5306$$

$$P = 5100 \frac{i N}{n C^2}$$

297

Dimensions du volant.

Soit:

P le poids du volant;

R le rayon;

b la largeur de l'anneau mesurée parallèlement à l'axe;

a la dimension radiale de l'anneau;

l la course de piston.

On a la relation suivante si le volant est relié à la manivelle :

$$\left. \begin{aligned} R &= 1.5 l \text{ à } 2 l \\ b &= \frac{1}{300} \sqrt{\frac{P}{R}} \\ a &= 2 b \end{aligned} \right\} \text{ mètres}$$

Régulateur à force centrifuge.

Soit :

G le poids d'une boule du régulateur;

l la distance du centre de la boule à partir du centre de rotation d'un bras de levier;

a la longueur d'un côté du parallélogramme;

F la résistance que la douille du régulateur oppose à un déplacement;

n le nombre normal des rotations de l'axe du régulateur dans une minute;

n_1 le nombre des rotations de l'axe du régulateur dans une minute qui produit une force centrifuge capable de surmonter la résistance F et les poids des boules;

α l'angle que forme la direction des bras des pendules avec l'axe du régulateur si la vitesse normale a lieu.

On a pour la détermination de n et G les équations suivantes :

$$n = \frac{60}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l \cos \alpha}}$$

$$G = F \frac{\frac{a}{l}}{\left(\frac{n_1}{n}\right)^2 - 1}$$

RÉSULTATS POUR LA DÉTERMINATION PRATIQUE DES DIMENSIONS DES MACHINES A VAPEUR

299

Explication du contenu des numéros suivants de 300 à 309.

Les résultats consignés dans ces numéros donnent les dimensions et renseignements nécessaires pour la détermination de toutes les dimensions des machines à vapeur.

Les numéros 300, 302, 304 et 308 renferment les données principales pour la construction des diverses machines à vapeur jusqu'à 100 à 140 chevaux, et qui sont : diamètre du cylindre, course de piston, vitesse du piston, nombre des tours de la manivelle par seconde, consommation de vapeur, surface de chauffe par cheval-vapeur, consommation de charbon de terre. Ces résultats ont été trouvés par le calcul au moyen des formules des numéros 290 à 294.

Les numéros 301, 303, 305, 307 et 309 donnent les dimensions de toutes les pièces pour les diverses espèces de machines à vapeur en fonction du diamètre du cylindre. Cette manière de déterminer les dimensions repose sur le principe que voici : Les machines de même espèce peuvent être construites géométriquement semblables, en supposant que dans toutes ces machines la tension de la vapeur et la vitesse du piston aient la même valeur.

Les forces (chevaux-vapeur) nominales correspondent aux tensions de la vapeur et aux vitesses des courses de piston qui sont indiquées dans les tables numériques.

Machines à basse pression de Watt.

(Pression de la vapeur dans le cylindre 8330 kilogrammes, correspondante à la force nominale.)

Force de chevaux de la machine.	Diamètre du cylindre (en centimètres).	Rapport entre la course du piston et le diamètre du cylindre.	Vitesse du piston par seconde (en mètres).	Nombre des rotations de la manivelle par minute.	Section du cylindre par force de cheval (en centimètres).	Quantité de vapeur (en kilog.) par force de cheval et seconde.	Surface de chauffe de la chaudière par cheval (en mètres carrés).	Houille (kilogrammes) par cheval et par heure
1	14.5	2.70	0.89	68.2	200	1: 40	3.5	13.0
2	22.0	2.60	0.90	47.2	190	1: 54	2.7	9.0
3	26.0	2.54	0.92	41.8	180	1: 64	2.34	8.1
4	30.0	2.50	0.95	38.0	176	1: 70	2.14	7.4
6	36.8	2.45	0.98	32.6	176	1: 82	1.83	6.3
8	41.8	2.40	1.00	30.0	171	1: 94	1.59	5.5
10	45.9	2.38	1.03	28.3	166	1: 97	1.55	5.3
12	49.3	2.35	1.05	27.2	158	1:100	1.51	5.2
14	52.5	2.34	1.06	25.9	154	1:102	1.49	5.1
16	55.0	2.32	1.08	25.4	148	1:103	1.47	5.0
18	57.8	2.30	1.10	24.8	146	1:104	1.45	5.0
20	60.0	2.30	1.11	24.1	144	1:105	1.43	4.9
24	65.0	2.25	1.14	23.4	141	1:106	1.42	4.9
28	69.4	2.25	1.16	22.2	137	1:107	1.40	4.8
32	73.8	2.20	1.19	22.0	132	1:108	1.39	4.8
36	78.0	2.18	1.20	21.2	131	1:109	1.38	4.7
40	81.5	2.14	1.22	21.0	130	1:110	1.37	4.7
45	85.5	2.10	1.23	20.6	129	1:111	1.36	4.6
50	90.0	2.05	1.25	20.3	127	1:111	1.35	4.6
55	93.2	2.05	1.27	20.0	124	1:112	1.34	4.6
60	96.8	2.00	1.29	20.0	123	1:112	1.33	4.6
65	100.0	2.00	1.30	19.5	120	1:113	1.33	4.6
70	103.3	2.00	1.31	19.0	119	1:113	1.33	4.6
75	106.2	2.00	1.32	18.6	118	1:113	1.32	4.6
80	109.0	2.00	1.33	18.3	117	1:113	1.32	4.6
85	112.0	2.00	1.34	17.9	116	1:113	1.32	4.6
90	114.5	2.00	1.36	17.8	115	1:114	1.32	4.5
95	117.0	2.00	1.37	17.6	114	1:114	1.31	4.5
100	120.0	2.00	1.38	17.3	113	1:114	1.31	4.5
110	125.0	2.00	1.39	17.0	113	1:114	1.31	4.5
120	129.4	2.00	1.41	16.7	112	1:115	1.31	4.5
130	133.5	2.00	1.43	16.3	112	1:115	1.30	4.5
140	137.8	2.00	1.45	15.8	111	1:115	1.30	4.5

Machines de Watt à basse pression.

Cylindre et piston.

Pression de la vapeur dans le cylindre par mètre carré 8330 kilog

Diamètre du cylindre (en mètres) $D = 0.11 (1 + \sqrt{N})$ Vitesse du piston (en mètres). $v = 0.46 + 0.84\sqrt{D}$ Longueur de la course de piston. $l = \frac{1}{7} (19 - 5D) D$

Nombre des rotations de la manivelle par

seconde $n = 30 \frac{v}{l}$ Diamètre du tuyau de vapeur. $= 0.2 D$ Section d'un canal d'introduction $= \frac{1}{30} O$

<u>Largeur</u>	d'un canal	3	4	5	6
<u>Hauteur</u>					

Largeur, ... 0.283 D 0.331 D 0.360 D 0.400 D

Hauteur, ... 0.094 D 0.083 D 0.072 D 0.066 D

Diamètre de la tige du piston $= 0.1 D$

En ce qui concerne l'épaisseur du métal des cylindres, les dimensions du couvercle et du piston, voir les numéros 110 et 114.

Condenseur et pompe à air.

Diamètre de la pompe à air. $= \frac{2}{3} D$ Course de piston. $= \frac{1}{2} l$

Hanteur de l'orifice de la soupape de la pompe

à air $= 0.15 D$

Largeur de l'orifice de la soupape de la pompo

à air $= 0.55 D$ Diamètre de la tige de piston aux extrémités $= 0.07 D$ Diamètre de la tige de piston au milieu . . . $= 0.10 D$

Volume du condenseur = volume de la pompe à air.

Diamètre du tuyau d'introduction de l'eau froide $= 0.08 D$

Pompe à eau chaude.

Volume décrit par le piston de la pompe à

eau chaude $= 0.004 \frac{D^3 \pi}{4} l$

Course du piston à vapeur.	}	2	3	4
Course du piston de la pompe à eau chaude.				
Diamètre de la pompe à eau chaude =	0.087 D	0.107 D	0.123 D	
Diamètre de la tige de piston . . =	0.03 D	0.032 D	0.037 D	
	0.04 D	0.045 D	0.052 D	

Pompe à eau froide.

Volume décrit par le piston de la pompe à eau

$$\text{froide} \dots\dots\dots = \frac{1}{20} \frac{D^3 \pi}{4} l$$

$$\text{Course de piston} \dots\dots\dots = \frac{1}{2} l$$

$$\text{Diamètre de la pompe} \dots\dots\dots = 0.316 D$$

$$\text{Diamètre de la tige de piston} \dots\dots\dots = 0.05 D$$

Le balancier.

$$\text{Longueur du balancier} \dots\dots\dots = 3 l$$

$$\text{Hauteur du balancier au milieu} \dots\dots\dots = 0.8 D$$

$$\text{Hauteur du balancier aux extrémités} \dots\dots\dots = 0.3 D$$

$$\text{Épaisseur du corps du balancier} \dots\dots\dots = 0.05 D$$

$$\text{Largeur de la nervure du bord} \dots\dots\dots = 0.10 D$$

$$\text{Hauteur de la nervure du bord} \dots\dots\dots = 0.05 D$$

$$\text{Diamètre des tourillons de fonte à l'extrémité} \dots\dots\dots = 0.18 D$$

$$\text{Diamètre des tourillons à la douille} \dots\dots\dots = 0.10 D$$

$$\text{Distance des centres de ces tourillons} \dots\dots\dots = 0.5 D$$

$$\text{Diamètre des tourillons de la pompe à air} \dots\dots\dots = 0.07 D$$

$$\text{Distance des milieux de ces tourillons} \dots\dots\dots = 0.5 D$$

$$\text{Diamètre des tourillons de la pompe à eau chaude} \dots\dots\dots = 0.04 D$$

$$\text{Diamètre des tourillons de la pompe à eau froide} \dots\dots\dots = 0.06 D$$

$$\text{Diamètre des tourillons de l'axe du balancier} \dots\dots\dots = 0.18 D$$

$$\text{Distance des milieux de ces tourillons} \dots\dots\dots = 1.4 D$$

Bielle motrice.

$$\text{Longueur de la bielle} \dots\dots\dots = 3 l$$

$$\text{Hauteur de la nervure au milieu} \dots\dots\dots = \frac{1}{5} l$$

$$\text{Épaisseur d'une nervure} \dots\dots\dots = \frac{1}{25} l$$

Manivelle et arbre.

Rayon de la manivelle	$= \frac{1}{2} l$
Diamètre du tourillon de la manivelle	$= 0.15 D$
Diamètre de l'arbre du volant . .	$= 0.30 D = 0.20 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$ mètres

Le volant.

Rayon du volant	$= 3.5 D$
Dimension radiale de l'anneau	$= 0.49 D$
Épaisseur de l'anneau	$= 0.24 D$
Nombre des bras	$= 2 (1 + 3.5 D)$
Hauteur des bras	$= 0.24 D$

Régulateur à force centrifuge.

Diamètre de l'axe du régulateur	$= 0.08 D$
Diamètre des boules	$= 0.3 D$
Longueur d'un bras de pendule	$\lambda = D$
Nombre des rotations du régulateur par seconde	$= 9.54 \sqrt{\frac{g}{\lambda \cos \alpha}}$

Bâtis et fondations de la machine.

Diamètre des colonnes au-dessous des poutres	$= 0.2 D$
Hauteur des poutres	$= 0.36 D$
Hauteur des pierres de taille sous le cylindre et sous les colonnes	$= 4.6 D$
Largeur des pierres de taille	$= 1.4 D$
Largeur de l'emplacement de la machine . .	$= 4.6 D$
Longueur de l'emplacement de la machine .	$= 13.5 D$

302

Machine à haute pression, sans condensation, sans détente.

(Pression de la vapeur dans le cylindre 35000 kilogrammes, correspondante à la force nominale de la machine).

Force de la machine (en chevaux-vapeur).	Diamètre du cylindre (en centimètres).	Rapport entre la course de piston et le diamètre.	Vitesse du piston.	Nombre des rotations de l'arbre de manivelle par minute.	Section du cylindre par cheval (en centimètres carrés).	Quantité de vapeur (en kilogrammes) par cheval et par seconde.	Surface de chauffe de la chaudière par cheval (en mètres carrés).	Houille par cheval et par heure.
2	11.7	2.68	0.707	67.8	54	1: 73	2.05	7.10
3	13.5	2.66	0.760	63.5	48	1: 81	1.85	6.42
4	15.1	2.64	0.810	60.9	44	1: 87	1.72	5.98
6	18.0	2.62	0.891	56.7	42	1: 92	1.63	5.65
8	20.0	2.61	0.930	53.4	39	1: 96	1.56	5.41
10	22.0	2.59	0.965	50.8	38	1:100	1.50	5.40
12	23.7	2.56	1.002	50.0	37	1:104	1.44	5.00
14	25.3	2.55	1.024	47.5	36	1:106	1.42	4.90
16	26.7	2.54	1.046	46.3	35	1:108	1.39	4.80
18	28.0	2.52	1.069	45.4	34	1:110	1.36	4.73
20	29.2	2.51	1.100	45.0	33	1:112	1.33	4.64
24	31.5	2.50	1.132	43.1	32	1:115	1.31	4.56
28	33.5	2.48	1.161	41.9	31	1:116	1.29	4.51
32	35.2	2.47	1.190	41.0	30	1:117	1.28	4.45
36	37.0	2.45	1.208	40.0	30	1:118	1.27	4.41
40	38.6	2.44	1.226	39.1	29	1:119	1.26	4.35
45	40.5	2.43	1.267	38.6	29	1:120	1.25	4.32
50	42.5	2.41	1.289	37.8	28	1:121	1.24	4.29
55	44.0	2.40	1.302	37.0	28	1:122	1.23	4.27
60	46.0	2.38	1.310	35.9	28	1:122	1.21	4.25
65	47.3	2.37	1.320	35.2	27	1:123	1.20	4.23
70	48.8	2.36	1.340	35.2	27	1:123	1.20	4.21
75	50.2	2.36	1.370	34.7	26	1:124	1.20	4.20
80	51.8	2.35	1.385	34.1	26	1:124	1.19	4.18
85	53.2	2.33	1.400	33.8	26	1:125	1.18	4.16
90	54.3	2.32	1.415	33.7	26	1:126	1.17	4.13
95	55.6	2.32	1.431	33.3	26	1:128	1.16	4.09
100	56.8	2.31	1.449	33.1	25	1:129	1.16	4.06
110	58.3	2.30	1.467	32.8	24	1:130	1.16	4.03
120	60.0	2.29	1.487	32.5	24	1:130	1.15	4.00
130	61.7	2.28	1.505	32.1	23	1:130	1.15	4.00
140	63.2	2.27	1.523	31.9	23	1:130	1.15	4.00

Machines à haute pression, sans détente, sans condensation.

Pression de la vapeur dans le cylindre par mètre carré	35000
Diamètre (en mètres) du cylindre	
de vapeur	$D = 0.045 + 0.0556 \sqrt{N}$
Vitesse du piston (en mètres) . . .	$v = 0.017 (1 + 10 \sqrt{D})$
Course de piston (en mètres) . . .	$l = (2.8 - D) D$
Nombre des rotations de la manivelle	
par seconde	$n = 30 \cdot \frac{v}{l}$
Diamètre du tuyau de vapeur	$= 0.2 D$
Section d'un canal d'introduction . . .	$= \frac{1}{30} 0$
$\frac{\text{Largeur d'un canal}}{\text{Hauteur d'un canal}} =$	3 4 5 6
Largeur d'un canal . .	0.283 D 0.331 D 0.360 D 0.400 D
Hauteur d'un canal . .	0.094 D 0.083 D 0.072 D 0.066 D
Diamètre de la tige de piston	$= 0.18 D$
Voir les numéros 110 et 114 en ce qui concerne l'épaisseur du métal du cylindre, les dimensions du couvercle et du piston.	

Pompe à eau chaude.

Volume décrit par le piston de la pompe à eau	
chaude	$= 0.015 \frac{D^3 \pi}{4} l$
Course de piston . .	$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{4}$
Diamètre	0.16 D 0.20 D 0.23 D

Balancier (généralement absent).

Longueur du balancier	$= 3 l$
Hauteur du balancier au milieu	$= 1.31 D$
Hauteur du balancier aux extrémités	$= 0.49 D$
Épaisseur de la nervure	$= 0.082 D$
Largeur de la nervure du bord	$= 0.16 D$
Hauteur de la nervure du bord	$= 0.082 D$
Diamètre des tourillons en fonte aux extrémités	$= 0.28 D$
Diamètre des tourillons à la douille	$= 0.2 D$
Diamètre des tourillons à l'axe du balancier	$= 0.28 D$

Bielle motrice.

Longueur de la bielle. $\approx 3 \text{ l}$

Hauteur de la nervure au mi-

lieu (en fonte) $= \frac{1}{5} \text{ l}$ Epaisseur de la nervure $= \frac{1}{25} \text{ l}$

Manivelle et arbre.

Rayon de la manivelle. $= \frac{1}{2} \text{ l}$ Diamètre du tourillon de la
manivelle. $= 0.23 \text{ D}$ Diamètre de l'arbre du volant. $= 0.47 \text{ D} = 0.20 \sqrt{\frac{N}{n}} \text{ mètres}$

Volant.

Rayon du volant. $= 4.6 \text{ D}$ Dimension radiale de l'anneau. $= 0.65 \text{ D}$ Epaisseur de l'anneau. $= 0.32 \text{ D}$ Nombre des bras $= 2 (1 + 4.6 \text{ D})$ Hauteur des bras $= 0.37 \text{ D}$

Machines à haute pression, avec détente, sans condensation.

(Triple détente. Tension de la vapeur dans le cylindre 35000 kilogrammes, correspondante à la force nominale de la machine)

Force des machines (en chevaux-vapeur).	Diamètre du cylindre de vapeur (en centimètres).	Rapport entre la course de piston et le diamètre.	Vitesse du piston (en mètres).	Nombre des tours de l'arbre de la manivelle par minute.	Section du cylindre par cheval (en centi- mètres carrés).	Quantité de la vapeur (en kilogrammes) par cheval et par seconde.	Surface de chauffe de la chaudière par cheval (en mètres carrés).	Houille par cheval et par heure.
1	12.8	2.68	0.750	65.8	135	1: 87	1.72	5.9
2	16.7	2.63	0.850	58.1	110	1:100	1.50	4.9
3	19.2	2.61	0.891	53.3	99	1:114	1.31	4.6
4	21.7	2.58	0.940	50.4	93	1:120	1.23	4.3
6	25.1	2.57	1.000	46.5	82	1:127	1.15	4.1
8	28.2	2.55	1.069	44.5	78	1:135	1.11	3.9
10	30.7	2.50	1.099	42.9	72	1:139	1.07	3.7
12	32.8	2.48	1.130	41.7	70	1:144	1.04	3.6
14	34.7	2.47	1.160	40.6	68	1:147	1.02	3.5
16	36.6	2.44	1.190	40.0	66	1:149	1.00	3.5
18	38.3	2.43	1.217	39.2	64	1:151	0.99	3.4
20	40.0	2.42	1.245	38.5	63	1:153	0.98	3.4
24	42.8	2.40	1.278	37.3	61	1:156	0.97	3.3
28	45.0	2.39	1.310	36.5	59	1:160	0.96	3.3
32	47.7	2.37	1.341	35.6	57	1:161	0.95	3.3
36	50.0	2.34	1.372	35.1	55	1:162	0.94	3.2
40	52.6	2.33	1.401	34.3	54	1:163	0.93	3.2
45	55.3	2.31	1.431	33.6	53	1:165	0.92	3.2
50	58.0	2.30	1.459	32.8	52	1:167	0.91	3.1
55	60.2	2.29	1.487	32.4	50	1:168	0.90	3.1
60	62.8	2.27	1.493	31.4	50	1:169	0.89	3.1
65	64.7	2.25	1.500	30.9	49	1:170	0.88	3.1
70	67.0	2.22	1.500	30.2	49	1:170	0.88	3.0
75	69.3	2.21	1.500	29.3	49	1:171	0.88	3.0
80	71.5	2.20	1.500	28.6	49	1:171	0.87	3.0
85	73.6	2.19	1.500	27.9	49	1:172	0.87	3.0
90	75.7	2.17	1.500	27.4	49	1:172	0.87	3.0
95	77.6	2.16	1.500	26.9	49	1:173	0.87	3.0
100	79.5	2.15	1.500	26.3	49	1:173	0.86	3.0
110	82.8	2.13	1.500	25.5	49	1:174	0.86	3.0
120	86.2	2.10	1.500	24.8	49	1:175	0.86	3.0
130	89.3	2.09	1.500	24.1	49	1:176	0.85	3.0
140	92.8	2.08	1.500	23.3	49	1:177	0.85	3.0

305

Machines à haute pression, avec détente, sans condensation.

Cylindre.

Pression de la vapeur dans le cylindre = 35000 kilogrammes

Détente après $\frac{1}{3}$ de la course,Vitesse du piston par seconde (mètres) $v = 0.17 (1 + 10 \sqrt{D})$ Diamètre du cylindre (mètres) . . . $D = 0.06 + 0.074 \sqrt{N}$ Course de piston $l = (2.8 - D) D$ Nombre des tours du volant par minute $n = 30 \cdot \frac{v}{l}$

Diamètre du tuyau de vapeur = 0.2 D

Section d'un canal d'introduction . . . = $\frac{1}{30} O$

Largeur des canaux de

vapeur = 0.283 D, 0.331 D, 0.360 D, 0.400 D

Hauteur des canaux de

vapeur = 0.084 D, 0.083 D, 0.072 D, 0.066 D

Diamètre de la tige de piston = 0.15 D

Pompe à eau chaude.

Course de piston de la pompe à eau

chaude $\frac{1}{2} l, \quad \frac{1}{3} l, \quad \frac{1}{4} l$

Diamètre de la pompe 0.09 D, 0.12 D, 0.14 D

Balancier ordinairement absent.

Longueur du balancier = 3 l

Hauteur du balancier au milieu = 1.31 D

Hauteur du balancier aux extrémités = 0.49 D

Épaisseur du corps du balancier = 0.08 D

Largeur de la nervure des bords = 0.16 D

Hauteur de la nervure des bords = 0.08 D

Diamètre des tourillons de fonte = 0.28 D

Diamètre des tourillons à la douille = 0.20 D

Distance des centres des tourillons = 0.80 D

Diamètre des tourillons à l'axe du balancier = 0.28 D

Redtenbacher, Résultats pour la construction des machines

17

Bielle motrice.

Longueur de la bielle = 3 l

Hauteur de la nervure au milieu (fonte) . . . = $\frac{1}{5}$ l

Manivelle et arbre.

Rayon de la manivelle = $\frac{1}{2}$ l

Diamètre du bouton de la manivelle = 0.23 D

Diamètre de l'arbre de la manivelle = 0.37 D

Volant.

Rayon du volant = 4.02 D

Dimension radiale de l'anneau = 0.562 D

Largeur de l'anneau = 0.281 D

Nombre des bras = 2 (1 + 4 D)

Hauteur d'un bras = 0.30 D

Machines à pression moyenne, avec détente et avec condensation.

(Triple détente. Pression de la vapeur dans le cylindre 18643 kilogrammes, correspondante à la force nominale.)

Force de la machine (en chevaux-vapeur).	Diamètre du cylindre de vapeur (en centimètres).	Rapport entre la course du piston et le diamètre.	Vitesse du piston par seconde (en mètres).	Nombre des rotations de la manivelle par minute.	Section du cylindre par cheval (en mètres carrés).	Quantité de vapeur (en kilogrammes) par cheval et par seconde.	Surface de chauffe par cheval (en mètres carrés).	Houille par cheval et par heure (en kilogrammes).
6	29.1	2.52	1.12	45.8	111	1:154	1.000	3.37
8	32.4	2.49	1.15	42.7	102	1:166	0.904	3.13
10	35.1	2.47	1.19	41.2	96	1:173	0.867	3.00
12	37.3	2.45	1.21	39.2	91	1:181	0.827	2.87
14	39.3	2.42	1.23	38.8	86	1:190	0.789	2.74
16	41.1	2.41	1.25	37.8	83	1:195	0.769	2.66
18	43.0	2.40	1.28	37.2	80	1:200	0.750	2.60
20	45.0	2.39	1.31	36.4	79	1:200	0.750	2.60
24	48.0	2.38	1.34	35.2	76	1:203	0.739	2.56
28	51.3	2.36	1.37	33.7	75	1:204	0.735	2.55
32	54.1	2.34	1.43	33.9	71	1:209	0.718	2.48
36	56.7	2.32	1.46	33.3	70	1:209	0.718	2.48
40	59.3	2.30	1.49	32.8	67	1:213	0.704	2.44
45	61.6	2.28	1.50	32.0	66	1:216	0.694	2.40
50	64.3	2.26	1.50	31.0	65	1:220	0.682	2.36
55	67.2	2.24	1.50	30.0	65	1:221	0.679	2.35
60	70.0	2.21	1.50	29.2	65	1:222	0.675	2.34
65	73.0	2.20	1.50	28.0	65	1:223	0.672	2.33
70	75.4	2.19	1.50	26.9	65	1:224	0.669	2.32
75	78.2	2.17	1.50	26.5	64	1:226	0.663	2.30
80	80.1	2.16	1.50	26.0	64	1:228	0.658	2.28
85	83.0	2.14	1.50	25.3	64	1:229	0.654	2.27
90	85.2	2.13	1.50	24.8	64	1:230	0.652	2.26
95	87.7	2.10	1.50	24.4	63	1:232	0.647	2.24
100	90.0	2.09	1.50	23.9	63	1:233	0.643	2.23
110	94.5	2.04	1.50	23.3	63	1:233	0.643	2.23
120	98.9	2.00	1.50	22.7	63	1:234	0.641	2.22
130	102.5	1.97	1.50	22.3	63	1:234	0.641	2.22
140	106.2	1.94	1.50	21.8	63	1:235	0.640	2.21

*Machines à pression moyenne, avec un cylindre, avec détente, .
avec condensation.*

Cylindre et piston.

Pression de la vapeur dans le cylindre 18643 kilogrammes
 Diamètre du cylindre (mètres) $D = 0.082 (1 + \sqrt{N})$
 Détono à $\frac{1}{3}$ de la course.
 Vitesse du piston (mètres) $v = 0.17 (1 + 10 \sqrt{D})$
 Longueur de la course de piston . . . $l = (28 - D) D$
 Nombre des rotations de la manivelle

par minute $n = 30 \frac{v}{l}$

Diamètre du tuyau de vapeur $= 0.2 D$
 Largeur des canaux de vapeur 0.283 D 0.331 D 0.360 D 0.400 D
 Hauteur des canaux de vapeur 0.094 D 0.083 D 0.072 D 0.066 D
 Diamètre de la tige de piston $= 0.14 D$

Condenseur et pompe à air.

Diamètre de la pompe à air $= 0.54 D$
 Course de piston $= \frac{1}{2} l$
 Hauteur de l'orifice de la soupape $= 0.12 D$
 Largeur de l'orifice de la soupape $= 0.45 D$
 Diamètre de la tige de piston aux extrémités . . $= 0.054 D$
 Diamètre de la tige de piston au milieu $= 0.082 D$
 Diamètre du tuyau d'injection $= 0.07 D$

Pompe à eau chaude.

Course de piston $= \frac{1}{2} l \quad \frac{1}{3} l \quad \frac{1}{4} l$
 Diamètre de la pompe $= 0.071 D \quad 0.087 D \quad 0.100 D$
 Diamètre de la tige de piston . . . $= 0.060 D \quad 0.073 D \quad 0.084 D$

Pompe à eau froide.

Course de piston $= \frac{1}{2} l$
 Diamètre de la pompe $= 0.26 D$
 Diamètre de la tige de piston $= 0.04 D$

Balancier.

Longueur du balancier	= 3 l
Hauteur du balancier au milieu	= 1.03 D
Hauteur du balancier aux extrémités	= 1.39 D
Epaisseur du corps de balancier	= 0.06 D
Largeur de la nervure des bords	= 0.13 D
Hauteur de la nervure des bords	= 0.06 D
Diamètre des tourillons de fonte	= 0.24 D
Diamètre des tourillons à la douille	= 0.14 D
Distance des centres de ces tourillons	= 0.80 D
Diamètre des tourillons pour la pompe à air	= 0.06 D
Diamètre des tourillons à l'axe du balancier	= 0.25 D
Distance des centres de ces tourillons	= 1.4 D

Bielle motrice.

Longueur de la bielle	= 3 l
Hauteur de la nervure au milieu	= $\frac{1}{5}$ l
Epaisseur de cette nervure	= $\frac{1}{35}$ l

Manivelle et arbre.

Rayon de la manivelle	= $\frac{1}{2}$ l
Diamètre du bonton de manivelle	= 0.2 D
Diamètre de l'arbre du volant	= 0.38 D

Volant.

Rayon du volant	= 4.02 D
Dimension radiale de l'anneau	= 0.56 D
Largeur de l'anneau	= 0.28 D

Régulateur.

Diamètre de l'axe du régulateur	= 0.08 D
Diamètre des boules	= 0.30 D
Longueur d'un bras de pendule	= D
Nombre des rotations de l'axe	= $9.54 \sqrt{\frac{g}{D \cos \alpha}}$

Machines de Woolf.

(Quadruple détente. Pression de la vapeur = 18000 kilogrammes, correspondante à la force nominale.)

Force (en chevaux) de la machine.	Diamètre		Section par cheval centim carrés.		Course de piston		Rotations du volant par minute.	Quantité de vapeur (en kilogrammes) par secondo et par cheval.	Surface de chauffe par cheval.	Houille (en kilogrammes) par cheval et par heure.
	du petit cylindre.	du grand cylindre.	du petit cylindre.	du grand cylindre.	du petit piston.	du grand piston.				
4	14.4	24.94	40.07	120.1	34.43	45.88	87.2	1:105	1.50	5.0
6	17.1	29.62	38.27	114.8	44.43	59.24	67.5	1:118	1.27	4.4
8	19.5	33.77	37.33	112.0	50.66	67.54	59.2	1:130	1.11	4.0
10	21.6	37.41	36.64	109.9	56.11	74.82	53.5	1:139	1.08	3.8
12	23.3	40.18	36.43	109.3	60.27	80.36	49.7	1:147	1.02	3.6
14	25.0	43.30	36.23	108.7	64.95	86.60	46.2	1:154	0.97	3.3
16	26.8	46.42	36.03	108.1	69.63	92.84	43.1	1:160	0.94	3.2
18	28.5	49.36	35.82	107.4	74.04	98.72	40.5	1:165	0.91	3.1
20	30.0	51.96	35.62	106.8	77.94	103.92	38.5	1:169	0.88	3.1
24	32.9	56.98	35.42	106.2	85.47	113.96	35.1	1:176	0.85	3.0
28	35.2	60.97	34.96	104.8	91.46	121.94	32.8	1:182	0.82	2.9
32	37.5	64.95	34.51	103.5	97.43	129.90	30.8	1:185	0.81	2.8
36	39.7	68.76	34.24	102.7	103.14	137.52	29.1	1:188	0.79	2.7
40	41.6	72.05	33.98	101.9	108.07	144.10	27.8	1:190	0.79	2.7
45	44.0	76.21	33.75	101.2	114.31	152.42	26.2	1:193	0.78	2.7
50	46.2	80.02	33.52	100.5	120.00	160.04	25.0	1:195	0.77	2.7
55	48.3	83.66	33.12	99.3	125.49	167.32	23.9	1:197	0.76	2.6
60	50.0	86.60	32.72	98.1	129.90	173.20	23.1	1:198	0.75	2.6
65	52.0	90.06	32.71	98.1	135.09	180.12	22.2	1:200	0.75	2.6
70	54.0	93.53	32.71	98.1	140.29	187.06	21.3	1:201	0.75	2.5
75	55.8	96.64	32.70	98.1	145.00	193.28	20.7	1:202	0.74	2.5
80	57.6	99.76	32.69	98.0	149.64	199.52	20.0	1:203	0.74	2.5
85	59.5	103.05	32.66	98.0	154.58	206.10	19.4	1:204	0.73	2.5
90	61.3	106.17	32.64	97.9	159.36	212.34	18.8	1:205	0.73	2.5
95	63.0	109.11	32.61	97.8	163.66	218.22	18.3	1:206	0.72	2.5
100	64.4	111.54	32.57	97.7	167.31	223.08	17.9	1:207	0.72	2.5

309

Machines de Woolf, avec deux cylindres, avec quadruple détente, avec condensation.

Cylindres.

Tension de la vapeur dans le petit cylindre	= 18000
Diamètre du grand cylindre (mètres) . D	= $0.024 + 0.11 \sqrt{N}$
Diamètre du petit cylindre	= 0.58 D
Vitesse du grand piston	= 1.33 ^m
Vitesse du petit piston	= 1 ^m
Course du grand piston l	= 2 D
Course du petit piston	= $\frac{3}{2}$ D
Diamètre du tuyau de vapeur	= 0.12 D
Diamètre de la tige du grand piston . .	= 0.11 D
Diamètre de la tige du petit piston . . .	= 0.06 D
Largeur du grand canal de vapeur . . .	= 0.32 D
Largeur du petit canal de vapeur	= 0.11 D
Hauteur commune des canaux de vapeur	= 0.08 D
Diamètre du tuyau d'échappement	= 0.2 D
Diamètre du tuyau de communication entre la boîte à vapeur	= 0.14 D

Condenseur.

Diamètre de la pompe à air	= 0.5 D
Course de piston	= $\frac{1}{2}$ l
Hauteur des orifices des soupapes	= 0.11 D
Largeur des orifices	= 0.41 D
Diamètre de la tige de piston	= 0.05 D
Volume du condenseur	= $\frac{1}{8} \frac{D^3 \pi}{4} l$
Diamètre du tuyau d'injection	= 0.07 D

Pompe à eau chaude.

Longueur de la course de piston	$\frac{1}{3} l$	$\frac{1}{4} l$
Diamètre de la pompe	0.10 D	0.12 D

Pompe à eau froide.

Course de piston	$= \frac{1}{2} l$
Diamètre de la pompe	$= 0.24 D$

Balancier.

Longueur du balancier	$= 7.00 D$
Hauteur du balancier au milieu	$= 1.03 D$
Hauteur du balancier aux extrémités	$= 0.38 D$
Epaisseur du corps de balancier	$= 0.06 D$
Largeur de la nervure du bord	$= 0.13 D$
Hauteur de la nervure du bord	$= 0.06 D$
Diamètre des tourillons de fonte	$= 0.24 D$
Diamètre des tourillons à la douille	$= 0.12 D$
Distance des centres des tourillons	$= 0.70 D$
Diamètre des tourillons pour le petit piston	$= 0.08 D$
Diamètre des tourillons pour la pompe à air	$= 0.06 D$
Diamètre des tourillons pour l'axe du balancier	$= 0.25 D$
Distance des milieux de ces tourillons	$= 1.65 D$
Diamètre des tourillons pour la pompe à eau chaude	$= 0.05 D$
Diamètre des tourillons pour la pompe à eau froide	$= 0.06 D$

Bielle motrice.

Longueur de la bielle	$= 6 D$
Hauteur de la nervure au milieu	$= 0.4 D$
Epaisseur de cette nervure	$= 0.06 D$

Manivelle et arbre.

Rayon de la manivelle	$= D$
Diamètre du bonton de manivelle	$= 0.2 D$
Diamètre de l'arbre	$= 0.35 D$

Volant.

Rayon du volant	$= 4.02 D$
Diamètre radiale de l'anneau	$= 0.56 D$
Largeur de l'anneau	$= 0.28 D$

Diamètre de l'axe du régulateur.	= 0.08 D
Diamètre de la boule	= 0.3 D
Longueur d'un bras de pendule	= D
Nombre des tours de l'axe du régulateur par	
minute	= $9.54 \sqrt{\frac{g}{D \cos \alpha}}$
Diamètre de l'arbre de l'excentrique	= 0.08 D
Espacement des colonnes de support sous le	
balancier	= 1.65 D
Diamètre des colonnes	= 0.22 D
Hauteur des poutres en fonte	= 0.33 D

MOULINS A VENT

310

Règles pour les proportions principales de construction.

Soit :

V la vitesse du vent (en mètres);

n le nombre le plus avantageux des tours de la roue à ailes qui correspond à la vitesse V;

O la surface d'une des quatre ailes de la roue;

α l'angle que forme l'échelon d'une aile, qui se trouve à une distance r de l'axe, avec la direction du vent;

N le maximum de l'effet utile (en forces de chevaux).

On a pour la détermination de ces grandeurs les résultats suivants :

a) Nombre le plus avantageux des tours de la roue à ailes par minute :

$$n = 1.85 V$$

b) Direction la plus avantageuse des échelons de l'aile :

$$\tan \alpha = 0.29 r + \sqrt{0.084 r^2 + 2}$$

Cette équation donne les résultats suivants :

$r =$	1 ^m	2 ^m	3 ^m	4 ^m	5 ^m	6 ^m
$\alpha =$	60°	64°+39'	68°+27'	71°+30'	73°+57'	75°+24'
$r =$	7 ^m	8 ^m	9 ^m	10 ^m	11 ^m	12 ^m
$\alpha =$	77°+29'	78°+48'	79°+50'	80°+14'	81°+29'	82°+8'

c) Effet de la roue à ailes en chevaux-vapeur :

$$N = \frac{OV^3}{577}$$

La vitesse du vent régnant est dans la plupart des contrées $V = 6$ à 7 mètres et c'est pour cette vitesse que la machine doit être établie. Les dimensions des ailes dans les meilleurs et les plus grands moulins à vent sont généralement :

Distance de l'échelon intérieur de l'axe	= 2 ^m
Distance de l'échelon extérieur de l'axe	= 10 ^m
Largeur d'une aile	= 2 ^m
Surface d'une aile	= 16 ^m

On obtient alors :

L'angle du barreau intérieur avec la direction du vent	= 64° + 39'
L'angle du barreau extérieur avec la direction du vent	= 80° + 44'
Vitesse du vent	$V = 6$ $V = 7$
Tours de la roue à ailes par minute . . .	$n = 11.2$ $n = 12.9$
Effet utile en chevaux	$N = 6$ $N = 9.5$

L'HOMME ET LES ANIMAUX CONSIDÉRÉS COMME MOTEURS

311

La quantité de travail que l'homme et les animaux peuvent développer par jour, sans nuire à leur santé, devient un maximum si l'effort (K en kilogrammes), la vitesse du point d'application (C en

mètres par seconde) et le nombre T des heures de travail par jour ont de certaines valeurs. Cette quantité de travail journalier est

$$W = 3600 K C T \text{ kilogrammes-mètres}$$

Les valeurs les plus avantageuses K C T pour le travail journalier dépendent et de l'individu et de la nature de son activité; elles sont rapportées dans le tableau suivant qui donne des appréciations moyennes. La durée moyenne du travail journalier est $T = 8$ heures.

Individus.	Poids.	Machine.	K	C	K C
	Kilogrammes.		Kilogram.	Mètres	Kilogramm.
Homme .	70	sans machine	14	0·8	11
		au levier	5	1·1	5·5
		à la manivelle	8	0·8	6·4
		au manège	12	0·6	7·2
		à la roue	12	0·7	8·4
		24° à la roue montante	60	0·2	12
Cheval . .	280	sans machine	56	1·3	73
		au manège	44	0·9	40
Bœuf . .	280	sans machine	60	0·8	48
		au manège	65	0·6	39
Mulet . .	234	sans machine	47	1·1	52
		au manège	30	0·9	27
Ane. . .	168	sans machine	37	0·8	30
		au manège	14	8·0	11

Si la durée du travail journalier est de Z heures et la vitesse de travail V mètres par seconde, on trouve l'effort P qu'un moteur animé peut vaincre approximativement par l'expression suivante, établie par Gerstner :

$$P = \left(2 - \frac{V}{C}\right) \left(2 - \frac{Z}{T}\right) K \text{ kilogrammes}$$

La quantité de travail journalier devient dans ce cas :

$$W = 3600 P V Z \text{ kilogrammes-mètres}$$

Pour un travail qui a lieu avec la vitesse moyenne C et qui est seulement de peu de durée, on peut porter en compte $V = C$ et $Z = 0$, et alors l'effet P devient:

$$P = 2 K \text{ kilogrammes}$$

Dans le calcul des cabestans et des grues, on peut porter à 16 kilogrammes l'effort de l'ouvrier contre la manivelle.

Pour un travail qui a lieu avec une très petite vitesse et qui est de peu de durée, on peut porter en compte $V = 0$, $Z = 0$, et on obtient:

$$P = 4 K$$

CHAPITRE X

TRANSPORTS PAR EAU ET PAR TERRE

(Les dimensions sont exprimées en mètres.)

LOCOMOTIVE

312

Vitesse des trains.

Pour le calcul des locomotives on peut adopter généralement les vitesses suivantes :

Trains.	Vitesse par seconde. Mètres.
Express	16 à 20
Trains ordinaires de voyageurs . .	12 à 16
Trains de marchandises	8 à 12
Locomotive de montagne	5 à 6

Soit V la vitesse d'un train (en mètres et par seconde), on a la vitesse d'un train par heure :

- 1° En milles allemands (à 7420 kilomètres) 0.485 V
- 2° En milles d'Autriche (à 7586 kilomètres) 0.475 V
- 3° En milles de Prusse (à 7533 kilomètres) 0.478 V
- 4° En kilomètres 3.600 V
- 5° En milles d'Angleterre (à 1631 kilomètres). 2.208 V

313

Poids d'un train.

On peut porter en compte pour des locomotives à construire le poids de train suivant :

a) Si les pentes les plus fortes d'un chemin ne sont pas au-delà de $\frac{1}{150}$ et si les courbes les plus petites n'ont pas un rayon au-dessous de 200 mètres :

Nature du train.	Poids du train sans locomotive. Tonnes.
Express.	50 à 100
Trains de poste	100 à 150
Trains de marchandises	150 à 300

b) Si les pentes les plus fortes sont au-delà de $\frac{1}{150}$ et jusqu'à $\frac{1}{100}$, il ne faut jamais prendre le poids du train plus grand que 150 tonnes.

314

Rapport entre le poids d'une locomotive et la force normale de traction.

Soit :

W la résistance totale du train (en kilogrammes) que la locomotive doit pouvoir vaincre à une tension de vapeur qui ne serait pas trop élevée. W comprend alors toutes les résistances qui doivent être vaincues par la différence des pressions contre les deux côtés des pistons ;

L le poids (tonnes) de la locomotive avec tender chargé ;

V la vitesse de marche du train (par seconde en mètres).

On a approximativement :

$$\frac{W}{L} = \frac{500 + 22 V}{V}$$

Cette formule donne :

Pour V =	5	6	8	10	12	14
$\frac{W}{L}$ =	140	120	96	81	71	64

315

Résistance totale d'un train sur une partie toute droite de chemin.

Soit :

T le poids (tonnes) de toutes les wagons que la locomotive doit remorquer inclusivement de la charge;

L le poids de la locomotive chargée;

V la vitesse de marche (en mètres par seconde);

α l'angle des plus fortes pentes;

F la surface de front de la locomotive (généralement 7 à 8 mètres carrés);

f la surface de front de chaque wagon (ordinairement 4 mètres carrés);

i le nombre des wagons à remorquer;

W la résistance totale du train sur un alignement (en kilogrammes).

Pour le calcul de W on a l'équation suivante:

$$W = \frac{(311 + 0.077 V + 1162 \sin \alpha) T + 0.0704 \left(F + \frac{1}{4} i f \right) V^2}{1 - (7.25 + 0.577 V + 1162 \sin \alpha) \frac{L}{W}}$$

La valeur de $\frac{L}{W}$ est déterminée d'après la règle 314.

316

Rapport entre le poids d'une locomotive et la pression de toutes les roues motrices contre les rails.

Soit:

L le poids (en tonnes) de la locomotive chargée;

L_1 la pression (en tonnes) de toutes les roues motrices contre les rails;

V la vitesse par seconde (en mètres);

f le coefficient de frottement sur les rails.

On a :

$$\frac{L_1}{L} = \frac{1}{909 f} \frac{590 + 22 V}{V}$$

Les valeurs de f sont :

Temps sec, poussière légère sur les rails $f = \frac{1}{3}$

Temps ordinaire $f = \frac{1}{6}$

Pluie et neige $f = \frac{1}{10}$

En admettant pour une locomotive à construire $f = \frac{1}{6}$, on a les valeurs suivantes :

Pour $V = 14 \quad 11 \quad 8.6 \quad 6.7 \quad 4.6$ mètres

$\frac{L_1}{L} = 0.44 \quad 0.5 \quad 0.6 \quad 0.73 \quad 1.0 \quad -$

Dans les locomotives en usage aujourd'hui on a les valeurs de $\frac{L_1}{L}$:

a) Locomotive à voyageurs de *Stephenson* avec deux roues motrices placées au milieu $\frac{L_1}{L} = 0.44$

b) Locomotive de *Crampton* $\frac{L_1}{L} = 0.50$

c) Locomotive à marchandises de *Norris* avec quatre roues motrices accouplées, un essieu derrière la boîte à feu, l'autre devant la boîte à feu $\frac{L_1}{L} = 0.60$

d) Locomotive à marchandises avec quatre roues motrices accouplées, les essieux moteurs entre la boîte à feu et la boîte à fumée $\frac{L_1}{L} = 0.73$

e) Locomotive à marchandises, toutes les roues accouplées $\frac{L_1}{L} = 1$

On voit par là que le système des roues motrices est déterminé par la vitesse de marche.

Soit :

V la vitesse (en mètres et par seconde);

D le diamètre (en mètres) d'une roue motrice;
 s la compression des ressorts par leur charge. Ordinairement on peut prendre $s = 0.04$ à 0.05 mètres;
 $g = 9.808$ l'accélération de la vitesse par la gravité.

On a adopté la règle suivante, d'après laquelle le diamètre des roues motrices ne doit jamais être

$$\text{ni plus petit que } 2.73 \, V \sqrt{\frac{s}{g}}$$

$$\text{ni plus grand que } 3.46 \, V \sqrt{\frac{s}{g}}$$

En prenant $s = 0.04$ mètres, ces limites deviennent $0.174 \, V$ et $0.22 \, V$, et alors on a pour :

V	=	5	6	8	10	12	14	mètres
D _{min.}	=	0.87	1.04	1.39	1.74	2.08	2.44	—
D _{max.}	=	1.10	1.32	1.76	2.2	2.64	3.08	—

318

Nombre des roues motrices.

Soit :

L le poids de la locomotive chargée (en tonnes);
 V la vitesse de marche (en mètres et par seconde);
 f le coefficient de frottement des roues sur les rails;
 i le nombre des roues motrices de la locomotive.

On a :

$$i = \frac{0.48}{909 f} \frac{550 + 22 \, V}{V \sqrt{V}} L$$

Soit : $f = \frac{1}{6}$, on obtient de cette expression pour :

V	=	5	6	8	10	12	14
$\frac{i}{L}$	=	0.20	0.16	0.11	0.08	0.07	0.06

319

Pression d'une roue contre la voie de fer.

Soit :

D le diamètre d'une roue (en mètres);

$\mathfrak{P}$ la pression (en tonnes) que la roue peut exercer contre la voie, afin que ni la voie ni le bandage ne soient détériorés trop fortement.

On a :

$$\mathfrak{P} = 5 \sqrt{D}$$

320

Diamètre et nombre des roues de charge.

Les règles suivantes doivent être admises pour les roues de charge :

Diamètre d'une roue de charge à peu près 1 mètre ;

Pression d'une roue de charge contre la voie à peu près 5 tonnes ;

Nombre des roues de charge à peu près $= \frac{L - L_1}{5}$;

L est le poids de la locomotive (en tonnes) ;

L_1 la somme de toutes les pressions des roues motrices contre la voie (en tonnes).

Nombre des rais d'une roue :

$$\mathfrak{R} = 18 \sqrt{D - 0.8}$$

321

Conicité des roues d'un wagon à quatre roues avec essieux parallèles et jeu de la voie dans les courbes.

Soit :

R le rayon minimum de courbure qu'on rencontre sur la ligne ;

tang α la conicité des roues d'un wagon à quatre roues, c'est-à-dire la tangente de l'angle que le côté de la roue conique forme avec son axe ;

r le rayon du cercle moyen d'une roue, c'est-à-dire le rayon du cercle dont les points se trouvent en contact avec la voie quand un wagon passe sur un alignement dans sa position moyenne ;

2e la largeur de la voie dans l'alignement ;

$2e + 2\sigma$ la largeur de la voie dans sa plus forte courbure qui correspond au rayon R ;

R_1 le rayon de courbure quelconque qui se trouve sur la ligne;

$2e + 2\sigma_1$ la largeur de la voie dans la courbure du rayon R_1 .

En admettant ces notations, on a les relations suivantes pour la détermination de $\tan \alpha$ et σ_1 :

$$\tan \alpha = \frac{r e}{R \sigma}$$

$$\sigma_1 = \sigma \frac{R}{R_1}$$

Le jeu de la voie le plus considérable 2σ ne peut pas dépasser 0.03 mètres; il y a donc à mettre:

$$\sigma = 0.015 \text{ mètres}$$

322

Conicité des roues d'un wagon à trois essieux.

Les conicités des roues des essieux d'avant et d'arrière d'un wagon à trois essieux sont à déterminer d'après la règle précédente.

La conicité des roues de l'essieu du milieu peut être calculée par la règle suivante:

Soit:

$2A$ l'écartement des essieux extrêmes;

δ la distance de l'essieu au milieu à partir de l'essieu d'arrière;

$2e$ la largeur de la voie dans un alignement;

R le rayon de la plus forte courbure de la voie;

2σ le jeu de la voie dans la plus forte courbure;

r_1 le rayon du cercle moyen d'une roue de l'essieu du milieu;

$\tan \alpha_1$ la conicité de la roue de l'essieu du milieu.

On a approximativement:

$$\tan \alpha_1 = \frac{2 r e}{A^2 - (A - \delta)^2 - 2 R \sigma}$$

Si la valeur $\tan \alpha_1$ est positive, la conicité de la roue du milieu est opposée à celle des roues d'avant et d'arrière. Si la valeur de $\tan \alpha_1$ est négative, toutes les conicités sont à prendre dans le même sens.

323

Vitesse du piston et longueur de la course de piston.

La vitesse v et la course du piston l ont des valeurs approximativement constantes dans toutes les locomotives :

$$v = 2.3 \text{ mètres}, \quad l = 0.63 \text{ mètres}$$

324

Longueur des bielles.

Soit :

D le diamètre d'une roue motrice ;

$2e$ l'écartement des cylindres à vapeur ;

l_1 la longueur de la bielle.

Ou a la règle que la longueur de la bielle ne doit jamais être plus courte que

$$l_1 = (1.9 + 0.41 D) e \text{ mètres}$$

325

Tension de la vapeur dans les cylindres.

La tension de la vapeur derrière les pistons doit être de cinq atmosphères si la locomotive doit donner son maximum d'effet.

326

Sections des cylindres à vapeur.

Soit :

O la section d'un cylindre (en mètres carrés) ;

p la pression de la vapeur (en kilogrammes par mètre carré) derrière le piston (ordinairement $p = 51650$) ;

r la contrepression moyenne (en kilogrammes sur 1 mètre carré) devant le piston (dans la règle on peut prendre $r = 15495$) ;

v la vitesse du piston (en mètres) ;

V la vitesse de marche (en mètres) ;

l la course de piston (en mètres) ;

l_1 la course de piston jusqu'à la détente ;

$m = 0.05$ le coefficient de l'espace nuisible ;

$$\left. \begin{array}{l} \alpha = 0.1427 \\ \beta = 0.0000473 \\ \frac{\alpha}{\beta} = 3017 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{nombres au moyen desquels on peut calculer le} \\ \text{poids d'un mètre cube de vapeur d'après l'ex-} \\ \text{pression } \alpha + \beta p; \end{array}$$

W la résistance totale du train (en kilogrammes) qui doit être vaincue par la force $20(p - r)$.

On a :

A) Machines sans détente :

$$O = \frac{V W}{2 v (p - r)}$$

B) Machines avec détente :

$$O = \frac{V W}{2 v \left[\left(\frac{\alpha}{\beta} + p \right) k - \left(\frac{\alpha}{\beta} + r \right) \right]}$$

où l'on a posé, pour abréger :

$$k = \frac{l_1}{l} + \left(\frac{l_1}{l} + m \right) \log \frac{l + m l}{l_1 + m l}$$

Ordinairement $m = 0.05$, et alors cette expression donne :

$$\begin{array}{cccccc} \text{Pour } \frac{l_1}{l} = & \frac{3}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} \\ k = & 0.958 & 0.846 & 0.685 & 0.568 & 0.535 \end{array}$$

327

Proportions de la chaudière.

Soit :

O la section d'un cylindre ;

v = 2.3 mètres, la vitesse du piston ;

l la course de piston ;

l_1 la course du piston jusqu'au moment de la détente ;

p la tension de la vapeur dans les cylindres derrière le piston sur un mètre carré ;

$\alpha + \beta p$ le poids d'un mètre cube de vapeur ;

m le coefficient de l'espace nuisible ;

F la surface totale de chauffe de la chaudière ;

p le rendement du chauffage de la chaudière, c'est-à-dire le rapport entre la quantité de chaleur qui entre dans la chaudière et la quantité de chaleur du combustible.

On a :

$$F = (22 + 145 p) 2 v O \left(\frac{l_1}{l} + m \right) (\alpha + \beta p)$$

Pour des machines sans détente on peut admettre dans la règle :

$$p = 0.41 \quad v = 2.3 \quad \frac{l_1}{l} = 0.88 \quad m = 0.05$$

$$p = 5 \times 10330 \quad \alpha + \beta p = 2.58$$

et on obtient :

$$\frac{F}{O} = 900$$

Pour des machines à détente on a dans la règle :

$$p = 0.41 \quad v = 2.3 \quad \frac{l_1}{l} = 0.5 \quad m = 0.05$$

$$p = 6 \times 10330 \quad \alpha + \beta p = 3.05$$

et on obtient :

$$\frac{F}{O} = 627$$

Pour déterminer la surface de chauffe F_1 , de la boîte à feu, de la grille et de la somme Ω de la section de tous les tubes bouilleurs, on admet les règles suivantes :

Rapport $\frac{F_1}{F}$ entre la surface de chauffe de la boîte à feu et de la surface totale de la chaudière :

$$\frac{F_1}{F} = 0.074 = \frac{1}{13.5}$$

Rapport $\frac{R}{F}$ entre la surface de grille et la surface totale de la chaudière :

$$\frac{R}{F} = 0.074 = \frac{1}{80}$$

Rapport $\frac{\Omega}{F}$ entre la somme des sections de tous les tubes et la surface totale de chauffe de la chaudière :

$$\frac{\Omega}{F} = 0.00269 = \frac{1}{371}$$

Pour la chaudière on a encore les relations suivantes :

Rapport entre la section de l'orifice du régulateur et la surface totale de chauffe :

$$\frac{1}{7000} = 0.000143$$

Rapport entre la section d'un canal de vapeur et la surface totale de chauffe :

$$\frac{1}{7570} = 0.000132$$

Rapport entre la section du tuyau d'échappement et la surface totale de chauffe :

$$a) \text{ Pour la plus grande section de l'orifice. } \frac{1}{7800} = 0.000128$$

$$b) \text{ Pour la plus petite section de l'orifice. } \frac{1}{36660} = 0.0000273$$

328

Position des essieux.

Soit :

$P_1, P_2, P_3, \dots$ les pressions (en tonnes) de toutes les roues derrière le centre de gravité de la construction sur la voie de fer ;

$p_1, p_2, p_3, \dots$ les distances horizontales du centre de gravité des essieux de ces mêmes roues ;

$Q_1, Q_2, Q_3, \dots$ les pressions (en tonnes) de toutes les roues devant le centre de gravité de la machine sur la voie de fer ;

$q_1, q_2, q_3, \dots$ les distances horizontales du centre de gravité des essieux des roues précédentes ;

L le poids total de la locomotive chargée.

On a dès lors pour la détermination de la position des essieux les équations suivantes :

$$\begin{aligned} P_1 p_1 + P_2 p_2 + P_3 p_3 + \dots &= Q_1 q_1 + Q_2 q_2 + Q_3 q_3 + \dots \\ P_1 + P_2 + P_3 + \dots + Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots &= L \end{aligned}$$

329

Accouplement des wagons dont l'écartement des essieux extrêmes n'a pas la même grandeur pour les divers wagons.

Soit :

$2A$ et $2A_1$, l'écartement des essieux extrêmes de deux wagons à accoupler ;

x et x_1 , les distances du point d'attache des centres des wagons ;

$\delta = x + x_1$, la distance des centres des wagons quand ils sont placés dans un alignement.

On a :

$$x = \frac{\delta}{2} - \frac{A_1^2 - A^2}{2\delta}$$

$$x_1 = \frac{\delta}{2} + \frac{A_1^2 - A^2}{2\delta}$$

Ces règles doivent surtout être prises en considération pour trouver l'attache correcte du tender avec la locomotive.

330

Fusées extérieures des essieux de roues portantes et motrices.

Les fusées des essieux des wagons et des locomotives ont des dimensions telles qu'elles résistent, suffisamment même, contre l'usure et l'échauffement si l'on les calcule d'après la règle suivante :

$$l = \frac{0.001 Q (17 + n d)}{d}$$

$$Q = \frac{243}{\sqrt{17 + n d}} d^2$$

Notations :

Q la charge sur la fusée (en kilogrammes) ;

n le nombre des tours de la fusée par seconde ;

d le diamètre de la fusée (en centimètres) ;

l la longueur de la fusée (en centimètres).

Les résultats, fournis par cette formule, sont indiqués dans le tableau suivant :

FUSÉES DES ESSIEUX EN FER FORGÉ

Diamètre en centimètres.	Charge des fusées (en kilogrammes)		et		Longueur des fusées (en centimètres).		
	Tours de la fusée dans une seconde.						
	0	1	2	3	4	5	6
2	284	269	256	244	234	225	218
	2	2·5	2·68	2·8	2·9	3·0	3·16
3	530	489	456	428	407	386	369
	3	3·3	3·5	3·7	3·9	4·1	4·2
4	895	805	737	685	642	606	576
	4	4·2	4·6	4·9	5·3	5·6	5·9
5	1474	1295	1170	1073	1000	937	886
	5	5·7	6·3	6·8	7·4	7·9	8·3
6	2113	1826	1626	1477	1367	1275	1201
	6	7·0	7·8	8·6	9·3	10·0	10·6
7	2880	2435	2141	1933	1774	1651	1550
	7	8·3	9·5	10·5	11·4	12·3	13·0
8	3774	3104	2709	2430	2221	2059	1929
	8	9·7	11·1	12·5	13·6	14·6	15·7
9	4777	3859	3330	2969	2703	2501	2337
	9	11·1	13·0	14·5	15·9	17·2	18·4
10	5898	4681	3996	3542	3218	2970	2770
	10	12·6	14·8	16·6	18·3	19·9	21·3
11	7136	5558	4711	4158	3765	3467	3227
	11	14·1	16·7	18·6	20·3	22·8	24·3
12	8493	6504	5467	4806	4341	3990	3710
	12	15·7	18·8	21·2	23·5	25·6	27·5
13	9967	7494	6260	5490	4941	4507	4212
	13	17·3	20·7	23·6	26·2	28·0	30·8
14	11560	8566	7098	6201	5577	5110	4739
	14	18·9	22·8	28·1	29·0	31·8	34·1
15	13272	9659	8116	6947	6234	5701	5287
	15	20·6	25·4	28·7	31·9	35·0	37·7
16	15098	10837	8744	7718	6866	6312	5852
	16	22·3	26·7	31·3	34·7	38·2	41·3

Dimensions des essieux.

A) Essieu de wagon ou de locomotive avec fusées extérieures
(pl. XVI, fig. 6).

Soit :

Q la charge de la fusée (en kilogrammes);

l_1 la distance du centre de la fusée au milieu de la roue (en centimètres);

d le diamètre de la fusée extérieure;

l la longueur de la fusée extérieure;

d_1 le diamètre de l'essieu au milieu;

d_2 le diamètre de l'essieu près de la jante (en centimètres).

On a la relation suivante :

$$\left. \begin{aligned} d_1 &= d \sqrt[3]{\frac{2l_1}{l}} \\ d_2 &= 1.1 d_1 \end{aligned} \right\} \text{centimètres}$$

Les valeurs de d et l sont à prendre dans le tableau numéro 330.

B) Essieu de charge ou motrice d'une locomotive avec cylindres extérieurs et châssis intérieur (pl. XVI, fig. 5).

Soit :

Q la charge de la fusée (en kilogrammes);

d le diamètre de la fusée (en centimètres);

l la longueur de la fusée (en centimètres);

d_1 le diamètre de l'essieu au milieu;

l_1 la distance du milieu de la fusée au milieu de la roue.

On a :

$$d = d_1 = l = 0.32 \sqrt[3]{Q l_1}$$

C) Essieu moteur avec manivelle intérieure (essieu coudé) pour machines à cylindres intérieurs et à châssis intérieur (pl. XVI, fig. 7).

Soit :

Q la charge de la fusée;

P la pression sur le bouton de manivelle;

- l_1 la distance du milieu d'une roue au milieu de la fusée;
 l_2 la distance du milieu d'une fusée au milieu de la manivelle
 ou du coude;
 d le diamètre d'un bouton de manivelle;
 d_1 le diamètre de l'essieu au milieu;
 r le rayon du cercle décrit par la manivelle.

On a :

$$d = d_1 = 0.32 \sqrt[3]{Q l_1} \sqrt[3]{1 + \left(\frac{r l_2}{Q l_1}\right)^2}$$

Pour trouver la valeur de d_1 (diamètre de la fusée), on n'a qu'à calculer les deux expressions :

$$0.32 \sqrt[3]{Q l_1} \quad \text{et} \quad 0.335 \sqrt[3]{P r}$$

La plus grande de ces deux valeurs sera le diamètre cherché.

332

Contrepoids pour annuler les actions perturbatrices produites par les masses qui ont un mouvement de va et vient (pl. XXXVII, fig. 1, 2, 3, 4).

Les actions perturbatrices, occasionnées par les masses qui ont un mouvement de va et vient, peuvent être annulées parfaitement par des masses qui ont un mouvement de rotation. Les poids et les positions de ces masses sont déterminés de la manière suivante.

Soit :

- S la somme des poids d'un piston, de sa tige et d'une bielle;
 r le rayon de la manivelle;
 q le poids des parties qui forment une manivelle;
 ϱ la distance du centre de gravité de q de l'axe de l'essieu;
 S_1 le poids des bielles d'accouplement sur un côté de la machine.
 Si la machine n'a pas de roues accouplées, il faut mettre $S_1 = 0$;
 r_1 le rayon d'une manivelle d'accouplement. Si la machine a des cylindres extérieurs et des roues couplées, on a $r_1 = r$;

q_1 la somme des poids de toutes les manivelles d'accouplement sur un côté de la locomotive. Si ces manivelles sont formées de tourillons ou boutons, enclâssés dans les moyeux des roues, il ne faut prendre pour q_1 que les poids des parties qui dépassent ces moyeux. Si la machine a des cylindres extérieurs et des roues couplées, il faut mettre $q_1 = 0$;

e_1 la distance du centre de gravité d'une manivelle d'accouplement de l'axe de l'essieu;

Q le contrepoids dont les roues d'un côté de la machine doivent être munies pour annuler le mouvement perturbatrice que produisent les masses qui ont un mouvement de va et vient;

e_2 la distance du centre de gravité d'un contrepoids de l'axe de l'essieu;

γ l'angle au moyen duquel la place du contrepoids est déterminée par la méthode suivante. Soit (pl. XXXVII, fig. 1) : O l'axe de l'essieu motrice; $O b$ la manivelle (intérieure ou extérieure) du mécanisme de devant; $O c$ la manivelle du mécanisme d'arrière. Nous commençons nos opérations comme si le centre de gravité des contrepoids tombait dans le quart de cercle xOy , qui est formé par le prolongement de la direction des manivelles; nous supposons ensuite : A soit la position du centre de gravité du contrepoids à la roue de devant; B celle à la roue d'arrière. Dans ce cas on a l'angle $A O x =$ à l'angle $B O y = \gamma$.

Si cet angle γ (qui peut avoir toutes les valeurs entre 0 et 360°) est connu, on trouve les directions des rayons OA et OB , dans lesquelles les centres de gravité des contrepoids doivent se trouver, si l'on rapporte γ en partant de Ox vers la direction de rotation à droite et en partant de Oy vers la gauche.

En nommant ensuite :

$2e$ la distance entre les axes des cylindres des machines;

$2e_2$ la distance des centres de deux roues d'un essieu;

$2e_1$ la distance de la bielle d'accouplement sur le devant de la locomotive de la bielle à l'arrière.

Cela posé, on a les règles suivantes pour la détermination de Q et de γ :

A) Locomotive à deux roues motrices avec cylindres intérieurs ou extérieurs :

$$Q = \frac{Sr + pe}{e_1} \sqrt{\frac{1}{2} \left[1 + \left(\frac{e}{e_2} \right)^2 \right]}$$

$$\sin \gamma = \frac{q r + S r}{2 e_2 Q} \left(1 - \frac{e}{e_2} \right)$$

$$\cos \gamma = \frac{q e + S r}{2 e_2 Q} \left(1 + \frac{e}{e_2} \right)$$

Si les cylindres sont intérieurs, on a $\frac{e}{e_2} < 1$, et dans ce cas $\sin \gamma$ et $\cos \gamma$ sont positifs et les contrepoids ont la position indiquée dans la figure 1.

Si les cylindres sont extérieurs, on a $\frac{e}{e_2} > 1$, et dans ce cas $\sin \gamma$ devient négatif et $\cos \gamma$ positif et les contrepoids ont la position figure 4.

B) Locomotive avec cylindres extérieurs et avec roues accouplées:

$$Q = \frac{S r}{e_2} \sqrt{\left\{ \begin{aligned} &\frac{1}{2} \left[1 + \left(\frac{e}{e_2} \right)^2 \right] + \left(1 + \frac{e e_1}{e_2^2} \right) \frac{q_1 e_1 + S_1 r}{S r} \\ &+ \frac{1}{2} \left[1 + \left(\frac{e_1}{e_2} \right)^2 \right] \left(\frac{q_1 e_1 + S_1 r}{S r} \right)^2 \end{aligned} \right\}}$$

$$\sin \gamma = \frac{1}{2 e_2 Q} \left[S r \left(1 - \frac{e}{e_2} \right) + (q_1 e_1 + S_1 r) \left(1 - \frac{e_1}{e_2} \right) \right]$$

$$\cos \gamma = \frac{1}{2 e_2 Q} \left[S r \left(1 + \frac{e}{e_2} \right) + (q_1 e_1 + S_1 r) \left(1 + \frac{e_1}{e_2} \right) \right]$$

Dans ce cas $e > e_1 > e_2$, $\sin \gamma$ devient négatif, $\cos \gamma$ positif, γ tombe dans le quatrième quart de cercle et les contrepoids ont la position figure 4.

C) Locomotive avec cylindres intérieurs et avec roues accouplées.

Dans ce cas on a:

$$Q = \frac{q e + S r}{e_2} \sqrt{\left\{ \begin{aligned} &\frac{1}{2} \left[1 + \left(\frac{e}{e_2} \right)^2 \right] \pm \left(1 + \frac{e e_1}{e_2^2} \right) \frac{q_1 e_1 + S_1 r_1}{q e + S r} \\ &+ \frac{1}{2} \left[1 + \left(\frac{e_1}{e_2} \right)^2 \right] \left(\frac{q_1 e_1 + S_1 r_1}{q e + S r} \right)^2 \end{aligned} \right\}}$$

$$\sin \gamma = \frac{1}{2 \varrho_2 Q} \left[(q \varrho + S r) \left(1 - \frac{\varrho}{\varrho_2} \right) \pm (q_1 \varrho_1 + S_1 r_1) \left(1 - \frac{\varrho_1}{\varrho_2} \right) \right]$$

$$\cos \gamma = \frac{1}{2 \varrho_2 Q} \left[(q \varrho + S r) \left(1 - \frac{\varrho}{\varrho_2} \right) \pm (q_1 \varrho_1 + S_1 r_1) \left(1 + \frac{\varrho_1}{\varrho_2} \right) \right]$$

Des doubles signes il faut prendre + si les manivelles d'accouplement extérieures sont parallèles aux manivelles motrices intérieures, et — si les manivelles d'accouplement intérieures sont diamétralement opposées à ces manivelles motrices. Ce dernier cas doit avoir lieu, afin que les contrepoids ne deviennent pas trop grands. Les figures 1 à 4 donnent les diverses positions des contrepoids dans les quatre cas que voici :

$\sin \gamma$	$\cos \gamma$	fig.
+	+	1
+	—	2
—	—	3
—	+	4

L'angle aigu γ , indiqué dans les quatre figures, est celui dont le sinus et le cosinus sont égaux aux valeurs numériques de $\sin \gamma$ et $\cos \gamma$.

333

Affaiblissement des mouvements perturbatrices produits par les pressions des crosses contre les glissières et les pressions des essieux motrices contre les châssis.

Il est impossible d'annuler les oscillations verticales du centre de gravité et les oscillations tournantes autour les axes principaux qui passent par le centro de gravité; mais ces mouvements perturbatrices deviennent presque insensibles si les conditions suivantes sont remplies.

Pour affaiblir autant que possible les oscillations tournantes autour d'un axe qui passe par le centre de gravité dans la direction de la voie, il est favorable :

- 1° Une grande longueur des bielles;
- 2° Un petit écartement des cylindres à vapeur. A cet égard la

position intérieure des cylindres est préférable à la position extérieure;

3° Des ressorts d'une raideur aussi grande que la perfection de la construction du chemin de fer le permet;

4° Une grande largeur de la voie et des châssis extérieurs;

5° Une petite hauteur du centre de gravité au-dessus de l'essieu motrice;

6° Une grande largeur des rails;

7° Un grand diamètre des roues motrices.

Pour affaiblir les oscillations verticales du centre de gravité et les oscillations tournantes autour d'un axe transversal, il est favorable :

1° Une grande longueur des bielles;

2° Une petite hauteur du centre de gravité au-dessus de l'essieu motrice;

3° Que le point d'attache de la locomotive et du tender se trouve sur la même hauteur que l'essieu motrice;

4° Une raideur des ressorts telle qu'ils soient comprimés également;

5° Une position des cylindres telle que la position moyenne de la crosse se trouve dans le plan qui passe transversalement par le centre de gravité de la locomotive;

6° Un grand écartement des essieux extrêmes et un faible chargement des essieux, s'il en existe.

Ces conditions de la stabilité du mouvement ne sont d'une importance que pour les locomotives à grande vitesse. La locomotive de *Crampton* est la construction qui remplit le mieux les conditions ci-dessus de stabilité.

334

Épaisseur du métal de chaudières cylindriques.

Soit :

D le diamètre intérieur d'une chaudière cylindrique (en centimètres);

δ l'épaisseur de la paroi de la chaudière (en centimètres);

n le nombre des atmosphères qui correspond à la tension intérieure de la vapeur.

On a pour la détermination de δ la formule :

$$\delta = D \frac{1.315 + 0.495 n}{363 - n}$$

Pour	$n =$	1	2	3	4	5
on a	$\frac{\delta}{D} =$	0.0050	0.0064	0.0077	0.0092	0.0106
Pour	$n =$	6	7	8	9	10
on a	$\frac{\delta}{D} =$	0.0120	0.0134	0.0149	0.0163	0.0177

335

Épaisseur du métal des parties sphériques des chaudières.

Soit :

D le diamètre intérieur d'une partie sphérique d'une chaudière (en centimètres);

δ l'épaisseur de la paroi (en centimètres);

n le nombre des atmosphères qui correspond à la tension de la vapeur.

On a :

$$\delta = D \frac{3.125 + 0.495 n}{725 - n}$$

Pour	$n =$	3	4	5	6 atmosphères
on a	$\frac{\delta}{D} =$	0.0064	0.0071	0.0077	0.0085
Pour	$n =$	7	8	9	10 atmosphères
on a	$\frac{\delta}{D} =$	0.0092	0.0098	0.0105	0.0113

336

Dimension des rivets de la boîte à feu.

Soit :

Ω l'aire (en centimètres carrés) d'un champ de rivet qu'on obtient en divisant la surface de la paroi par le nombre des rivets ou boulons;

n le nombre des atmosphères qui correspond à la tension de la vapeur;

d le diamètre d'un rivet (en centimètres).

On a :

$$d = 0.07 \sqrt{(n-1) \Omega}$$

337

Parois de la boîte à feu.

Soit (en centimètres):

δ l'épaisseur de la paroi de la boîte à feu ;

e l'espacement des rivets dans le rang horizontal ;

e_1 l'espacement des rivets dans le rang vertical ;

B la largeur de la boîte à feu ;

L la longueur de la boîte à feu ;

n le nombre des atmosphères qui correspond à la tension de la vapeur.

On a :

$$e = 24 \frac{\delta}{\sqrt{n-1}}$$

$$e_1 = \sqrt{582 \frac{\delta^2}{n-1} + \frac{B L \delta}{B+L}}$$

338

Parois de la boîte à feu extérieure.

Soit (en centimètres):

e l'espacement de deux boulons dans le rang horizontal ;

e_1 l'espacement de deux boulons dans le rang vertical ;

δ l'épaisseur de la paroi de la boîte à feu extérieure ;

B la largeur { de la boîte à feu intérieure ;

L la longueur {

B_1 la largeur { de la boîte à feu extérieure ;

L_1 la longueur {

On a :

$$e = \sqrt{582 \frac{\delta^2}{n-1} + (L_1 - L) \delta}$$

$$e_1 = \sqrt{582 \frac{\delta^2}{n-1} + \frac{B_1 L_1 \delta}{B_1 + L_1}}$$

Dimensions des barres du plafond de la boîte à feu.

Soit (en centimètres):

L la longueur des barres; i leur nombre;

b l'épaisseur d'une barre;

h la hauteur d'une barre;

B la largeur de la boîte à feu;

δ l'épaisseur du métal (tôle);

u le nombre des atmosphères qui correspond à la tension de la vapeur.

On a:

$$h = \frac{1}{7} L \quad \delta = \frac{1}{12} h \quad \frac{i b}{B} = 0.063 (u - 1)$$

Relevé des rapports entre les diverses pièces d'une locomotive.

Notations:

d le diamètre d'un des cylindres à vapeur d'une locomotive;

O la section de ce cylindre;

F la surface totale de chauffe;

δ le diamètre d'un tube bouilleur.

Appareil à vapeur.

Longueur de la grille	0.114 $\sqrt{F}$
Largeur de la grille	0.114 $\sqrt{F}$
Surface de la grille	0.013 F
Hauteur au-dessus de la grille de la rangée inférieure des tubes	0.080 $\sqrt{F}$
Diamètre intérieur des { minimum	0.037 mètres
tubes de la chaudière { maximum	0.045 mètres
Nombre des tubes	0.0033 $\frac{F}{\delta^2}$
Longueur des tubes	87 δ
Épaisseur du métal d'un tube	0.002 mètres
Surface de chauffe de tous les tubes	0.92 F
Somme des aires de section de tous les tubes	0.00269 F
Surface de chauffe de la boîte à feu	0.08 F
Distance entre le fond de la boîte à feu et le fond de l'enveloppe	0.08 mètres

Distance entre les côtés de la boîte à feu et les côtés de l'enveloppe	0.08 mètres
Distance entre les boulons qui réunissent les parois de la boîte à feu aux parois de l'enveloppe	0.12 mètres
Diamètre de ces boulons	0.02 mètres
Diamètre intérieur de la chaudière, ordinairement cylindrique	$0.124 \sqrt{F}$
Longueur de la chaudière	$84 d$
Épaisseur de la tôle formant les parois de la chaudière	$0.0013 \sqrt{F}$
Épaisseur de la tôle formant l'enveloppe extérieure de la boîte à feu	$0.0014 \sqrt{F}$
Épaisseur du plafond de la boîte à feu, de cuivre	$0.0014 \sqrt{F}$
Épaisseur des parois latérales et du fond de la boîte à feu, de cuivre	$0.0014 \sqrt{F}$
Épaisseur de la paroi des tubes	$0.0024 \sqrt{F}$
Section de l'ouverture d'une soupape de sûreté	$0.0001 F$
Diamètre de la cheminée	d
Hauteur de la cheminée	$4 d$

Pompes alimentaires.

Diamètre du piston d'une pompe	$0.0128 \sqrt{F}$
Course du piston	0.12 mètres
Diamètre de l'ouverture d'une soupape	$0.0058 \sqrt{F}$
Diamètre des tuyaux d'aspiration et de refoulement	$0.0058 \sqrt{F}$

Admission de la vapeur et régulateur.

La section maxima de l'ouverture du régulateur	$0.00015 F$
Diamètre intérieur des tuyaux d'admission de la vapeur	$0.016 \sqrt{F}$
Section de ce tuyau	$0.0002 F$
Section des tuyaux par lesquels la vapeur va aux boîtes à vapeur	$0.0001 F$

Tuyau d'échappement.

Section du tuyau d'échappement	$0.0002 F$				
Section de l'orifice du tuyau d'échappement	<table> <tr> <td>minimum</td><td>$0.0000273 F$</td></tr> <tr> <td>maximum</td><td>$0.00017 F$</td></tr> </table>	minimum	$0.0000273 F$	maximum	$0.00017 F$
minimum	$0.0000273 F$				
maximum	$0.00017 F$				

Mécanisme de distribution.

Angle d'avance.	= 30 degrés
Avance linéaire des tiroirs	= 0.013 d
Recouvrement intérieur des tiroirs	= 0.012 d
Recouvrement extérieur des tiroirs	= 0.065 d
Rayon de l'excentrique des tiroirs	= 0.15 d
Ouverture d'admission.	Rapport de la longueur à la hauteur = 6.91 Section = 0.000132 F = 0.071 O
Ouverture de l'échappement	Rapport de la longueur à la hauteur = 3.65 Section = 0.000237 F = 0.14 O
Tiroirs	Longueur = 0.03 $\sqrt{F}$ = 0.63 d Largeur = 0.04 $\sqrt{F}$ = 0.82 d Surface = 0.0012 F = 0.59 O

Cylindres et transmission.

Section d'un cylindre dans les locomotives à deux cylindres	= 0.00136 F
Diamètre d'un cylindre à vapeur	= 0.0416 $\sqrt{F}$
Longueur de la course	= 1.57 d
Longueur de la bielle de transmission	= 3.84 d

BATEAUX A VAPEUR

341

Notations (pl. XXXVIII).

- L la longueur du navire entre les perpendiculaires;
 B la largeur de la coque du bateau au milieu;
 H la hauteur du bateau;
 T tirant d'eau en charge;
 O₁ surface de la section immergée du bateau;
 O = B T la surface du rectangle circonscrit à la figure O₁;
 F₁ la surface de la flottaison;
 F = B L la surface du rectangle circonscrit à la flottaison;
 V₁ le volume de l'eau déplacée;

$\mathfrak{B} = B L T$ le volume du parallélipède circonscrit au volume d'eau déplacée;

D le diamètre d'une roue à aubes;

i le nombre des aubes d'une roue;

b la longueur d'une aube;

a la dimension radiale d'une aube;

$o = 2ab$ la somme des surfaces de deux aubes;

V la vitesse à la circonférence des roues contre le bateau (en mètres par seconde);

U la vitesse relative du bateau contre l'eau. Si l'eau n'a pas de vitesse, U est la vitesse absolue du bateau (en mètres par seconde);

N la force nominale de la machine (en chevaux-vapeur) qui met le bateau en mouvement;

v la vitesse moyenne du piston d'une machine (mètres par seconde);

l la longueur de la course du piston.

(1 mètre de vitesse par seconde correspond à 1.944 nœuds.)

342

Proportions pratiques usuelles d'après lesquelles les bateaux sont disposés.

Par la comparaison d'un grand nombre de bateaux on a trouvé les proportions suivantes:

Rapports.		Bateaux		
		de rivières.	de lacs.	de mer.
$\frac{L}{B}$	Longueur de la carène	9	7.4	6
$\frac{T}{B}$	Tirant d'eau	0.18	0.19	0.4
$\frac{H}{B}$	Hauteur de la carène	0.5	0.5	0.64
$\frac{N}{O}$	Force (en chevaux) des machines	13.7	8.93	11.8
$\frac{O_1}{O}$	Rectangle immergé	0.88	0.88	0.82
$\frac{F_1}{F}$	Rectangle circonscrit	0.667	0.667	0.794
$\frac{\mathfrak{B}_1}{\mathfrak{B}}$	Flottaison	0.480	0.480	0.591
$\frac{V}{U}$	Volume de l'eau déplacée	1.41	1.41	1.45
$\frac{V}{l}$	Volume du parallélipède $L B T$	0.73	0.73	0.73
$\frac{D}{B}$	Vitesse des roues à la circonférence			
	Diamètre d'une roue			
	Largeur de la carène			

	Rapports.	Bateaux		
		de rivières.	de lacs.	de mer.
$\frac{b}{B}$	Longueur d'une palette	0.37	0.35	0.33
$\frac{i}{D}$	Largeur de la carène			
$\frac{i}{D}$	Nombre des palettes d'une roue	3 à 3.3	3 à 4.3	2.7
$\frac{a}{b}$	Diamètre d'une roue			
$\frac{a}{b}$	Hauteur d'une palette	0.2	0.2	0.234
$\frac{o}{O}$	Longueur d'une palette			
$\frac{o}{O}$	Somme des surfaces de deux palettes	0.318	0.318	0.200
$\frac{O}{O}$	Rectangle immergé B'T			

Hauteur du métacentre au-dessus du centre de gravité de l'eau déplacée :

$$\text{Bateau de rivière} \dots 0.0829 \frac{B^3}{T}$$

$$\text{Bateau de mer} \dots 0.1018 \frac{B^3}{T}$$

Hauteur du centre de gravité du bâtiment avec machines au-dessus du centre de gravité de l'eau déplacée :

$$\text{Bateau de rivière} \dots \frac{1}{2} H - 0.600 T$$

$$\text{Bateau de mer} \dots \frac{1}{2} H - 0.600 T$$

343

Proportions des chaudières.

Désignations.	Par cheval vapeur.
Surface de chauffe de la boîte à feu. . .	0.2019 mètres carrés
Surface de chauffe des tuyaux ou tubes. .	0.75 à 1.4 —
Surface totale de chauffe	0.93 à 1.7 —
Surface de grille	0.057 —
Surface entre les intervalles des barres .	0.016 —
Volume du cendrier.	0.0306 mètres cubes
Volume de la boîte à feu	0.0408 —
Volume d'eau exposé à l'évaporation. . .	0.2005 —
Volume occupé par la vapeur.	0.1472 —
Volume total } serpentins	0.598 —
de la chaudière } tubes bouillants	0.280 —
Hauteur de la cheminée } grands bateaux	5 à 9 mètres
} petits bateaux .	11 à 14 —
Section de la cheminée	0.00614 mètres carrés
Section des tuyaux à air.	0.0111 —

344

Détermination approximative des poids.

Désignations.	Poids (en kilogrammes) par cheval-vapeur.	
	Bateaux.	Navires.
Machines et rones	370	370
Chaudière (non chargée), cheminée	360	360
Chargement de la chaudière . . .	270	200
Le bateau avec ses agrès, les navires avec les voiles	840 fer	1530 bois 1000 fer
Poids total sans charge utile . . .	1840	2530 bois 2000 fer

On a également le poids des bateaux avec les agrès, sans machine ni chaudière :

- a) Bateaux 129 L (B + H) kilogrammes
 b) Navires. 533 L (B + H) —

Observations.

Ces déterminations se rapportent aux machines à basse pression et chaudière. Les chaudières tubulaires sont plus légères.

345

Résultats principaux du mouvement d'un bateau et de ses machines.

Les expressions suivantes déterminent : 1° la résistance qui agit contre le mouvement d'un bateau; 2° le rapport entre la vitesse des roues et du bateau; 3° la relation entre la grandeur du bateau, la force des machines et la vitesse du bateau; 4° le rapport entre le diamètre des rones et la longueur de la course de piston.

$$1^{\circ} \quad K = 0.1 \left(1 + e^{-\frac{N}{165}} \right) \left(\frac{2}{3} \frac{L}{T} + 2 \frac{L}{B} \right)$$

$$k = 125$$

2° La résistance (en kilogrammes) qui agit contre le mouvement d'un bateau bien construit:

$$K O U^3$$

3° Le rapport entre la vitesse des roues à la circonférence et la vitesse du bateau:

$$\frac{V}{U} = 1 + \sqrt{\frac{K O}{k o}}$$

4° La force nominale de la machine (en chevaux-vapeur):

$$N = \frac{K}{75} O U^3 \left(\frac{V}{U} \right)$$

5° La force nominale pour chaque mètre carré du rectangle immergé:

$$\frac{N}{O} = \frac{K}{75} U^3 \left(\frac{V}{U} \right)$$

6° La force nominale pour chaque mètre cube de l'eau déplacée:

$$\frac{N}{\mathfrak{B}_1} = \frac{1}{75} \left(\frac{K}{L} \right) \left(\frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{B}_1} \right) \left(\frac{V}{U} \right) U^4$$

7° Le rectangle immergé du bateau:

$$O = \frac{75 N}{K U^3 \left(\frac{V}{U} \right)}$$

8° La vitesse du bateau:

$$U = \sqrt[3]{\left\{ \frac{75 N}{K O \left(\frac{V}{U} \right)} \right\}}$$

9° Le rapport entre le diamètre des roues et la course de piston de la machine :

$$\frac{D}{l} = \frac{2}{\pi} \frac{V}{v}$$

Tableau des valeurs de :

$$\alpha = 0.1 \left(1 + e^{-\frac{N}{165}} \right)$$

N	α	N	α	N	α	N	α
10	0.193	130	0.146	250	0.122	370	0.111
20	0.188	140	0.143	260	0.121	380	0.110
30	0.183	150	0.141	270	0.120	390	0.109
40	0.178	160	0.138	280	0.119	400	0.109
50	0.174	170	0.136	290	0.118	410	0.108
60	0.170	180	0.134	300	0.117	420	0.108
70	0.166	190	0.132	310	0.115	430	0.107
80	0.162	200	0.130	320	0.114	440	0.107
90	0.159	210	0.128	330	0.113	450	0.106
100	0.155	220	0.127	340	0.112	460	0.106
110	0.152	230	0.125	350	0.112	470	0.106
120	0.149	240	0.124	360	0.111	480	0.105

Forme des navires.

Tous les essais tentés pour déterminer la forme des vaisseaux par des principes scientifique ont échoué et il n'y a aucune probabilité que ce problème pourra être résolue au moyen de la théorie seule. Par les nombreuses expériences, faites dans la construction des navires, on est arrivé successivement à des formes qui n'occasionnent qu'une très petite résistance et qui offrent une grande stabilité et une disposition convenable des emplacements. Ces formes doivent être considérées comme des résultats d'expérience qui

servent à l'appréciation des bateaux existants, ainsi qu'au profit de ceux qui sont à établir. Il n'est pas précisément nécessaire de faire les nouveaux navires géométriquement semblables avec les modèles en usage, mais on peut, au moyen d'un certain procédé, établir un grand nombre de formes convenables déduites des formes existantes. Ce procédé est basé sur la supposition qu'à la suite d'une extension et d'une contraction uniformes d'un navire bien formé, suivant sa longueur, suivant sa largeur on enfin suivant sa hauteur, on obtienne une forme également bonne.

Les nombres de chacun des tableaux sont des valeurs relatives et non pas des valeurs absolues; ils déterminent le caractère de la forme du bateau indépendamment de ses dimensions absolues et principales.

Ces valeurs ont été trouvées de la manière suivante : le bateau soit coupé par vingt plans verticaux et transversaux; soit de plus coupé la partie immergée par six plans horizontaux et équidistants; soit enfin coupé le bateau par un plan vertical passant par la quille et divisant la forme du bateau en deux parties égales. Les sections par les plans transversaux donnent les lignes des couples; les sections par les plans horizontaux donnent les lignes de flottaison. Ces deux systèmes de lignes se coupent en certains points. Les nombres, contenus dans les tableaux, multipliés par $\frac{B}{2000}$, donnent les distances de ces divers points au plan vertical passant par la quille.

Dans la première colonne verticale les sections successives sont numérotées. Le numérotage commence avec 0 à la poupe et finit à la proue. Les colonnes I, II, III donnent les ordonnées des lignes de flottaison, comptées de bas en haut. Les chiffres, placés en séries horizontales, donnent les ordonnées et les couples. La colonne „ pont “ contient les ordonnées pour le pont.

Ces tableaux, joints à ceux du numéro 342, qui renferment les nombres proportionnels, donnent, pour un cas spécial, la forme voulue du bateau et on procède dans un projet de la manière suivante.

On détermine d'abord les quatre dimensions principales : longueur, largeur, hauteur et immersion du navire. Une ou deux de ces dimensions sont dictées généralement par le but que le navire doit atteindre; les autres dimensions peuvent être prises d'après les proportions indiquées au numéro 342. Les observations suivantes peuvent servir de règles de conduite.

Un bâtiment de rivière, dont l'immersion doit être moindre de

$\frac{1}{5}$ de sa largeur, doit avoir un fond plat et les terminaisons à l'arrière comme à l'avant ne doivent pas être trop fines.

Un bâtiment de rivière, dont l'immersion peut aller à $\frac{1}{5}$ de la largeur et au-delà, doit être à fond plat, mais les extrémités peuvent être plus fines que dans le cas précédent.

Des bateaux pour lacs peuvent avoir un fond construit sur quille et les extrémités peuvent être plus ou moins pointues.

347

Nouvelles proportions d'un bateau.

Depuis quelque temps les bateaux, relativement à leur largeur, sont plus longs que ceux pour lesquels on a établi les règles du numéro 342. Cependant j'ai préféré maintenir les proportions anciennement en usage, par la raison que les bateaux démesurément longs occasionnent de grandes résistances, donnent une faible stabilité, possèdent une résistance moindre et offrent enfin à la pompe et à la proue des emplacements dont l'utilisation est difficile.

Bateau de rivière.

RAINBOW.

(Tredgold on the Steam-Engine. Appendix A and B.)

Poupe.								Proue.							
x	I	II	III	IV	V	VI	Pont.	x	I	II	III	IV	V	VI	Pont.
0	20	20	20	20	20	20	700	10	770	860	930	950	980	990	1000
1	75	110	150	200	260	336	750	11	745	850	900	940	960	980	1000
2	165	250	325	385	455	520	810	12	710	810	860	910	940	960	1000
3	280	400	480	530	590	640	860	13	640	750	810	845	870	900	1000
4	400	530	610	665	710	750	900	14	545	665	730	760	800	830	960
5	515	640	700	750	790	830	930	15	440	550	620	660	700	735	890
6	610	710	770	820	860	890	960	16	320	460	530	570	610	645	820
7	680	770	830	880	910	930	980	17	200	300	350	390	430	460	670
8	730	820	880	910	945	960	990	18	90	160	210	230	260	290	500
9	760	860	910	940	970	990	1000	19	30	35	55	70	80	90	270
10	770	860	930	950	980	990	1000	20	—	—	—	—	—	—	30

Rapports entre les sections horizontales et le rectangle BL	1 ^{re} section	0.471
	2 ^e	— 0.477
	3 ^e	— 0.582
	4 ^e	— 0.621
	5 ^e	— 0.656
	6 ^e	— 0.688

Coordonnées du centre de gravité de l'eau déplacée	$\left(\frac{x}{W} \right)$	= 0.488 L
	$\left(\frac{y}{W} \right)$	= 0.600 T

Volume de l'eau déplacée = 0.525 B L T

Conditions de la stabilité < 0.0769 $\left(\frac{B}{T} \right)$ B

349

Bateau de rivière.

DIAMOND.

(Tredgold on the Steam-Engine, Enlarged Edition.)

Poupe.					Proue.				
x	I	II	III	Pont.	x	I	II	III	Pont.
0	30	30	30	800	10	830	910	960	1000
1	45	100	165	850	11	810	910	950	990
2	120	230	390	900	12	760	870	930	990
3	240	400	600	930	13	680	810	870	960
4	380	590	750	930	14	570	700	780	930
5	520	700	825	970	15	440	570	650	860
6	630	790	880	990	16	310	420	500	770
7	730	840	910	990	17	200	270	340	640
8	790	880	940	990	18	110	150	200	480
9	830	910	960	1000	19	30	40	60	270
10	830	910	960	1000	20	—	—	—	30

Rapports entre les coupes horizontales et le rectangle B L.

1 ^{re} section	0.452
2 ^e	— 0.556
3 ^e	— 0.633

Coordonnées du centre de gravité de l'eau déplacée

$\left(\frac{x}{W}\right)$	= 0.485 L
$\left(\frac{y}{W}\right)$	= 0.602 T

Volume de l'eau déplacée $\sigma < 0.0802 \left(\frac{B}{T}\right) B$
 Conditions de la stabilité = 0.441 B L T

350

Bateau de rivière.

IPSWICH AND LONDON.

(Tredgold on the Steam-Engine. Appendix E and F.)

Ponpe.							Proue.						
x	I	II	III	IV	V	Pont	x	I	II	III	IV	V	Pont.
0	15	15	65	215	510	710	10	750	910	970	1000	1000	1000
1	60	140	320	600	765	780	11	725	890	960	1000	1000	1000
2	130	300	534	740	840	840	12	670	840	920	975	975	975
3	245	490	680	830	890	890	13	590	670	780	850	920	930
4	370	640	790	890	930	930	14	490	670	770	850	890	890
5	525	760	880	940	950	950	15	380	550	660	740	790	800
6	650	850	940	960	970	980	16	280	440	540	600	670	690
7	730	900	970	990	1000	1000	17	190	310	400	470	530	550
8	750	920	970	990	1000	1000	18	110	190	260	310	360	390
9	760	910	970	1000	1000	1000	19	35	80	120	155	185	200
10	750	910	970	1000	1000	1000	20	—	—	—	—	—	20

Ces valeurs déterminent la forme du bateau entier. Le bateau est coupé par cinq plans horizontaux qui sont distants les uns des autres de $\frac{1}{5}$ H. La cinquième coupe passe donc par la hauteur moyenne du bateau. La flottaison normale atteint la deuxième coupe.

351

Bateau de rivière.

RED-ROWER.

(Tredgold on the Steam-Engine, Enlarged Edition.)

Poupe.							Proue.						
x	I	II	III	IV	V	Pont.	x	I	II	III	IV	V	Pont
0	40	40	40	40	40	800	10	840	920	970	1000	1000	1000
1	50	78	135	215	310	870	11	830	910	960	990	1000	1000
2	110	160	280	410	540	910	12	780	870	940	980	1000	1000
3	178	300	440	600	700	940	13	680	800	870	935	970	990
4	310	480	600	740	830	980	14	550	700	780	850	920	970
5	470	630	750	850	900	1000	15	400	550	660	740	810	930
6	630	760	850	930	960	1000	16	260	400	510	610	680	860
7	740	840	920	970	980	1000	17	140	260	360	460	520	750
8	800	900	950	980	1000	1000	18	66	137	220	300	360	590
9	830	920	970	1000	1000	1000	19	40	50	80	120	150	340
10	840	920	970	1000	1000	1000	20	—	—	—	—	—	40

Rapports entre les coupes horizontales et le rectangle B L

1 ^{re} section	0.409
2 ^e	— 0.537
3 ^e	— 0.616
4 ^e	— 0.688
5 ^e	— 0.733

Coordonnées du centre de gravité de l'eau déplacée

$\left(\frac{x}{W}\right)$	= 0.497 L
$\left(\frac{y}{W}\right)$	= 0.594 T

Conditions de la stabilité $\sigma < 0.09007 \left(\frac{B}{T}\right) B$

Volume de l'eau déplacée = 0.523 B L T

Bateau pour lacs.

(Les formes assez prononcées, le fond incliné vers la quille.

Poupe.					Proue.				
x	I	II	III	IV	x	I	II	III	IV
0	15	15	15	15	10	710	896	963	985
1	50	80	125	205	11	670	863	935	968
2	105	185	285	405	12	595	798	877	915
3	180	315	445	590	13	495	700	790	845
4	294	460	600	732	14	398	584	688	750
5	422	605	735	840	15	285	445	548	620
6	545	732	835	905	16	180	303	400	470
7	633	816	905	950	17	100	190	262	320
8	700	880	952	978	18	42	94	135	180
9	715	900	965	990	19	15	30	40	60
10	710	896	963	985	20	—	—	—	15

Rapports entre les coupes horizontales et le rectangle B L

1 ^{re} section	0.357
2 ^e	— 0.494
3 ^e	— 0.580
4 ^e	— 0.637

Coordonnées du centre de gravité de l'eau déplacée.

$\left(\frac{x}{W} \right)$	= 0.475 L
$\left(\frac{y}{W} \right)$	= 0.604 T

Conditions de la stabilité. $e < 0.0846 \left(\frac{B}{T} \right) B$

Volume de l'eau déplacée = 0.434 B L T

353

Bâtiment de mer.

ISIS.

(Tredgold on the Steam-Engine. Appendix E and F.)

Poupe.							Proue.						
x	I	II	III	IV	V	Pont.	x	I	II	III	IV	V	Pont.
0	30	30	30	30	30	714	10	890	975	1000	1000	1000	1000
1	80	158	248	383	580	815	11	893	980	1000	1000	1000	1000
2	180	342	522	695	810	875	12	880	975	1000	1000	1000	1000
3	300	550	738	848	900	925	13	835	960	987	1000	1000	1000
4	440	732	864	920	950	960	14	760	918	960	990	1000	1000
5	590	835	928	964	990	994	15	644	834	920	955	980	1000
6	724	890	960	988	995	1000	16	500	695	800	875	920	1000
7	794	930	978	1000	1000	1000	17	356	520	645	740	810	970
8	874	955	990	1000	1000	1000	18	195	310	430	530	620	885
9	880	974	1000	1000	1000	1000	19	55	110	180	250	330	645
10	890	975	1000	1000	1000	1000	20	—	—	—	—	—	30

$$\text{Rapports entre les coupes horizontales et le rectangle BL} \dots\dots\dots \left\{ \begin{array}{l} 1^{\text{re}} \text{ section } 0.544 \\ 2^{\circ} \text{ — } 0.683 \\ 3^{\circ} \text{ — } 0.759 \\ 4^{\circ} \text{ — } 0.808 \\ 5^{\circ} \text{ — } 0.845 \end{array} \right.$$

$$\text{Volume de l'eau déplacée.} \dots\dots\dots = 0.643 \text{ B L T}$$

$$\text{Coordonnées du centre de gravité de l'eau déplacée} \dots\dots\dots \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{x}{W} \right) = 0.494 \text{ L} \\ \left(\frac{y}{W} \right) = 0.518 \text{ T} \end{array} \right.$$

$$\text{Conditions de la stabilité} \dots\dots\dots e < 0.0958 \left(\frac{B}{T} \right) B$$

354

Bâtiment de mer.

MEDEA.

(Tredgold on the Steam-Engine. Enlarged Edition.)

Ponpe.							Proue.						
x	I	II	III	IV	V	Pont.	x	I	II	III	IV	V	Pont.
0	30	30	30	30	30	820	10	785	945	980	990	1000	1000
1	30	75	160	336	600	880	11	790	950	980	990	1000	1000
2	70	170	355	590	785	920	12	770	940	970	990	1000	1000
3	130	320	565	760	860	945	13	700	900	965	990	995	1000
4	205	500	735	855	905	965	14	600	835	935	970	980	1000
5	305	670	850	910	940	985	15	460	720	860	940	950	1000
6	430	770	900	940	955	990	16	320	550	740	850	900	1000
7	540	840	940	960	980	1000	17	200	370	550	690	800	980
8	650	887	955	983	988	1000	18	100	190	310	440	565	910
9	730	920	970	990	1000	1000	19	40	40	60	115	200	685
10	785	945	980	990	1000	1000	20	—	—	—	—	—	40

Rapports entre les coupes horizontales et le rectangle B L

1 ^{re} section	0.396
2 ^e	— 0.583
3 ^e	— 0.692
4 ^e	— 0.767
5 ^e	— 0.843

Volume de l'eau déplacée. = 0.530 B L T

Coordonnées du centre de gravité de l'eau déplacée.

$\left(\frac{x}{W} \right)$	= 0.533 L
$\left(\frac{y}{W} \right)$	= 0.640 T

Conditions de la stabilité e < 0.109 $\left(\frac{B}{T} \right)$ B

355

Bâtiment de mer.

BERENICE.

(Tredgold on the Steam-Engine, Enlarged Edition.)

Poupe.							Proue.						
x	I	II	III	IV	V	Pont.	x	I	II	III	IV	V	Pont.
0	—	—	—	—	—	—	10	820	930	970	990	1000	1000
1	67	110	165	220	325	480	11	810	925	965	990	1000	1000
2	145	250	350	450	570	695	12	790	920	950	980	1000	1000
3	245	410	540	635	730	810	13	730	875	920	950	980	990
4	360	555	680	765	815	880	14	640	790	860	900	930	960
5	478	690	790	840	875	920	15	545	670	760	820	860	910
6	520	780	855	895	920	950	16	380	530	610	690	750	810
7	685	835	895	930	950	970	17	230	350	430	510	570	645
8	750	870	930	960	970	985	18	90	150	210	275	330	400
9	795	905	955	980	995	1000	19	—	—	—	—	—	45
10	820	920	970	990	1000	1000	20	—	—	—	—	—	—

Rapports entre les coupes horizontales et le rectangle B L	1 ^{re} section	0.456
	2 ^e	— 0.576
	3 ^e	— 0.641
	4 ^e	— 0.689
	5 ^e	— 0.728
	6 ^e	— 0.772

Volume de l'eau déplacée = 0.579 B L T

Coordonnées du centre de gravité de l'eau déplacée

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{x}{W} \right) = 0.577 \text{ L} \\ \left(\frac{y}{W} \right) = 0.579 \text{ T} \end{array} \right.$$

Conditions de la stabilité $e < 0.0907 \left(\frac{B}{T} \right) B$

20.

356

Bâtiment de mer.

CYCLOPS.

(Tredgold on the Steam-Engine. Appendix E and F.)

Poupe.							Proue.						
x	I	II	III	IV	V	Pont.	x	I	II	III	IV	V	Pont
0	20	20	20	20	20	680	10	575	835	940	980	1000	1000
1	20	65	120	210	355	765	11	570	835	935	980	1000	1000
2	80	164	300	460	635	845	12	545	820	930	980	1000	1000
3	150	300	482	660	770	920	13	505	790	910	964	1000	1030
4	230	430	635	770	850	985	14	450	730	870	935	980	1132
5	320	560	740	850	910	1045	15	375	645	810	880	932	1135
6	400	665	820	900	950	1090	16	300	532	710	790	860	1080
7	465	735	865	930	970	1130	17	210	395	555	660	735	980
8	515	785	900	955	990	1150	18	120	240	360	460	550	820
9	555	810	924	965	1000	1120	19	30	90	140	200	273	530
10	575	835	940	980	1000	1000	20	—	—	—	—	—	30

$$\left. \begin{array}{l} \text{Rapports entre les coupes horizon-} \\ \text{tales et le rectangle B L} \end{array} \right\} \begin{array}{l} 1^{\text{re}} \text{ section } 0.321 \\ 2^{\circ} \text{ — } 0.522 \\ 3^{\circ} \text{ — } 0.648 \\ 4^{\circ} \text{ — } 0.727 \\ 5^{\circ} \text{ — } 0.788 \end{array}$$

$$\text{Volume de l'eau déplacée } \mathfrak{B} = 0.522 \text{ B L T}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Coordonnées du centre de gravité} \\ \text{de l'eau déplacée} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \left(\frac{x}{W} \right) = 0.507 \text{ L} \\ \left(\frac{y}{W} \right) = 0.613 \text{ T} \end{array}$$

$$\text{Conditions de la stabilité } e < 0.102 \left(\frac{B}{T} \right) B$$

357

Bâtiment de mer.

COLCHIS.

(Tredgold on the Steam-Engine, Enlarged Edition.)

Poupe.								Proue.							
x	I	II	III	IV	V	VI	Pont.	x	I	II	III	IV	V	VI	Pont
0	33	33	33	33	33	33	730	10	780	860	930	960	990	1000	1240
1	33	70	120	180	253	370	930	11	780	860	930	960	990	1000	1240
2	70	160	254	360	470	595	1000	12	770	860	920	960	990	1000	1000
3	152	260	415	528	650	740	1090	13	720	810	890	940	980	990	1000
4	240	410	550	660	760	840	1125	14	630	740	820	890	930	970	1000
5	375	550	680	770	850	910	1180	15	510	640	730	800	860	900	990
6	520	680	790	850	920	950	1190	16	360	500	580	680	750	800	940
7	620	770	840	900	950	980	1215	17	225	320	430	510	580	650	880
8	720	820	900	940	965	990	1230	18	70	145	250	320	400	450	730
9	770	850	920	960	990	1000	1240	19	33	33	50	85	150	190	470
10	780	860	930	960	990	1000	1240	20	—	—	—	—	—	—	33

Rapports entre les sections horizontales et le rectangle B L	1 ^{re} section	0.419
	2 ^e	— 0.518
	3 ^e	— 0.600
	4 ^e	— 0.714
	5 ^e	— 0.722
	6 ^e	— 0.767

Coordonnées du centre de gravité de l'eau déplacée	$\left(\frac{x}{W} \right)$	= 0.491 L
	$\left(\frac{y}{W} \right)$	= 0.589 T

Volume de l'eau déplacée = 0.559 B L T

Conditions de la stabilité $\sigma < 0.0915 \left(\frac{B}{T} \right) B$

NILE-STEAM-SHIP.

(Tredgold on the Steam-Engine, Enlarged Edition.)

Poupe.							Proue.						
x	I	II	III	IV	V	Pont.	x	I	II	III	IV	V	Pont.
0	30	35	40	54	90	200	10	680	870	930	960	990	1000
1	50	90	150	280	440	665	11	670	860	930	960	990	1000
2	100	210	360	560	730	840	12	670	850	930	960	990	1000
3	160	370	570	730	840	910	13	670	850	930	960	990	1000
4	240	550	720	840	910	950	14	650	840	920	950	990	1000
5	360	690	810	900	950	990	15	590	790	890	940	970	980
6	470	770	870	930	970	995	16	460	690	810	880	910	940
7	575	820	900	940	980	1000	17	290	495	640	730	780	810
8	660	850	920	945	980	1000	18	70	220	340	440	510	560
9	660	870	920	950	980	1000	19	—	—	—	—	80	150
10	680	870	930	960	990	1000	20	—	—	—	—	—	30

Rapport entre les coupes horizontales et le rectangle B L	1 ^{re} section	0.402
	2 ^e	— 0.586
	3 ^e	— 0.679
	4 ^e	— 0.746
	5 ^e	— 0.803
	6 ^e	— 0.849

Volume de l'eau déplacée = 0.606 B L T

Coordonnées du centre de gravité de l'eau déplacée $\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{x}{W} \right) = 0.494 \text{ L} \\ \left(\frac{y}{W} \right) = 0.595 \text{ T} \end{array} \right.$

Conditions de la stabilité $e < 0.1027 \left(\frac{B}{T} \right) B$

359

*Bâtiment de mer et de rivière.***FIREBRAND.**

(Tredgold on the Steam-Engine, Enlarged Edition)

Poupe.							Proue.						
x	I	II	III	IV	V	Pont.	x	I	II	III	IV	V	Pont.
0	20	20	20	20	20	770	10	410	850	990	1000	1000	1000
1	55	80	150	275	480	920	11	400	870	980	1000	1000	1000
2	70	140	320	510	730	950	12	390	860	980	1000	1000	1000
3	100	240	470	700	880	990	13	360	810	960	990	1000	1000
4	140	360	620	830	940	1000	14	300	730	930	980	990	1000
5	180	470	760	910	990	1000	15	230	630	840	920	970	1000
6	230	600	850	980	1000	1000	16	160	470	670	800	880	990
7	300	700	900	990	1000	1000	17	100	280	470	610	710	960
8	350	790	950	1000	1000	1000	18	50	125	230	350	440	860
9	390	820	980	1000	1000	1000	19	—	—	—	70	120	620
10	410	850	990	1000	1000	1000	20	—	—	—	—	—	20

Rapport entre les coupes horizontales et le rectangle B L

{	1 ^{re} section	0.211
	2 ^e	— 0.492
	3 ^e	— 0.653
	4 ^e	— 0.746
	5 ^e	— 0.807

Volume de l'eau déplacée. = 0.480 B L T

Coordonnées du centre de gravité de l'eau déplacée.

{	$\left(\frac{x}{W}\right)$	= 0.515 L
	$\left(\frac{y}{W}\right)$	= 0.664 T

Conditions de la stabilité $e < 0.121 \left(\frac{B}{T}\right) B$

Tracé des formes des vaisseaux au moyen de la méthode des quarts de cercle (pl. XXXVIII).

Toutes les méthodes imaginées jusqu'à présent pour le tracé des formes des vaisseaux reposent sur certaines interpolations graphiques ou divisions de lisses.

Une de ces méthodes est la suivante. On trace :

- a) La coupe longitudinale du navire (fig. 1) que l'on divise en 20 parties égales;
- b) Le plan du pont (fig. 3);
- c) Le maître-couple numéro 10 du navire (fig. 2);
- d) Les couples qui correspondent aux points 0, 1, 5 de l'arrière et ceux des points 15 et 19 de l'avant.

D'après ces préparatifs les autres couples résultent du procédé que voici :

On divise les couples 1, 10 et 19 (fig. 2) en un certain nombre de parties égales (on a adopté 10 points dans le dessin) et on joint ensuite les points correspondants, par exemple a et b, a₁ et b₁, par des lignes droites que l'on nomme les lisses.

Pour trouver les points où la lisse a b est coupée par les couples, on trace (fig. 4) un quart de cercle qu'on divise en 10 angles égaux, on prend la longueur a b (fig. 2), on la porte sur $\alpha\beta$ (fig. 4); on prend ensuite la longueur a c (fig. 2) qui correspond au point dans lequel le côté a b est coupé par le cinquième couple; on cherche (dans la fig. 4) sur le rayon numéro 5 le point γ dont la distance de la ligne $\alpha 1$ est égale à a c.

Si l'on trace maintenant un arc de cercle $\beta\gamma\delta$ dont le centre o se trouve dans le prolongement de $\beta\alpha$, il coupera les rayons qui ont divisé le quart de cercle en une série de points; si l'on rapporte les ordonnées parallèles à $\gamma\epsilon$ de ces points d'intersection sur la ligne a b (fig. 2) à partir de a, on obtient les points dans lesquels cette ligne a b est coupée par tous les couples.

Si l'on répète cette construction avec chacune des autres lisses de la poupe et, dans la fig. 5, avec chacune des lisses de la proue, on obtient les points dans lesquels toutes les lisses sont coupées par les couples et si l'on relie les points qui correspondent à chaque lisse par une ligne continue, au moyen d'un ressort, on obtient un tracé complet du couple.

Si le tracé d'un couple est établi, il n'y a plus aucune difficulté de représenter dans le plan du navire un nombre quelconque de coupes horizontales ou de tracer un système quelconque de lignes d'intersection.

361

Règles pour le calcul.

- a) Du volume de l'eau déplacée;
- b) Du centre de gravité de l'eau déplacée;
- c) Du lieu du centre de gravité des machines qui permet un tirant d'eau uniforme du bateau;
- d) De la stabilité du bateau.

1° Calcul de l'aire d'une section horizontale.

Soit :

$y_0, y_1, y_2, \dots, y_{10}$ les valeurs du tableau qui correspondent à la section horizontale qui est à déterminer;

F l'aire de la section horizontale qui doit être calculée;

$\frac{F}{BL} = f$ le rapport entre l'aire F et l'aire du rectangle circonscrit.

On a :

$$f = \frac{F}{BL} = \frac{1}{20000} \left[\frac{1}{2} (y_0 + y_{10}) + y_1 + y_2 + \dots + y_{10} \right]$$

2° Volume de l'eau déplacée, le tirant d'eau étant donné.

Soit :

n le nombre des sections horizontales qui passent par la partie immergée;

$f_1, f_2, \dots, f_n$ les rapports (règle 1^{re}) entre les aires des sections horizontales et la surface du rectangle BL;

$\mathfrak{V}$ le volume de l'eau déplacée.

On a :

$$\frac{\mathfrak{V}}{LBT} = \frac{1}{n} \left(f_1 + f_2 + \dots + f_{n-1} + \frac{1}{2} f_n \right)$$

3° Hauteur du centre de gravité du liquide déplacé au-dessus de la grille.

En désignant la hauteur par $\left(\frac{y}{W}\right)$ et en gardant les notations précédentes, on a :

$$\frac{\left(\frac{y}{W}\right)}{T} = \frac{1}{4n} \frac{\frac{1}{3} f_1 + (2n-1) f_n + 4 f_1 + 8 f_2 + 12 f_3 + \dots + 4(n-1) f_{n-1}}{f_1 + f_2 + \dots + f_{n-1} + \frac{1}{2} f_n}$$

4° L'aire d'une section transversale de la carène.

Soit :

$z_1, z_2, z_3, \dots, z_n$ les valeurs du tableau qui correspondent à la section à calculer ;

q le rapport entre la surface à calculer et le rectangle B T.

On a :

$$q = \frac{1}{2000} \frac{1}{n} \left| z_n + 2(z_1 + z_2 + \dots + z_{n-1}) \right|$$

5° Distance horizontale du centre de gravité du liquide déplacé au point extrême à l'arrière de la quille.

Soit :

$\left(\frac{x}{W}\right)$ la distance à calculer ;

$q_0, q_1, q_2, \dots, q_{10}$ les rapports (règle 4) entre les surfaces de toutes les sections et le rectangle B T.

On a :

$$\frac{\left(\frac{x}{W}\right)}{L} = \frac{1}{1600} \frac{B L T}{3} (q_0 + 4 q_1 + 8 q_2 + 12 q_3 + \dots + 76 q_{10})$$

6° Centre de gravité du bateau avec agrès, mais sans machine ni chaudière.

Le poids de la construction et les coordonnées du centre de gravité ne peuvent être calculés, le projet étant fait, que d'après les règles générales qui servent au calcul du poids et du centre de gravité des corps.

Soit $\begin{pmatrix} x \\ S \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ S \end{pmatrix}$ les coordonnées ainsi calculées relativement à ce point extrême à l'arrière de la quille.

7° Conditions de stabilité du navire.

Soit :

Σy^3 la somme des troisièmes puissances des valeurs du tableau qui correspondent à la surface flottante ;

e la hauteur du centre de gravité de tout le bâtiment y compris les machines au-dessus du centre de gravité du liquide déplacé.

On a pour condition de la stabilité :

$$\frac{L B^3 \Sigma y^3}{240\ 000\ 000\ 000} > e \mathfrak{B}$$

$$\frac{L B^3 \Sigma y^3}{240\ 000\ 000\ 000} \frac{1}{\mathfrak{B}}$$

Cette dernière expression est la hauteur du métacentre au-dessus du centre de gravité du liquide déplacé.

8° Le lieu du centre de gravité des machines avec chaudière doit être placé de manière à permettre un tirant d'eau uniforme du navire.

Soit :

S le poids du navire avec agrès, mais sans machine ni chaudière ;

$\begin{pmatrix} x \\ S \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ S \end{pmatrix}$ les coordonnées du centre de gravité de S ;

M le poids des machines avec chaudière ;

$\begin{pmatrix} x \\ M \end{pmatrix}$ la distance horizontale du centre de gravité de M à partir de l'extrémité à l'arrière de la quille ;

W et $\begin{pmatrix} x \\ W \end{pmatrix}$ le poids du liquide déplacé et la distance horizontale de son centre de gravité à partir de l'extrémité à l'arrière de la quille.

On a :

$$\begin{pmatrix} x \\ M \end{pmatrix} = \frac{W \begin{pmatrix} x \\ W \end{pmatrix} - S \begin{pmatrix} x \\ S \end{pmatrix}}{M}$$

Roue à hélice ou vis comme appareil moteur (pl. XXXVII, fig. 5 et 6).

Les résultats suivants, qui sont le produit d'une recherche théorique, viennent de recevoir la consécration de l'expérience.

Soit :

R le rayon extérieur de l'hélice ;

α l'angle que forme l'hélice à la circonférence extérieure de la roue avec un plan perpendiculaire sur l'axe de la roue ;

$\sigma = R^2 \pi$ la surface de la projection de la roue de l'hélice sur un plan perpendiculaire à l'axe de la roue ;

k = 102 le coefficient pour la détermination de la pression de l'hélice contre l'eau ;

n le nombre des rotations de la vis par minute ;

N la force (en chevaux-vapeur) de la machine motrice ;

O = BT le produit de la largeur du navire par le tirant d'eau ;

U la vitesse relative du navire contre l'eau ;

B, L, T largeur, longueur, tirant d'eau du bateau ;

$$K = 0.1 \left(1 + e^{-\frac{N}{165}} \right) \left(\frac{2}{3} \frac{L}{T} + 2 \frac{L}{B} \right)$$
 coefficient pour la détermination de la résistance du navire ;

$\varphi(\alpha) = 1 + 2 \tan^2 \alpha \log \tan(\sin \alpha)$ une fonction de l'angle α qui sert pour la détermination de l'effet de la vis. On a aussi approximativement :

$$\varphi(\alpha) = 1 - 0.0154 \alpha^2$$

et on trouve pour :

$\alpha =$	25°	30°	35°	40°
$(\varphi) \alpha =$	0.615	0.538	0.461	0.384

Cela étant admis, on a pour la détermination de N et n les expressions suivantes :

$$N = \frac{K O U^3}{75} \left(1 + \sqrt{\frac{K O}{k \sigma} \frac{1}{\varphi(\alpha)}} \right)$$

$$n = \frac{60}{2\pi} U \frac{1 + \sqrt{\frac{K O}{k \sigma} \frac{1}{\varphi(\alpha)}}}{R \tan \alpha}$$

Les conditions du meilleur effet d'une vis seraient :

$$o = \infty \quad n = \infty \quad \alpha = 0$$

mais elles ne sont pas réalisables.

Des effets satisfaisants ne peuvent être obtenus que dans des navires à grand tirant d'eau; dans ce cas on peut prendre :

$$\begin{aligned} K = 4 \quad k = 102 \quad \alpha = 25^\circ \quad \varphi(\alpha) = 0.615 \\ R = 0.5 \quad T = 0.2 \quad B \quad o = 0.126 \quad B^3 \quad O = B \quad T = 0.4 \quad B^3 \end{aligned}$$

et on trouve :

$$N = 0.077 \quad O \quad U^3$$

$$n = 148 \frac{U}{B}$$

Cette valeur de N est presque égale à celle des roues à aubes; donc l'hélice ne donne pas un meilleur effet que les roues à aubes. Néanmoins, pour les navires la vis donne un si grand nombre des avantages que son application au lieu des roues fait des grands progrès

363

La turbine comme appareil propulseur (pl. XXXVII, fig. 7 et 8).

Les résultats suivants sont le produit d'une recherche théorique et demandent probablement une rectification.

Soit :

R_1 le rayon extérieur de la turbine;

R_2 le rayon intérieur de la machine;

$R = \frac{R_1 + R_2}{2}$ le rayon moyen de la turbine;

$(R_1^2 - R_2^2) \pi = o$ la surface de la roue de turbine;

β et γ les angles entre les deux plans de la roue et la surface d'une aube courbe de la roue (voir la figure);

B, L, T largeur, longueur, tirant d'eau du bateau;

$B T = O$ produit de la largeur et du tirant d'eau;

$K = 0.1 \left(1 + e^{-\frac{N}{165}} \right) \left(\frac{2}{3} \frac{L}{T} + 2 \frac{L}{B} \right)$ coefficient pour la détermination de la résistance du bateau;

$k = \frac{1000}{g} = 102$ coefficient pour la détermination de la pression des surfaces de roues contre l'eau;

U la vitesse relative du bateau contre l'eau;

n le nombre des tours de la turbine par minute;

N la force (en chevaux-vapeur) des machines qui font marcher la turbine.

En admettant ce qui précède, on a les équations suivantes pour la détermination des grandeurs β , n , N :

$$\sin \beta = \frac{\sin \gamma}{1 + \frac{K O}{k o}}$$

$$n = \frac{30}{\pi} \frac{U}{R \tan \beta}$$

$$N = \frac{K O U^3}{75} \frac{\tan \frac{1}{2} (\beta + \gamma)}{\tan \beta}$$

Les conditions du meilleur effet possible de la turbine seraient:

$$\beta = \gamma = 0 \quad o = \infty \quad n = \infty$$

Ces conditions ne sont pas réalisables.

Des effets satisfaisants de l'appareil ne peuvent être attendu que pour des navires à grand tirant d'eau. Dans ce cas il faut adopter:

$$K = 4 \quad R_1 = \frac{1}{2} T = 0.2 B \quad o = 0.0943 B^3$$

$$k = 102 \quad R_2 = \frac{1}{2} R_1 = 0.1 B \quad O = 0.4 B^3$$

$$R = \frac{1}{2} (R_1 + R_2) = 0.15 B$$

Soit $\gamma = 45^\circ$, on trouve de l'équation ci-dessus:

$$\beta = 38^\circ \quad n = 82 \frac{U}{B} \quad N = 0.06 O U^3$$

Cette turbine ne promet pas un meilleur résultat que la vis.

364

Mouvements oscillatoires d'un navire.

a) Oscillations verticales du centre de gravité.

Soit:

fBL l'aire de la section du plan de flottaison;

 α BLT le volume du liquide déplacé; $g = 9.81$ accélération par la gravité; $\mathcal{T}$ la durée d'une oscillation verticale du navire.

On a:

$$\mathcal{T} = \pi \sqrt{\frac{\alpha}{f} \frac{T}{g}}$$

b) Oscillation d'un navire autour d'un axe parallèle à la quille et passant par le centre de gravité.

Soit:

 μ le moment d'inertie de la section du plan de flottaison relativement à son axe longitudinal; λ le moment d'inertie de tout le bâtiment avec machines, chaudière et agrès, relativement à un axe parallèle à la quille et passant par le centre de gravité; e la hauteur du centre de gravité du bâtiment au-dessus du centre de gravité du liquide déplacé; $\mathcal{V}$ le volume du liquide déplacé; $\mathcal{T}$ le temps d'une oscillation.

Cela posé, on a:

1° Le moment statique (en tonnes et en mètres) pour détourner le bateau d'un angle φ de sa position normale:

$$\varphi (\mu - e \mathcal{V})$$

2° La durée d'une oscillation autour d'un axe longitudinal:

$$\mathcal{T} = \pi \sqrt{\frac{\lambda}{g (\mu - e \mathcal{V})}}$$

3° La hauteur du métacentre au-dessus du centre de gravité du liquide déplacé:

$$\frac{\mu}{\mathcal{V}}$$

c) Oscillation autour d'un axe transversal passant par le centre de gravité du navire.

Soit :

μ_1 le moment d'inertie de la surface flottante relativement à l'axe transversal ;

λ_1 le moment d'inertie (en tonnes) du bâtiment relativement à l'axe transversal passant par le centre de gravité du bâtiment ;

e comme précédemment ;

$\mathfrak{T}$ la durée de l'oscillation.

On a :

$$\mathfrak{T} = \pi \sqrt{\frac{\lambda_1}{g(\mu_1 - e \mathfrak{B})}}$$

365

Règles pour les machines de Watt dans les bateaux à vapeur.

Cylindres.

p tension de la vapeur dans le cylindre par mètre carré.	= 8330 kilogram.
D diamètre d'un cylindre	= 0.11 (1 + $\sqrt{N}$)
l course de piston	= 1.1 D
Aire de section d'un tuyau de vapeur . . .	= $\frac{1}{30}$ O à $\frac{1}{20}$ O
Largeur du canal d'introduction	= 0.36 D
Hauteur du canal d'introduction	= 0.07 D
Diamètre de la tige de piston	= 0.10 D

Pompe à air.

Diamètre d'une pompe à air.	= 0.57 D
Course de piston	= $\frac{1}{2}$ l = 0.55 D
Hauteur de l'orifice de la soupape	= 0.13 D
Largeur de l'orifice de la soupape	= 0.50 D
Diamètre de la tige de piston	= 0.06 D

Pompes alimentaires.

Diamètre d'une pompe	= 0.11 D
Course de piston	= $\frac{1}{2}$ l = 0.55 D

Traverses.

a) Pour le cylindre et pour la bielle.

Longueur de la traverse	= 1.55 D
Diamètre du tourillon de la traverse	= 0.10 D
Hauteur de la traverse au milieu	= 0.27 D
Epaisseur de la traverse	= 0.09 D

b) Pour la pompe à air.

Longueur de la traverse	= 1.55 D
Diamètre du tourillon	= 0.06 D
Hauteur de la traverse au milieu	= 0.19 D
Epaisseur de la traverse au milieu	= 0.06 D
Epaisseur du métal de la douille	= 0.03 D

Bielles motrices.

Longueur de la bielle verticale	= 2.20 D
Diamètre au milieu	= 0.10 D
Longueur de la bielle motrice	= 2.60 D
Diamètre au milieu	= 0.14 D

Balanciers.

Longueur d'un balancier	= 3.141 = 3.50 D
Hauteur d'un balancier	= 0.65 D
Epaisseur du corps	= 0.04 D
Diamètre du tourillon	= 0.19 D

Manivelle.

Diamètre du bouton	= 0.14 D
Diamètre de l'arbre de la manivelle	= 0.22 D
Rayon de la manivelle	= 0.55 D

**DIMENSIONS DE DIVERS NAVIRES ET FORCE
DE LEURS MACHINES**

Désignation des navires.	N	L	B	H	T	O	U	$\frac{L}{B}$	$\frac{N}{O}$
Saint-Pierre. . . .	12	21.0	3.38	1.1	1.3	2.73	3.34	6.2	4.4
Inconnu.	20	24.0	4.16	1.1	1.3	5.41	3.86	5.6	3.7
Estafette.	50	27.7	4.98	1.6	1.82	9.06	4.28	5.6	5.5
Mercurio.	80	38.7	6.24	2.38	2.55	16.00	4.28	6.2	5.0
Gulnare.	100	34.7	6.94	2.57	2.67	18.53	4.50	5.00	5.4
Phocéen.	120	49.4	7.12	2.25	2.50	17.80	5.04	6.90	6.7
Mentor.	160	50.1	8.19	3.08	3.33	27.27	4.73	6.12	6.0
Medea.	220	52.9	9.66	3.6	3.82	36.90	4.94	5.50	6.0
Quatre bateaux	1°	70	60	5.00	—	0.70	3.50	4.91	12
qui naviguent	2°	120	67	4.10	—	0.70	2.87	5.50	16
sur la Saône	3°	200	80	4.00	—	0.80	3.20	6.08	20
	4°	240	80	4.10	—	0.75	3.01	6.17	20
Great Western .	450	64	10.8	4.26	5.08	54.86	6.20	6.4	8.2
British Queen . .	500	75	12.2	4.26	5.05	61.61	6.16	6.1	8.1
President.	540	73	12.5	4.38	5.18	64.75	6.20	6.0	8.3
Humboldt.	850	63	14	?	5.8	81	5.14	4.5	10.5
Leviathan.	3100	209	25.3	18	8.5	215	6.1	8.0	14.4

CHAPITRE XI

MACHINES MANUFACTURIÈRES ET FABRICATION

MACHINE A ENFONCEUR LES PIEUX

366

Notations.

(Unité de longueur : 1 centimètre ; unité de poids : 1 kilogramme.)

Q le poids du mouton ;

q le poids du pilot (pieu) ;

h la hauteur de chute du mouton ;

d le diamètre du pilot ;

$a = \frac{d^2 \pi}{4}$ l'aire de la section du pilot ;

l la longueur du pilot ;

ϵ le module d'élasticité du bois dont se compose le pilot ;

s l'enfoncement du pieu par le dernier coup du mouton ;

γ le poids d'un centimètre cube de bois ;

a R la résistance que le terrain oppose à l'enfoncement du pilot
dès qu'il s'est enfoncé au dernier coup d'une quantité s.

367

Résistance d'un pilot.

Si l'enfoncement d'un pilot est continué aussi longtemps qu'il n'avance au dernier coup que d'une quantité s, on trouve la charge a R qui est capable d'enfoncer le pilot par l'équation :

21.

$$aR = a \left\{ -\frac{8\varepsilon}{1} + \left(Q + \frac{1}{2}q\right) \frac{1}{a} + \sqrt{\frac{2\varepsilon}{a1} \left[\frac{Q^2}{Q+q} h + (Q+q)s \right] + \left[\frac{8\varepsilon}{1} - \left(Q + \frac{1}{2}q\right) \frac{1}{a} \right]^2} \right\}$$

Si le battage du pilot est continué jusqu'au refus, la résistance en est :

$$aR = \left(Q + \frac{1}{2}q\right) + a \sqrt{\frac{2\varepsilon}{a1} \left(\frac{Q^2}{Q+q}\right) h + \frac{1}{a^2} \left(Q + \frac{1}{2}q\right)^2}$$

368

Rapport entre la longueur d'un pilot et le poids du mouton.

S'il s'agit d'enfoncer un pilot dans la terre au point que chaque centimètre de la section puisse porter une charge R, il faut employer au battage un montou dont le poids est en un certain rapport avec celui du pilot; ce rapport est déterminé par l'expression suivante dans la supposition que le battage ait lieu jusqu'au refus :

$$\frac{Q}{q} = \frac{R^2}{4\varepsilon \gamma h} \cdot 1 + \sqrt{1 + \frac{8\varepsilon h q}{a1 R^2}}$$

BOCARDS

369

Notations.

R rayon du cercle primitif à développer pour trouver la forme d'une came;

i nombre des cames qui agissent sur un pilon;

m nombre des pilons d'un bocard;

n nombre des rotations de l'arbre de came par minute;

h hauteur de chute;

t temps d'arrêt du pilon après la chute;

v vitesse d'élévation;

P poids du pilon ;

f coefficient de frottement pour le frottement des cames sur le pilon ;

E effet utile (kilogrammes-mètres) nécessaire à la marche du bocard.

Résultats du calcul.

$$v = \frac{h}{\frac{60}{i n} - \sqrt{\frac{2h}{g}} - t}$$

$$R = \frac{60 v}{2 \pi n}$$

$$n = \frac{60 \left(\frac{1}{i} - \frac{h}{2 R \pi} \right)}{\sqrt{\frac{2h}{g}} + t}$$

$$E = \frac{i n n P}{60} \left(h + \frac{1}{2} f \frac{h^2}{R} + 2 \frac{v^2}{2g} \right)$$

370

Machine d'extraction avec barils coniques.

(Unités : mètre, kilogramme.)

Soit :

H la profondeur du puits de la mine ;

l le poids (en kilogrammes) à élever dans chaque seconde ;

L la charge des tonneaux ;

T le poids du tonneau vide ;

S le poids du cordage (câble) de la longueur H ;

c la vitesse moyenne du mouvement des tonneaux dans une seconde ;

A le temps d'arrêt (en secondes), c'est-à-dire le temps de l'arrêt de la machine ou le temps du chargement et du déchargement ;

Ω l'aire de la section du câble (mètres carrés) ;

γ le poids d'un mètre cube de la matière dont se compose le câble. Pour une corde en chanvre $\gamma = 1500$, pour un câble en fil de fer $\gamma = 8000$;

- δ le diamètre d'une corde dont la section est égale Ω ;
 δ_1 le diamètre d'un câble en fil de fer (de 36 fils) dont la section est égale Ω ;
 R le grand rayon du cône du baritel;
 r le petit rayon du cône du baritel;
 α l'angle que forme le côté du cône avec son axe. Dans la règle $\alpha = 18^\circ$ à 20° ;
 n le nombre des rotations de l'arbre du baritel dans une minute;
 N_u l'effet utile (en chevaux-vapeur) de la machine motrice.

On obtient, au moyen de ces notations, les formules suivantes pour la détermination des valeurs qui précèdent :

1° La pause (temps d'arrêt) dépend de la charge des tonneaux. Dans la règle on peut adopter $\mathcal{A} = 20$ secondes;

2° La vitesse c des tonneaux peut être de 2 à 4 mètres, suivant qu'ils sont libres ou qu'ils sont guidés par des voies;

$$3^\circ \text{ Charge d'un tonneau. } L = l \left(\frac{H}{c} + \mathcal{A} \right)$$

$$4^\circ \text{ Poids ordinaire d'un tonneau. . . } T = L$$

$$5^\circ \text{ Section de la corde } \Omega = \frac{T + L}{\mathfrak{N} - \gamma H}$$

Il faut admettre : pour chanvre $\gamma = 1500$, $\mathfrak{N} = 1000000$; pour fil de fer $\gamma = 8000$, $\mathfrak{N} = 10000000$;

$$6^\circ \text{ Diamètre de la corde } \delta = \sqrt{\frac{4}{\pi} \frac{T + L}{\mathfrak{N} - \gamma H}}$$

$$7^\circ \text{ Diamètre du câble (36 fils de fer) } \delta = 10 \sqrt{\frac{T + L}{\frac{36\pi}{4} (\mathfrak{N} - \gamma H)}}$$

$$8^\circ \text{ Poids de la corde. } S = \Omega H \gamma$$

$$9^\circ \text{ Rapport des rayons du baritel. . } \frac{R}{r} = \frac{L + 2T + 2S}{L + 2T}$$

$$10) \text{ Grand rayon du cône du baritel } R = \sqrt{\frac{H \delta \sin \alpha}{\pi \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]}}$$

$$11) \text{ Petit rayon du cône du baritel. } r = \frac{R}{\left(\frac{R}{r} \right)}$$

$$12^{\circ} \text{ Côté d'un cône} \dots\dots\dots s = \frac{R - r}{\sin \alpha}$$

$$13^{\circ} \text{ Nombre des rotations du baritel} \\ \text{par minute} \dots\dots\dots n = \frac{60 c}{\pi (R + r)}$$

$$14^{\circ} \text{ Force (en chevaux) de la ma-} \\ \text{chine motrice} \dots\dots\dots N_s = \frac{L c \left(1 + \frac{1}{4}\right)}{75}$$

POMPES

(Unités : mètre et kilogramme.)

371

Quantité d'eau qui doit être fournie par la pompe.

Ordinairement cette quantité est donnée. La consommation d'eau potable et ménagère est pour chaque habitant d'une ville et par jour de 30 à 40 litres.

372

Rendement d'eau d'une pompe.

Le rapport entre la quantité d'eau qui est fournie en une seconde par un des cylindres d'une pompe et le volume qui est décrit par le piston en une seconde, varie selon que l'exécution est plus ou moins soignée : a) de 1 à 0.8 pour un cylindre à double effet; b) de 0.5 à 0.4 pour un cylindre à simple effet.

373

Vitesse du piston.

Cette vitesse doit être de 0.2 à 0.3 mètres pour les pompes bien construites; de 0.25 à 0.35 mètres pour les pompes imparfaitement exécutées.

374

Nombre des cylindres des pompes.

Le nombre convenable des cylindres de l'appareil d'élévation dépend de la hauteur d'élévation, de la quantité d'eau à élever et des circonstances locales. Ce nombre ne peut pas être déterminé par une règle générale.

375

Diamètre des cylindres.

Soit:

q la quantité d'eau (en mètres cubes) qui doit être fournie par seconde;

v la vitesse moyenne du piston;

D le diamètre d'un cylindre.

On a:

a) Si la quantité d'eau q doit être fournie par un cylindre à double effet ou par deux cylindres à simple effet, on a:

$$D = \sqrt{\frac{m}{\pi} \frac{4q}{v}}$$

b) Si l'eau doit être fournie par un cylindre à simple effet:

$$D = 1.41 \sqrt{\frac{m}{\pi} \frac{4q}{v}}$$

Il y a lieu d'admettre:

Pour des pompes parfaites . . .	m = 1.1
— — bien exécutées . . .	m = 1.15
— — ordinaires . . .	m = 1.20

376

Tuyau d'aspiration et de refoulement.

La vitesse de l'eau dans ces tuyaux est ordinairement de 1 à 1.2 mètres. Mais il est convenable de prendre cette vitesse plus grande si l'on veut diminuer les frais de construction, et plus petite si l'on veut ménager la force motrice disponible.

Soit :

u la vitesse de l'eau dans le tuyau ;

q la quantité d'eau (en mètres cubes) qui est fournie par seconde ;

d le diamètre des tuyaux.

On a :

$$d = \sqrt{\frac{4q}{\pi u}}$$

377

Résistance du frottement.

Soit :

L la longueur totale des tuyaux ;

z la hauteur de la colonne d'eau qui correspond au frottement de l'eau contre les parois ;

u, q, d comme précédemment : la vitesse, la quantité d'eau et le diamètre ;

$\alpha = 0.00001733$ }
 $\beta = 0.0003483$ } deux coefficients d'expérience ;

On a :

$$z = L \frac{4}{d} (\alpha u + \beta u^2)$$

Les valeurs de $\alpha u + \beta u^2$, pour diverses valeurs de u , sont contenues dans le tableau 164.

378

Force motrice.

Soit :

h la hauteur à laquelle l'eau doit être élevée ;

N_u l'effet utile que la machine motrice doit développer ; les autres notations sont les mêmes que celles du numéro précédent.

On a :

$$\begin{array}{ll} \text{Pompes parfaites} & 75 N_u = \left(1 + \frac{1}{10}\right) 1000 q (h + z) \\ \text{— bonnes ordinaires.} & 57 N_u = \left(1 + \frac{2}{10}\right) 1000 q (h + z) \\ \text{— ordinaires} & 75 N_u = \left(1 + \frac{2.5}{10}\right) 1000 q (h + z) \end{array}$$

Soupapes.

La section des soupapes doit être égale à la section du tnyan d'aspiration ou de refoulement. La forme des soupapes a été déterminée au numéro 111.

Pompes d'épuisement avec machines à vapeur.

(Unités : mètre, kilogramme.)

Les règles suivantes pour la détermination des dimensions principales d'une machine d'épuisement se rapportent à une machine à vapeur à simple effet, à détente et à condensation qui agit directement et sans balancier aux tirants ou maitresses-tiges des pompes.

Notations.

- O aire de la section du cylindre à vapeur;
 l course de piston;
 l_1 partie de la course jusqu'à la détente;
 m coefficient de l'espace nuisible (voir page 288);
 ξ partie de la course du piston jusqu'au maximum de la vitesse ou jusqu'au moment de l'équilibre entre la force et la résistance;
 p pression de la vapeur dans le cylindre sous le piston jusqu'à la détente sur 1 mètre carré;
 α, β coefficients pour la détermination de la densité de la vapeur (voir page 288);
 r_1 (montée) } résistance nuisible, réduite sur un mètre carré
 r (descente) } de la surface de piston, qui s'oppose au mouvement du piston;
 W_1 (montée) } résistance occasionnée par les pompes;
 W (descente) }
 V_1 (montée) } vitesse moyenne;
 V (descente) }
 C vitesse maxima de la course de piston (montée);
 p durée de l'arrêt;
 $\mathcal{T}$ durée de la course de piston;
 q quantité d'eau (en mètres cubes) qui doit être élevée moyennement par seconde;
 Ω section d'un piston de pompe;

S quantité de vapeur qui agit en moyenne par seconde sur la machine;

L poids de l'attirail des tiges et des corps qui y sont attachés;

L_1 contrepoids nécessaire pour régulariser les mouvements de la montée et de la descente.

Règles.

1° Durée de la course de piston :

$$\tau = l \left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V} + \frac{p}{l} \right)$$

Ordinairement on peut prendre : $V_1 = 1.5$, $V = 0.3$, $p = 10^6$, $l = 2 \text{ à } 3^m$

2° Section de la pompe :

$$\Omega = q \frac{\tau}{l}$$

3° Résistances W , W_1 ; elles doivent être calculées d'après la hauteur d'aspiration et de refoulement et d'après la section Ω . Le frottement doit être porté en compte.

4° Section du cylindre à vapeur :

$$O = \frac{W + W_1}{\left(\frac{\alpha}{\beta} + p \right) \left(\frac{K}{l l_1} \right) - \left(\frac{\alpha}{\beta} + r + r_1 \right)}$$

Ordinairement on peut prendre : $r_1 = 4000$, $r = 1000$, $\frac{\alpha}{\beta} = 3017$.

La signification du symbole $\left(\frac{K}{l l_1} \right)$ est :

$$\left(\frac{K}{l l_1} \right) = \frac{l_1}{l} + \left(\frac{l_1}{l} + m \right) \lognat \frac{l + m l}{l_1 + m l}$$

$$\text{pour } \frac{l_1}{l} = \frac{3}{4} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{5}$$

$$\text{on a } \left(\frac{K}{l l_1} \right) = 0.958 \quad 0.846 \quad 0.685 \quad 0.568 \quad 0.535$$

5° Chemin que parcourt le piston jusqu'à ce qu'il y ait équilibre entre la force et la résistance :

$$\xi = 1 \left\{ \frac{\frac{l_1}{1} + m}{\left(\frac{K}{1 l_1} \right)} - m \right\}$$

Ordinairement on peut prendre : $m = 0.05$. La signification du symbole $\left(\frac{K}{1 l_1} \right)$ est indiquée dans la règle 4.

6° Différence des poids L et L_1 :

$$L - L_1 = W + O r$$

7° Somme des poids L et L_1 :

$$L + L_1 = \frac{2 g \xi}{C^2} O \left(\frac{a}{\beta} + p \right) \left[\left(\frac{K}{\xi l_1} \right) - \left(\frac{K}{1 l_1} \right) \right]$$

Ordinairement on peut prendre : $c = 2.5$. La signification du symbole $\left(\frac{K}{\xi l_1} \right)$ est :

$$\left(\frac{K}{\xi l_1} \right) = \frac{l_1}{\xi} + \left(\frac{l_1}{\xi} + \frac{m l}{\xi} \right) \lognat \frac{\xi + m l}{l_1 + m l}$$

$$\text{pour } \frac{l_1}{\xi} = \frac{3}{4} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{4}$$

$$\text{on a } \left(\frac{K}{\xi l_1} \right) = 0.958 \quad 0.846 \quad 0.685 \quad 0.568$$

8° Détermination des poids L et L_1 . On a :

$$L = \frac{(L + L_1) + (L - L_1)}{2}$$

$$L_1 = \frac{(L + L_1) - (L - L_1)}{2}$$

POMPES A INCENDIE

381

Les tableaux suivants contiennent les dimensions et données principales de cinq pompes à incendie, chacune avec deux cylindres à simple effet et avec réservoir d'air.

Désignation des pièces et objets.	Pompes sur roues.			Pompes à bras.		
	N° 1	N° 2	N° 3	N° 1	N° 2	
Nombre des hommes qui agissent sur la pompe	36	18	10	2	1	ouvriers
Diamètre du corps de pompe	21	18	15	10	8	centimèt.
Course de piston	30	27	22	15	12	—
Hauteur du piston (en laitton)	12	11	10	9	8	—
Hauteur du corps de pompe	45	41	35	26	22	—
Vitesse de piston par une seconde	0·48	0·41	0·40	0·30	0·27	mètres
Quantité d'eau qui est chassée par seconde	11	7	4·6	1·5	1	litres
Ouverture du tuyau à double rotation	24	20	17	11	9	millimèt.
	21	18	15	10	8	—
Ouverture du tuyau de cuir ou de toile	29	25	21	14	11	—
	21	18	15	10	8	—
Hauteur du jet d'eau	36	30	26	17	14	mètres
Diamètre inférieur de la soupape	10	9	7	5	4	centimèt.
Diamètre supérieur de la soupape	12	11	8·7	6·5	5·3	—
Angle du côté du cône avec son axe	45°	43°	39°	36°	34°	degrés
Contact de la soupape, mesuré le long du cône	1·5	1·45	1·35	1·25	1·20	centimèt.
Hauteur du corps de la soupape	1·06	1·06	1·05	1·01	1·0	—
Longueur des tuyaux de cuir ou de toile	30	30	30	15	15	mètres
	40	40	40			

Désignation des pièces et objets.	Pompes sur roues.			Pompes à bras.		
	N° 1	N° 2	N° 3	N° 1	N° 2	
Diamètre de la vis des rac- cords	7	6	5	4	4	centimèt.
Diamètre des tuyaux de cuir	8	7	6	5	5	—
Longueur de la lance depuis la courbure jusqu'à l'orifice	94	80	67	45	40	—
Diamètre de la lance	4.5	4.5	4.5	3	3	—
Tension de l'air dans le ré- servoir d'air	5.4	4.0	3.4	2.0	1.6	atmosph.
Diamètre du réservoir d'air.	31	27	22	15	12	centimèt.
Hauteur du réservoir d'air .	80	72	60	50	40	—
Quantité d'eau contenue dans le réservoir d'eau	1000	630	414	135	90	litres
Hauteur du bord de ce ré- servoir au-dessus du fond.	114	114	100	—	—	centimèt.
Diamètre des roues d'arrière	120	120	120	—	—	—
Diamètre des roues d'avant.	81	81	81	—	—	—
Ecartement des axes des corps de pompe	80	72	60	50	40	—
Ecartement des bras (leviers).	400	360	300	200	160	—

SCIES POUR BOIS

(Unités : mètre et kilogramme.)

A) A trait de scie droit.

Les dimensions, la vitesse du mouvement et la grandeur de la force motrice dépendent de la qualité du bois à scier; il y a donc lieu de distinguer : a) scies pour planches en bois tendre; b) scies pour bois dur; c) scies pour placage.

Le relevé suivant renferme les données principales pour ces trois sortes de scies :

	Scies pour planches		Scies pour placage.
	bois mou.	bois dur.	
1° e division de la scie, c'est-à-dire la distance des pointes de deux dents consécutives	0'04 à 0'05	0'03 à 0'04	0'008 à 0'010
2° t profondeur du creux entre deux dents consécutives	0'024 0'030	0'018 0'024	0'005 0'006
3° m rapport entre l'aire d'un creux et l'aire e t qui correspond à une division	0'75	0'65	0'65
4° i rapport entre le volume des copeaux ou de la sciure et le volume du bois d'où ils proviennent	5'5	5	4
5° Epaisseur de la lame	0'0015 0'0020	0'0015 0'0020	0'0003 0'00035
6° Largeur du trait de scie	0'0030 0'0040	0'0030 0'0040	0'0006 0'007
7° Largeur de la lame	0'120 0'160	0'120 0'160	0'060 0'080
8° L'étendue de la denture. Elle doit être du double du bloc de bois à scier. Cette longueur est généralement	1'2" à 1'6"	1'2 à 1'6	1'2 à 1'6
9° r rayon de la manivelle au moins de la demi-hauteur du bloc. Ordinairement r	0'30 0'50	0'30 0'50	0'30 0'60
10° Rapport entre le rayon r de la manivelle et la hauteur h du bloc à scier	0'60 à 0'70	0'60 à 0'70	0'60 à 0'70
11° e l'avancement du chariot à bloc après chaque trait:			

$$e = 2 t \left(\frac{m}{i} \right) \left(\frac{r}{h} \right)$$

L'avancement est ordinairement . . .	0'0043	0'0028	0'0006
	à	à	à
	0'0063	0'0044	0'0008

12° Tangente de l'angle φ que la ligne de la pointe des dents forme avec la direction du mouvement de la scie :

$$\tan \varphi = \frac{e}{2r}$$

	Scies pour planches		Scies pour placage.
	bois mou.	bois dur.	
Tang q est ordinairement	$\left\{ \begin{array}{l} 0\ 007 \\ 0\ 006 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 0\ 005 \\ 0\ 0044 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 0\ 001 \\ 0\ 0007 \end{array} \right.$
13° n nombre des traits de scie par minute	$\left\{ \begin{array}{l} 80 \\ \text{à} \\ 200 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 80 \\ \text{à} \\ 200 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 180 \\ \text{à} \\ 200 \end{array} \right.$

14° Aire de la surface sciée par heure:

$$60 \times n \times \varepsilon \times h$$

En prenant les valeurs suivantes:

Pour bois dur:

$$\varepsilon = 0\ 0036 \quad n = 100 \quad h = 0\ 4$$

Pour bois tendre:

$$\varepsilon = 0\ 0053 \quad n = 100 \quad h = 0\ 4$$

Pour placage:

$$\varepsilon = 0\ 0007 \quad n = 200 \quad h = 0\ 4$$

on a la surface sciée par heure $13^m \square \quad 9^m \square \quad 3\ 4^m \square$

15° Surface sciée par cheval et par-heure:

a) Si les dents sont bien formées et acérées $3^m \square \quad 2^m \square \quad 8^m \square$

b) Si les dents ont la forme ordinaire de même que l'aiguisement $2^m \square \quad 1\ 5^m \square \quad 7^m \square$

16° q poids du cadre de la scie, ordinairement 400 kilog. 400 kilog.

17° Q le contrepoids qu'il faut adapter au volant si la scie est mue verticalement:

$$Q = \frac{r}{\rho} \left(q - \frac{1}{2} \frac{60 \times 75}{2} \frac{N}{r n} \right)$$

Dans ce cas N est l'effet utile de la machine motrice (en chevaux-vapeur); n le nombre des traits de scie par minute; ρ la distance du centre de gravité du contrepoids à partir de l'axe de rotation; si cette expression est négative, il faut placer le contre-

poids dans le rayon dans lequel se trouve le bouton de la manivelle. Si cette expression est positive, il faut placer le contrepoids vis-à-vis du bouton de manivelle.

On a ordinairement pour les scies à planches :

$$N = 4 \quad n = 100 \quad r = 0.36 \quad q = 400$$

et alors devient :

$$Q = 275 \text{ kilogrammes} \times \frac{r}{\rho}$$

18° Poids du volant G. Vitesse à la circonférence du volant V (en mètres et secondes) :

$$G \frac{V^2}{2g} = \frac{500 \times 75 N}{n}$$

19° L'aiguisement des dents de la scie doit avoir lieu aux surfaces extérieures des dents et aux arêtes inférieures sur le devant.

B) Scies circulaires.

Les scies circulaires sont employées de préférence pour scier des bois minces. Elles ne peuvent pas être employées pour scier des arbres épais, par la raison que le disque de la scie devrait être démesurément grand. Pour les placages les scies circulaires ne sont pas à recommander parce que le trait de scie devient trop large et qu'alors on obtient une quantité moindre de placages qu'avec des scies minces droites. Les données principales pour une scie circulaire sont :

Pas de la division	= 0.02 à 0.03
Creux des dents	= 0.014 à 0.02
Epaisseur de la lame	= 0.002 à 0.003
Largeur du trait de scie . . .	= 0.003 à 0.004
Diamètre de la scie	= 0.5 à 0.7
Nombre des tours par minute.	= 250 à 300
Surface sciée par cheval-vapeur et par heure	= 4 à 6 mètr. carrés

MOULINS A FARINE

383

Poids de diverses sortes de blés.

1 litre d'orge	586 à 625 grammes	
— de seigle.	683 à 722	—
— de froment.	742 à 781	—
— d'épeautre	430	—
— d'avoine	410 à 488	—

384

Rapport entre la farine, le son et le déchet.

Le tableau suivant contient une série d'expériences sur la fourniture des moulins dans divers pays.

Désignation des pays.	100 kilogrammes de blés donnent			Observations.
	farine.	son.	déchet	
	Kilogram.	Kilogram.	Kilogram.	
France	75	23	2·0	Monture en grosse. Monture économique.
Id.	77	22	1·0	
Autriche	77·5	15·5	7·0	
Id.	80·4	16	3·6	
Amérique	75·4	22	3·0	
Pomméranie.	83	14	2·8	
Danzick	86	10	3·7	
Bavière.	85	10	4·0	
Moyenne . .	80	16	4·0	

Données d'expérience relatives aux moulins à farine.

Soit :

D le diamètre de la meule (en mètres);

n le nombre des tours de la meule par minute;

L la quantité de blés (en litres) qui est moulinée par heure;

N la force motrice (en chevaux-vapeur) nécessaire pour faire marcher les meules et les diverses machines auxiliaires.

Par la comparaison du produit d'une grande quantité de moulins, on a trouvé les rotations suivantes :

$$N = \frac{L}{42} = 2.66 D = \frac{480}{n}$$

$$D = \frac{L}{112} = \frac{1}{2.66} N$$

$$n = \frac{20160}{L}$$

Vitesse à la circonférence de la meule par seconde = 9.42 mètres.

D'après ces règles on trouve :

L = 42	84	126	168	215	litres
D = 0.375	0.750	1.12	1.50	1.92	mètres
n = 480	240	160	120	96	tours
N = 1	2	3	4	5	chevaux-vapeur

Les nouveaux moulins perfectionnés ont ordinairement des meules d'un diamètre de 1.5 mètres qui font 120 tours par minute. Une telle paire de meules exige une force de 4 chevaux et moule 168 litres de blés par heure, donc 42 litres par cheval et par heure.

Le rendement, la vitesse et la force motrice des diverses machines auxiliaires employées dans les moulins (pl. XXXIX).

Désignation des machines.	Produit par heure en litres.	Force motrice en chevaux- vapeur.	Vitesse des pièces principales
Machines préparatrices.			
1 ^o Machine à nettoyer avec cylindres en treillis de fil de fer pour purifier les blés de paille, de terre, pierres, etc.	1000	0.25	—
Rotations du cylindre par minute	—	—	25
2 ^o Machine à nettoyer avec deux battenes et un ventilateur. . .	670	0.20	—
Rotations des axes des battenes	—	—	120
Rotations de l'ailette	—	—	60
3 ^o Machine à nettoyer avec pierres, brosses, ailettes (ramonerie) . .	670	1.00	—
Tours de la meule par minute. . .	—	—	170
Tours de la brosse par minute . .	—	—	170
Tours de l'ailette par minute. . .	—	—	340
Machine à nettoyer les blés avec cylindre frotteur vertical et cylindre incliné, en fer blanc, pour enlever les grains de semence, de <i>Cartier</i>	400	1.00	—
Tours par minute du cylindre vertical	—	—	280
Tours par minute du cylindre incliné, en fer blanc.	—	—	28
Comprimeur	1000	1.00	—
Rotations par minute du cylindre d'alimentation	—	—	5.5
Rotations par minute du cylindre de compression	—	—	30

Désignation des machines.	Produit par heure en litres.	Force motrice en chevaux- vapeur.	Vitesse des pièces principales
Farine.			
Tamis à brosse	31	0.1	?
Tamis à cylindre avec bourse:			
Rotations par minute	—	—	24
Force motrice	—	0.13	—
Rendement avec une surface de	600	—	—
tamis de 24 mètres carrés . . .	800	—	—
Tamis de semoule	—	0.1	24
Machine de transport.			
Tire-sac	—	2	1.5 ^m
Machine à élever (hauteur h) . .	9000	$\frac{h}{36}$	1.3
Machine à conduire avec vis . .	1000	1	25

FABRICATION DU PAPIER

(Pl. XL.)

387

Rapport entre le produit brut et le produit manufacturé.

100	kilog.	de chiffons de 1 ^{re} sorte	donnent	70	kilog.	de papier à lettre.
100	—	—	2 ^o	—	70	— papier à écrire.
100	—	—	3 ^o	—	70	— pap. à impression.
100	—	—	4 ^o	—	64	— pap. à emballage.

388

Travail des cylindres à papier.

Un cylindre à demi-pâte et un cylindre à pâte fournissent dans les 12 heures de travail la quantité suivante de pâte préparée :

Pâte préparée pour papier à lettre	=	103 kilogr.
— — — à écrire	=	167 —
— — — à impression	=	167 —
— — — d'emballage	=	203 —

389

Travail de la machine à papier.

Une machine à papier fournit en 12 heures de travail :

Papier à lettre	310 kilogrammes
Papier à écrire	500 —
Papier à impression	500 —
Papier d'emballage	610 —

390

Personnel.

Une fabrique avec 6 ou 8 cylindres exige le personnel suivant :

Assortiment des chiffons	28 ouvriers
Salle des cylindres	2 —
Salle des machines	3 —
Assortiment du papier	14 —
Buanderie	2 —
Chauffage	1 —

Total . . . 50 ouvriers

391

Les cylindres à papier.

Longueur d'une cuve de cylindre	3.3 mètres
Largeur —	1.35 —
Profondeur —	0.53 —
Diamètre du tambour —	0.68 —
Largeur — —	0.68 —

Nombre des couteaux d'un tambour	{ cylindre à demi-pâte	36
	— à pâte . . .	48
Nombre des tranchants du fond . .	{ — à demi-pâte	12
	— à pâte . . .	16
Nombre des tours du tambour par	{ — à demi-pâte	166
minute	— à pâte . . .	200
Nombre des tambours par machine		6 à 8
Force motrice pour un cylindre		4 à 3

392

Cuves de pâte.

Nombre de ces cuves par machine	2
Diamètre d'une cuve	3-20
Hauteur —	1-22
Nombre des tours d'un méloir par minute	3-5
Hauteur de la cuve au-dessus du fond de la salle des machines (parquet).	1-5

393

Machine à papier.

Longueur de la machine	12-4 mètres
Largour de la machine	2 —
Distance de la machine au mur	2 —
(Quant aux détails des dimensions voir la planche XL.)	
Nombre des tours de la trémie par minute	162 à 324
Nombre des coups de la trémie de nœuds . . .	250 à 350
Vitesse du papier par seconde	0-13 à 0-15"
Force motrice (on chevaux)	3 à 4

394

Pompe à eau.

Quantité d'eau nécessaire par minute pour un cylindre à papier (pâte et demi-pâte), ensemble 0-14 mètres cubes

Quantité d'eau nécessaire pour la machine . 0-14 —

Si la pompe a un cylindre à double effet ou deux cylindres à simple effet, et si elle doit servir pour 1 machine et 6 cylindres à papier, il faut adopter :

Diamètre du piston 0-2 mètres

Vitesse du piston 0-3 —

395

Appareil d'aspiration avec cloches.

Volume d'air qui doit être aspiré par minute	1'4 mètres cubes
Hauteur du niveau d'eau intérieur au-dessus de l'extérieur, au maximum	0'3 mètres
Nombre des cloches	3 —
Diamètre d'une cloche	0'24 —
Diamètre des manivelles	0'25 —
Longueur de la machine	1'15 —
Largeur de la machine	0'5 —
Hauteur jusqu'à l'axe des manivelles	3 —

396

Chaudière pour une fabrique à 6 cylindres et 1 machine.

Pour le chauffage des ateliers en hiver	6 chevaux
Pour le séchage du papier sur la machine	2 —
Pour le service de la buanderie	1 —

397

Grandeur des localités pour une fabrique avec 6 à 8 cylindres et avec 1 machine.

Localités.	Longueur. Mètres.	Largeur. Mètres.	Hauteur. Mètres
Salle des cylindres (6 à 8 cylindres) . .	10	11	3'7
Salle pour 1 machine	18	6	3'7
Salle pour assortir les chiffons	18	6	3'7
Salle pour assortir le papier	18	6	3'7

FILATURE DE COTON

398

Numérotage des fils.

La finesse des fils est indiquée dans les résultats suivants sur la filature du coton d'après le numérotage français.

Division française.

1 échevan = 10 échevettes = 700 tours de dévidoir = 1000 mètres
1 échevette = 70 tours de dévidoir = 100 mètres
1 tour de dévidoir = 1.428 mètres

Division anglaise.

1 hank = 7 leys = 560 tours de dévidoir = 840 yards = 2520' anglais
1 ley = 80 tours de dévidoir = 120 yards = 360' anglais
1 tour de dévidoir = 1.5 yards = 4.5' anglais

Réduction des numéros de fils anglais en numéros français, et vice versa.

Les numéros de fils anglais doivent être multipliés par 0.847 pour obtenir les numéros correspondants français.

Les numéros français doivent être multipliés par 1.180 pour obtenir les numéros anglais.

Le tableau suivant donne pour chaque numéro anglais le numéro français correspondant, et vice versa.

N° anglais.	N° français.	N° anglais	N° français.	N° anglais.	N° français.	N° anglais.	N° français.
2	1·7	26	22·1	58	49·3	90	76·5
3	2·55	28	23·8	60	51	100	85
4	3·4	30	25·5	62	52·7	110	93·5
5	4·25	32	27·2	64	54·4	120	102
6	5·1	34	28·9	66	56·1	130	110·5
7	5·95	36	30·6	68	57·8	140	119
8	6·8	38	32·3	70	59·5	150	127·5
9	7·65	40	34	72	61·2	160	136
10	8·5	42	35·7	74	62·9	170	144·5
12	10·2	44	37·4	76	64·6	180	153
14	11·9	46	39·1	78	66·3	190	161·5
16	13·6	48	40·8	80	68	200	170
18	15·3	50	42·5	82	69·7	220	187
20	17	52	44·2	84	71·4	240	204
22	18·7	54	45·9	86	73·1	260	221
24	20·4	56	47·6	88	74·8	280	238

399

Longueur des fibres des divers cotons.

	Longueur des fibres en millimètres.
Smyrne, Kirkalaz, Macédoine, Kiniek	16 à 18
Louisiane, Nouvelle-Orléans, Manille, Caroline, petite de Georgie	18 à 23
Grande de Georgie, Motril, Suriname, Barbados, Caracas	25 à 29
Mako, Fernambuk	32 à 38

400

Travail des batteurs, des cardes, des laminoirs en 12 à 13 heures.

Un welou (loup) rend en 12 à 13 heures de travail	2000 kilogr.
Un batteur éplucheur	700 —
Un batteur étaleur	700 —
Une carde en gros ou en fin simple de 0·57 ^m de largeur	12 —
Une carde en fin double ou une carde en gros de 0·97 ^m de largeur	20 —
Une tête de laminoir	30 —

Pour trouver le nombre des têtes de laminoir qui sont nécessaires pour une certaine production journalière, il faut diviser la produc-

tion journalière (exprimée en kilogrammes) par les nombres 30, 15, 10, 7.5 si l'étirage a lieu une, deux, trois ou quatre fois.

401

Résultats à l'égard des bancs à broches.

Le tableau suivant contient les données les plus importantes pour les machines des bancs à broches pour des fils de diverses finesses.

La première colonne verticale contient les numéros des fils qui doivent être fournis par les métiers après l'opération de la filature.

Dans la division A se trouvent les numéros des mèches qui sont à fournir pour des fils de diverse finesse par les bancs à broches. Des numéros 10 à 70 il faut employer 2 bancs à broches, des numéros 70 à 150 il en faut 3.

La division B donne le nombre des tours que les bobines de la première, de la seconde et de la troisième banc à broches doivent faire dans une minute.

La division C donne le nombre des torsions que les mèches de la première, de la deuxième et de la troisième banc à broches doivent recevoir sur un mètre de longueur.

La division D donne les rendements en kilogrammes et en 12 heures de travail d'une broche de la première, deuxième et troisième machine.

Les nombres, contenus dans les divisions B, C, D, ont été calculés par les formules empiriques suivantes :

$$n = 425 + 25 \mathfrak{N}$$

$$Z = 148 \sqrt{\frac{\mathfrak{N}}{10 + 0.2 \mathfrak{N}}}$$

$$L = 0.36 \frac{n}{\mathfrak{N} Z}$$

Dans ces formules les notations sont :

$\mathfrak{N}$ le numéro de la mèche ;

$\mathfrak{N}$ le numéro du fil ;

n le nombre des rotations d'une broche par minute ;

Z le nombre des torsions d'une mèche du numéro $\mathfrak{N}$ sur 1 mètre de longueur ;

L le rendement en kilogrammes et en 12 heures de travail d'une broche.

402

Banc à broches.

Numéros des fils.	A Numéros des mèches.			B Rotations des broches (par minute).			C Rendement d'une broche (en kilogr. et en 12 heures).			D Torsions par 1 mètre de longueur.		
	Banc à broches. N° I.	Banc à broches. N° II.	Banc à broches. N° III.	Banc à broches. N° I.	Banc à broches. N° II.	Banc à broches. N° III.	N° I.	N° II.	N° III.	N° I.	N° II.	N° III.
10	0-33	1	—	433	450	—	19-270	3-760	—	24-5	43	—
20	0-66	2	—	441	475	—	7-480	1-520	—	32-1	56	—
30	1-00	3	—	460	500	—	4-360	0-937	—	37	64	—
40	1-33	4	—	458	525	—	3-100	0-674	—	40	70	—
50	1-66	5	—	466	550	—	2-350	0-634	—	43	74	—
60	2-00	6	—	475	575	—	1-900	0-447	—	45	77	—
70	2-33	7	—	483	600	—	1-622	0-386	—	46	80	—
80	1	4	8	450	525	625	5-586	0-814	0-368	29	58	82
90	1-1	4-5	9	452	537	650	5-101	0-734	0-309	29	59	84
100	1-2	5	10	455	550	675	4-522	0-660	0-282	30	60	86
110	1-4	5-5	11	460	562	700	3-815	0-603	0-263	31	61	87
120	1-5	6	12	463	575	725	3-584	0-556	0-247	31	62	88
130	1-6	6-5	13	466	587	750	3-346	0-516	0-233	31	63	89
140	1-7	7	14	467	600	775	3-190	0-419	0-221	31	63	90
150	1-8	7-5	15	470	612	800	3-032	0-466	0-211	31	63	91

403

Vitesse et fourniture des broches (dites Trostle).

Soit :

N le numéro du fil qui est à faire ;

n le nombre des rotations d'une broche par minute ;

L la fourniture d'une broche (en kilogrammes et en 12 heures).

On a :

$$L = \frac{3}{400} \frac{n}{N^2}$$

Ordinairement le nombre des rotations par minute est égal à 4000, et alors on a :

Pour N =	10	20	30	40	50
L =	0.30	0.075	0.033	0.020	0.012

404

Machine à tube ou Rota-frotteur.

Numéro de la mèche = 0.33

Vitesse des tubes par minute = 400 tours

Travail d'un tube en 12 heures de travail . = 15 kilogrammes

405

Mule-Jenny.

Le tableau suivant contient les données les plus importantes sur les Mule-Jenny.

La première colonne verticale contient les numéros des fils, la deuxième colonne indique la longueur des filaments élémentaires du coton pour filer des numéros de diverses finesses.

La troisième colonne verticale donne le nombre des rotations de la broche par minute. On a toujours indiqué deux vitesses du numéro 100 à 150; la première est le nombre des rotations des broches pendant l'avance du chariot, la dernière le nombre des tours des broches pour l'arrière-torsion, quand le chariot a cessé son mouvement. La quatrième colonne et la cinquième donnent le nombre des torsions sur 1 mètre de longueur de fil pour chaîne et trame.

La cinquième colonne et la sixième renferment le produit d'une broche en 12 heures de travail.

Ce tableau a été calculé au moyen des formules empiriques suivantes :

$$\lambda \text{ longueur des filaments du coton pour fil du numéro } N \dots\dots\dots = \sqrt[3]{437 N - 1626}$$

$$\text{Torsion sur 1 mètre de longueur de fil de chaîne} = 900 \sqrt{\frac{N}{\lambda}}$$

$$\text{Torsion sur 1 mètre de longueur de fil de trame} = 720 \sqrt{\frac{N}{\lambda}}$$

$$\text{Produit d'une broche (chaîne) en 12 heures} = \frac{13}{N^{1.66}}$$

$$\text{Produit d'une broche (trame) en 12 heures} = \frac{16}{N^{1.66}}$$

406

Métiers Mule-Jenny.

Numéro du fil.	Longueur des fibres en millimètres.	Rotations des broches par minute.	Torsions sur 1 mètre de longueur.		Produit d'une broche en 12 heures.	
			Chaîne.	Trame.	Chaîne.	Trame.
					Kilogrammes	Kilogrammes
10	14	4200	796	637	0.2840	0.355
20	20	4000	900	720	0.0900	0.112
30	23	3800	981	785	0.0465	0.058
40	25	3600	1053	842	0.0285	0.036
50	27	3400	1107	885	0.0197	0.024
60	29	3200	1143	914	0.0146	0.018
70	30	3000	1197	948	0.0112	0.014
80	32	2800	1224	979	0.0090	0.012
90	33	2600	1260	1008	0.0074	0.00925
100	35	2400	1278	1022	0.0062	0.00775
		4800				
110	36	2200	1305	1044	0.0053	0.00662
		4400				
120	37	2000	1332	1065	0.0046	0.00575
		4000				
130	38	1800	1359	1087	0.0040	0.00500
		3600				
140	39	1600	1377	1102	0.0037	0.0046
		3200				
150	40	1400	1395	1116	0.0032	0.0040
		2800				

407

Force motrice pour les machines d'une filature de coton, inclusivement la transmission.

Chevaux-vapeur.

Batteur éplucheur double avec un ventilateur	3
Batteur étaleur avec 1 batteur et un ventilateur	2
Carde simple de 0.57 mètres de largeur	0.13
Carde double de 0.97 mètres de largeur	0.22
Carde de déchets de 0.97 mètres de largeur	0.29
Une tête de laminoir	0.041
Une broche de banc à broches pour mèches de n° 0.5 à 2	0.0085
Une broche de banc à broches pour mèches de n° 2 à 6	0.0073
Une broche de banc à broches pour mèches de n° 6 à 12	0.0063
Une bobine à tube	0.0238
Une broche d'un métier, nommée Trostle	0.0095
Une broche d'un métier, nommée Mule-Jenny	0.00228

408

Espace pour l'établissement des machines d'une filature de coton.

On obtient l'espace nécessaire pour le montage des machines d'une filature si l'on multiplie les nombres contenus dans le tableau suivant avec le nombre des machines ou des organes.

Espace exigé,
Mèt. carrés.

Batteur éplucheur avec deux ailettes	11.4
Batteur étaleur	10"
Carde en fin ou en gros de 0.97 mètres de largeur	9
Une réunisseuse	2.6
Une machine pour repasser les cardes	5.1
Une tête de laminoir à 5 cylindres	0.6
Une broche de banc à broches pour mèches de n° 0.5 à 2	0.3
Une broche de banc à broches pour mèches de n° 2 à 4	0.2
Une broche de banc à broches pour mèches de n° 4 à 6	0.15
Une broche de banc à broches pour mèches de n° 8 à 12	0.12
Une bobine à tube	0.54
Une broche d'un métier, nommée Trostle	0.09

				Espace exigé. Mèt carrés.
Une broche d'un métier Mule-Jenny pour fil de n° 10 à 20				0.117
—	—	—	20 à 40	0.105
—	—	—	40 à 60	0.093
—	—	—	60 à 100	0.081

409

Explications des trois tableaux suivants.

Au moyen des données précédentes il n'y a aucune difficulté de déterminer pour une production journalière les machines, les outils nécessaires, ainsi que la force motrice et l'espace d'emplacement; cependant on arrive au but d'une manière plus simple si l'on se sert des trois tableaux suivants qui mettent sous les yeux les rapports de production des divers fils.

410

Machines pour filer par jour 100 kilogrammes de fil de chaîne.

Désignation des machines ou outils.	Nombre des machines ou des organes pour produire les fils des numéros suivants :								
	10	20	30	40	60	80	100	120	140
Batteurs épl. .	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	—	—	—
Batteurs éta- leurs.	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	—	—	—
Cardes en gros de 0.97 ^m de largeur	5	5	5	5	5	5	5	5	5
Cardes en fin de 0.97 ^m de largeur	—	—	5	5	5	5	5	5	5
Têtes de lami- noirs.	6	6	10	10	10	10	13	13	13
Banc à broches n° 1, broches	5	13.3	22.9	32.2	52.6	17.9	22.1	27.8	31.3
Banc à broches n° 2, broches	26.6	65.8	106	148	223	122	151	179	205
Banc à broches n° 3, broches	—	—	—	—	—	279	354	405	452
Mule-Jenny, broches	353	1111	3150	3510	6850	11111	16130	21740	27090

Force motrice nécessaire pour produire journellement 100 kilogrammes de fil de chaîne (Mule).

Désignation de la machine.	Force motrice (en chevaux-vapeur) pour filer les numéros suivants :									
	10	20	30	40	60	80	100	120	140	
Batteurs épilateurs	0.428	0.428	0.428	0.428	0.428	0.428	—	—	—	
Batteurs étaleurs	0.286	0.286	0.286	0.286	0.286	0.286	—	—	—	
Cardes en gros de 0.97 mètres de largeur	1.100	1.100	1.100	1.100	1.100	1.100	1.100	1.100	1.100	
Cardes en fin de 0.97 mètres de largeur	—	—	1.100	1.100	1.100	1.100	1.100	1.100	1.100	
Laminoirs	0.246	0.246	0.410	0.410	0.410	0.410	0.533	0.533	0.533	
Banc à broches n° 1.	0.043	0.113	0.195	0.274	0.447	0.152	0.188	0.236	0.266	
Banc à broches n° 2.	0.226	0.559	0.774	1.080	1.628	0.891	1.102	1.307	1.497	
Banc à broches n° 3.	—	—	—	—	—	1.758	2.230	2.552	2.848	
Broches (Mule-Jenny)	0.800	2.533	4.902	8.000	19.18	25.33	36.78	49.57	61.76	
Force motrice totale pour 100 kilogram.	3.129	5.265	9.195	12.678	24.579	31.455	43.033	56.398	69.104	
Nombre des broches par 1 cheval. . . .	112	210	233	280	280	336	374	385	400	

Espace pour les machines qui produisent journellement 100 kilogrammes de fil.

Désignation des machines.	Espace pour l'établissement des machines (en mètres carrés). Numéros des fils :								
	10	20	30	40	60	80	100	120	140
Batteurs éplucheurs	2	2	2	2	2	2	—	—	—
Batteurs étaleurs . .	1'3	1'3	1'3	1'3	1'3	1'3	—	—	—
Cardes en gros . . .	45	45	45	45	45	45	45	45	45
Cardes en fin	—	—	45	45	45	45	45	45	45
Laminoirs	3'6	3'6	6	6	6	6	7'8	7'8	7'8
Banc à broches n° 1	1'5	4'0	7	10	16	5'4	6'6	8'4	9'4
Banc à broches n° 2	5'3	13'2	21	30	45	25	30	36	41
Banc à broches n° 3	—	—	—	—	—	42	53	61	68
Métiers Mule-Jenny	42	130	225	368	639	1033	1307	1761	2194
Nombre des salles des métiers Mule- Jenny	1	2	2	3	3	3	3	3	3
Surface de chaque salle	59	69	127	139	177	267	371	492	600
Nombre des broches (Mule-Jenny) qui sont établies dans la salle des cardes	—	—	—	—	210	1200	2280	3575	4774
Espace qu'occupent les broches dans la salle des cardes	—	—	—	—	17	97	184	289	386
Espace qu'occupent les machines pré- paratrices dans la salle des cardes .	59	69	127	139	159	172	188	203	216

Observations. Ces espaces sont à considérer comme des minima. On n'y a pas compris les bureaux, les magasins et autres localités.

La salle des cardes ne contient que des machines préparatrices pour filatures de fils gros et demi-fin; dans les filatures en fin on y établit une partie des métiers Mule-Jenny. La deuxième et la troisième colonne horizontale (par en bas) donnent à ce sujet les renseignements nécessaires.

413

Données pour disposer les machines et la transmission d'une filature
(pl. XLI).

Les données, contenues dans cette planche, sont : 1° les dimensions principales des machines; 2° l'emplacement pour les poulies motrices; 3° grandeur et vitesse de ces poulies.

La signification des lettres est :

K nombre des têtes d'un banc à laminoir;

S nombre des broches ou tubes d'une machine;

L longueur d'une machine avec S broches ou tubes;

s nombre des broches réunies dans un système;

l longueur d'un système;

N° numéro qui correspond au produit (ruban, mèche, fil) fourni par une machine.

414

Poids d'un mètre de longueur d'une onate, d'un ruban, d'une mèche ou d'un fil d'un certain numéro.

Soit :

G ce poids (en kilogrammes);

N le numéro correspondant à la finesse du produit.

On a :

$$G = \frac{1}{2000 N}$$

$$N = \frac{1}{2000 G}$$

415

Rendement d'une machine ou d'un organe.

Soit :

C (en mètres et par seconde) la vitesse avec laquelle une onate, une mèche ou un fil se meut à une place quelconque de la machine;

N le numéro qui correspond à la finesse du produit;

L la fourniture (en kilogrammes et en 12 heures de travail) qui correspond à ce mouvement.

On a :

$$L = 21.6 \frac{C}{N}$$

$$N = 21.6 \frac{C}{L}$$

416

La balance pour assortir les fils.

Les balances pour assortir les fils doivent être construites de manière que l'aiguille soit horizontale si un échveau de fil y est posé dont le numéro est égal à la moyenne arithmétique du numéro supérieur et de l'inférieur qui doit être assorti; que de plus l'aiguille se place à 45° au-dessus de la direction horizontale si un échveau du numéro le plus inférieur y est posée, et 45° au-dessous si c'est le numéro supérieur.

Soit :

N le numéro supérieur } des fils à assortir;
n le numéro inférieur }

α l'angle que forment entre elles les lignes tirées du point de rotation du levier coudé vers le centre de gravité de ce levier et vers le point de suspension;

p le poids du levier coudé (en kilogrammes);

a la distance du centre de gravité du levier coudé à partir du point de rotation;

b la distance du point de suspension à partir du point de rotation du levier coudé.

On a les relations suivantes, afin que la balance reçoive les propriétés susmentionnées :

$$\text{tang} \left(\frac{\pi}{4} + \alpha \right) = \frac{n}{N}$$

$$p = \frac{b}{a} \frac{\sin \alpha}{N - n}$$

Il faut choisir α de manière que $\frac{\pi}{4} + \alpha$ restent dans le troisième quart de cercle.

Pour $N = 60$, $n = 20$, $\frac{b}{a} = 2$, on trouve :

$$\text{tang} \left(\frac{\pi}{4} + \alpha \right) = 0.3333 = \text{tang} (180^\circ + 18^\circ + 26')$$

$$\alpha = 153^\circ + 26'$$

$$p = 2 \frac{0.316}{40} = \frac{1}{63.3} \text{ kilogrammes}$$

L'échelle sur l'arc doit être faite de telle façon que les intervalles des tangentes soient égaux et non pas ceux des arcs.

417

Résultats d'expérience relatifs au tissage mécanique.

Les deux tableaux suivants renferment les faits les plus importants sur le tissage mécanique de toiles de coton unies.

Désignation de la toile	Numéro de la chaîne.	Numéro de la trame.	Nombre des fils de chaîne ou de trame sur un centimètre.	Nombre des mouvements des peignes par minute.	Poids d'un mètre carré de toile.	Surface tissée en 12 heures		Poids des surfaces tissées en 12 heures.	Nombre des métiers pr employer 100 kilogrammes de fils dans le tissage.
						théorique.	pratique.		
Cretonne	10	12	17	114	0.158	48	36	5.69	17
—	15	18	20	110	0.130	39	29	3.77	26
—	20	25	23	107	0.104	33	24	2.49	40
Calicot	25	32	26	104	0.091	29	22	2.00	50
—	30	39	29	101	0.084	25	19	1.59	63
—	35	45	31	98	0.078	23	17	1.33	75
—	40	52	34	94	0.075	20	15	1.13	88
—	45	59	37	91	0.072	18	13	0.94	105
Mousseline	50	66	39	88	0.068	16	12	0.82	122
—	55	71	41	85	0.066	15	11	0.73	136
—	60	80	45	82	0.065	13	9.7	0.63	160
—	65	86	47	78	0.063	12	9.0	0.57	175
Jaconet	70	93	50	75	0.062	11	8.3	0.51	200
—	75	100	53	72	0.062	9.7	7.3	0.45	222
—	80	107	56	69	0.061	8.8	6.6	0.40	250
—	85	116	59	66	0.061	8.0	6.0	0.37	270
—	90	120	61	62	0.060	7.3	5.4	0.32	312
—	95	129	66	59	0.060	6.5	4.9	0.29	344
—	100	134	67	56	0.059	6.0	4.5	0.26	400

Dénomination des machines.	Nombre des machines par 100 métiers.	Nombre des machines pour employer jour- nellement 100 kilogr. de fils de n° 30 à 45 dans le tissage.	Force motrice (en chevaux-vapeur) pour une machine.	Emplacement (en mètres carrés) d'une machine.	Tours des poulies motrices par minute.
Métier à tisser. . . .	100	88	0·10	4·06	100
Machine à encoller la chaîne.	3 à 4	2·6 à 3·5	0·70	30	130 à 140
Bobinière avec 144 broches.	1	0·88	0·20	10	110 à 120
Banc à ourdir. . . .	2	1·76	0·10	32	95

FABRICATION DE FER

PRODUCTION DU FER BRUT

418

Classification des minerais de fer.

Le tableau suivant donne un relevé de la quantité de fer contenue dans divers minerais de fer.

Espèces.	Variétés.	Fer réduit.
Fer oxydulé		0·80 à 0·90
Fer oligiste	En masses	0·60 à 0·80
	Arénacé.	0·45 à 0·50
Fer oxydé rouge	Hématite	0·40 à 0·60
	Compacte.	0·50 à 0·70
	Ocreux	0·35 à 0·45
Fer hydraté.	Brun	0·40 à 0·50
	Compacte	
	Oolite	0·30 à 0·40
	Granuleux	0·25 à 0·40
Fer carbonaté.	Limoneux	0·35 à 0·55
	Spathique blanc	0·35 à 0·45
	Spathique brun	
Fer silicieux	Lithoïde.	0·30 à 0·45
	Oxydulé	0·15 à 0·45
	Oxydé	

419

Grillage des minerais.

Dans un four à grillage on peut griller 15000 à 20000 kilogrammes de minerais dans les 24 heures. Pour 100 kilogrammes de minerais, il faut employer 4 à 5 kilogrammes de houille.

420

Poids d'un mètre cube de charbon de bois.

Charbon de bois de hêtre (cimées) . . .	260 à 280	kilogrammes
— — hêtre (rondins) . .	230 à 240	—
— — chêne	220 à 230	—
— — chêne fendu	200 à 210	—
— — tendre	140 à 180	—
— — de pin et sapin . . .	180 à 220	—

421

Rapport du poids entre le bois et le charbon.

1° Carbonisation prompte	$\frac{12}{100}$	à	$\frac{18}{100}$
2° Carbonisation lente	$\frac{32}{100}$	à	$\frac{33}{100}$
3° Carbonisation ordinaire	$\frac{26}{100}$	à	$\frac{27}{100}$

Le rapport entre le volume du charbon est de $\frac{35}{100}$ à $\frac{50}{100}$. Les tas contiennent ordinairement 45 à 60 mètres cubes de bois. La durée de l'opération est de 6 à 8 jours.

422

Bois torréfié.

On a essayé dans ces derniers temps d'employer du bois à demi-carbonisé au lieu de charbon de bois pour l'exploitation des hauts-fourneaux, et on a obtenu généralement des résultats favorables sous le rapport économique. La torréfaction ou la demi-carbonisation du bois se fait dans des caisses en fonte qui sont exposées à l'air chaud de 300 degrés. On obtient sur 100 parties (poids) de bois 45 à 60 parties (poids) de bois desséché.

423

Carbonisation de la houille. Fabrication du coke.

Si la carbonisation a lieu en tas, on obtient les résultats suivants dans de bonnes conditions:

100 parties (poids).	Parties de coke (poids).
Houilles grasses.	40 à 45
Houilles moyennes	50 à 55
Houilles maigres	60 à 70

La durée de la carbonisation est:

Pour les houilles maigres 14 à 15 heures.

Pour les houilles grasses 36 à 48 heures.

Si la carbonisation se fait dans des fours, on obtient 65 à 69 kilogrammes de coke avec 100 kilogrammes de houilles. La durée de l'opération est de 21 à 22 heures.

EXPÉRIENCES RELATIVES A L'EXPLOITATION DES HAUTS-FOURNEAUX AVEC DU CHARBON DE BOIS

424

Quantité de la production d'un haut-fourneau.

La masse de fonte que fournit un haut-fourneau dépend principalement de sa plus grande section horizontale et de la quantité d'air qui est chassé dans le fourneau. La hauteur du fourneau n'a qu'une faible influence sur la quantité de production, mais elle dépend de la fusibilité des minerais.

Pour obtenir le maximum de produits, il faut que la hauteur du fourneau, pour des minerais difficilement fusibles et pour des charbons compacts, soit plus grande que pour des minerais fusibles et pour des charbons légers.

Les minerais qui ont la même fusibilité donnent un produit d'autant plus grand qu'ils renferment plus de métal.

425

Le vent.

La quantité d'air qui doit entrer dans un fourneau à charbon de bois, pour en obtenir une marche régulière, contient pour chaque mètre carré de sa plus grande section 10·3 à 12·8 mètres cubes

par minute. (La densité de l'air est réduite à celle de l'atmosphère.) Si la quantité d'air est beaucoup moindre que dans le cas précédent, la quantité de la production diminue également et la consommation de charbon augmente proportionnellement. Si la quantité d'air est plus considérable, la quantité de combustible augmente sans qu'il en soit de même de la production de fer.

426

Consommation du charbon de bois.

Si la marche d'un haut-fourneau est convenablement réglée, on consomme 80 à 100 kilogrammes de charbon de bois (par heure et par mètre carré de la section maximum). Il résulte de la consommation de l'air avec celle du charbon que pour 1 kilogramme de charbon il faut employer 7.69 mètres cubes d'air. La consommation de charbon de bois pour 100 kilogrammes de fonte peut être établie ainsi qu'il suit pour les divers minerais :

Qualité des minerais	Quantité de fer contenue dans 100 kilogrammes de minerais.	Consommation de charbon de bois pour la production de 100 kilogr. de fonte.
Minerais facilement fusibles	25 à 30	66 à 90
	30 à 35	90 à 110
	35 à 40	120 à 130
Minerais de fusibilité moyenne	30 à 40	110 à 140
	40 à 50	140 à 180
	50 à 60	180 à 210
Minerais difficilement fusibles	30 à 40	160 à 200
	40 à 50	210 à 250
	50 à 60	250 à 300

Les limites inférieures pour la consommation du charbon correspondent à la production de la fonte blanche; les limites supérieures à la fonte grise.

427

Hauts-fourneaux au coke et à l'air froid.

Pour ces fourneaux il faut, dans une exploitation convenable, 6 à 8 mètres cubes d'air pour chaque mètre carré de section. A cette quantité d'air correspond la consommation de coke de 50

à 70 kilogrammes par mètre carré de section et par heure. Un kilogramme de coke exige pour sa combustion 7.5 mètres cubes d'air. Avec cette quantité d'air il faut, pour produire 100 kilogrammes de fonte, employer la quantité de coke que voici :

Minerais facilement fusibles	180 à 210 kilogrammes
Minerais de fusibilité moyenne. . .	210 à 260 —
Minerais difficilement fusibles . .	260 à 300 —

428

Tension de l'air dans les tuyaux de conduite à proximité des tuyères.

Cette tension est réglée d'après la qualité du combustible. La différence entre cette tension et la pression atmosphérique comprend, en hauteurs de mercure :

	Centimètres.
Charbon de bois tendre	2 à 3
Carbon de bois résineux	3 à 4
Charbon de bois dur	4 à 6
Coke léger	8 à 13
Coke compacte	13 à 19

429

Exploitation de hauts-fourneaux à l'air chaud.

A ce sujet on a fait jusqu'à présent les expériences suivantes :

1° La fusion a lieu régulièrement et rapidement; la production est de moitié plus élevée qu'avec l'emploi de l'air froid.

2° La consommation de combustible nécessaire à la production d'une certaine quantité de fonte est de $\frac{1}{6}$ à $\frac{1}{3}$ plus petite qu'avec l'air froid.

3° La quantité d'air qui doit entrer dans un haut-fourneau pour la production d'une certaine quantité de fonte est de $\frac{1}{4}$ plus petite que celle de l'air froid et la tension dans les buses de $\frac{1}{3}$ plus petite.

4° L'emploi de l'air chaud permet de remplacer le coke par la houille et le charbon de bois par le bois à l'état naturel ou à demi-carbonisé.

5° La fonte, obtenue à l'air chaud, est très douce, grise à une faible résistance et comme elle remplit très exactement les moules on coquilles; on l'emploi de préférence pour les ouvrages de fonte.

6° La qualité du fer, provenant d'une pareille fonte, n'a pas été trouvé satisfaisante, ce qui peut provenir de ce que les circonstances qui influent sur la qualité du fer ne sont pas encore assez connues et qu'elles ne pourront être déconvertes que par des expériences ultérieures.

430

Formation des scories.

La production du fer, avantageuse sous le rapport de la quantité et de la qualité, dépend toujours d'une certaine formation de laitiers ou de scories. Cette formation comprend les quantités suivantes par 100 kilogrammes de fonte :

	Kilogrammes de scories.
Fours à coke donnent de la fonte grise	259 à 298
Fours à coke donnent de la fonte blanche ou demi-blanche.	137 à 201
Fours à charbon de bois donnent de la fonte grise	230 à 280
Fours à charbon de bois donnent de la fonte destinée au fer forgé.	120 à 170

431

Fondants.

Les fondants ont pour but, premièrement de roturer les silicates, contenus en grand quantité dans les minerais, par des terres basiques; deuxièmement ou de remplacer par des substances quartzeuses les silicates si ces derniers manquent; ou troisièmement d'augmenter la formation en scories des substances terreuses par la formation de plusieurs silicates composés.

432

Dimensions des hauts-fourneaux.

Les règles suivantes pour la détermination des dimensions d'un

haut-fourneau ont été obtenues par la comparaison de 20 hauts-fourneaux. Les dimensions, obtenues par ces règles, ne sont alors que des dimensions moyennes et doivent être modifiées dans chaque cas spécial suivant le degré de fusibilité des minerais et la qualité du combustible.

Soit:

E la quantité de fonte (en kilogrammes) qu'un haut-fourneau doit produire en 24 heures;

k la quantité de combustible (en kilogrammes) pour la production de 100 kilogrammes de fonte;

D le diamètre de la plus grande section horizontale du ventre du haut-fourneau;

H la hauteur du fourneau depuis le foyer jusqu'au gueulard (non compris la cheminée).

On a:

$$\text{Fourneaux à charbon de bois. . . . } D = \sqrt{\frac{4}{\pi} \frac{k E}{216000}} \text{ mètres}$$

$$\text{Fourneaux à coke. } D = \sqrt{\frac{4}{\pi} \frac{k E}{117600}} \text{ mètres}$$

$$\text{Diamètre du gueulard } 0.43 D$$

$$\text{Diamètre inférieur de l'étalage . . } 0.31 D$$

$$\text{Largeur du creuset } 0.22 D$$

$$\text{Longueur du creuset } 0.605 D$$

$$\text{Hauteur du creuset } 0.183 D$$

$$\text{Hauteur du fourneau depuis le creuset jusqu'au gueulard } H = 3.43 D$$

$$\text{Hauteur de la cheminée au-dessus du gueulard } 0.24 H$$

$$\text{Hauteur de la cuve } 0.66 H$$

$$\text{Hauteur de l'étalage } 0.178 H$$

$$\text{Hauteur de l'ouvrage } 0.166 H$$

Rendement, consommation de combustible et d'air de hauts-fourneaux de diverses grandeurs.

Le tableau suivant donne un aperçu de la production et de la consommation de hauts-fourneaux de diverses grandeurs. On a adopté, pour le calcul de ce tableau, les notations suivantes:

	235 kilogrammes de coke pour 100 kilogrammes de fonte.
Fourneaux à coke	6·18 mètres cubes d'air par minute et par mètre carré de section.
	49 kilogrammes de coke par heure et par mètre carré de section.
	160 kilogrammes de charbon de bois pour 100 kilogrammes de fonte.
Fourneaux à charbon de bois	11·56 mètres cubes d'air par minute et par mètre carré de section.
	90 kilogrammes de charbon de bois par heure et par mètre carré de section.

Diamètre du fourneau.	H hauteur du fourneau.	Fourneaux à charbon de bois et à air froid.			Fourneaux à coke et à air froid.		
		Production de fonte dans les 24 heures.	Consommation de charbon de bois (24 heures).	Consommation d'air par minute.	Production de fonte dans les 24 heures.	Consommation de coke (24 heures).	Consommation d'air par minute.
Mètres	Mètres	Kilogrammes	Kilogrammes.	Mètres cub	Kilogrammes.	Kilogrammes	Mètres cub
2·0	6·86	4241	6796	36·3	1570	3689	19·4
2·5	8·58	6615	10584	56·6	2450	5757	31·3
3·0	10·3	9544	15270	81·7	3535	8307	43·7
3·5	12·0	12987	20779	111·2	4810	11304	59·5
4·0	13·7	16956	27129	145·2	6280	14758	77·6
4·5	15·4	21465	34344	184·7	7950	18683	108·1
5·0	17·2	26501	42402	227·0	9815	23065	121·3

SOUFFLERIES DE HAUTS-FOURNEAUX

434

Consommation d'air d'un haut-fourneau.

La consommation de l'air des hauts-fourneaux est d'après les indications déjà faites ci-dessus :

Fourneaux à charbon de bois	{ 10.25 à 12.85 mètres cubes par minute et par mètre carré de la plus grande section.
Fourneaux à coke	{ 6.18 mètres cubes par minute et par mètre carré de la plus grande section.

435

Pression de l'air dans la soufflerie.

Cette pression dépend de la nature du combustible; elle a la valeur suivante, calculée en hauteur de mercure:

Charbon léger de bois de sapin .	2 à 3 centimètres.
Charbon de bois résineux	3 à 5 —
Charbon de bois dur	4 à 6 —
Coke léger	8 à 13 —
Coke compacte	13 à 19 —

436

Vitesse du piston.

Cette vitesse est par seconde:

Souffleries en bois	0.75 à 1.00 mètres
Souffleries cylindriques en fer	0.90 à 1.20 —

437

Rapport entre la quantité d'air entrée et celle sortie.

Ce rapport est:

Pour les souffleries en bois . .	$\frac{10}{6}$
Pour les souffleries en fer . . .	$\frac{4}{3}$

438

Section d'une soufflerie à caisse ou à cylindre.

Soit:

Q la quantité d'air qu'un cylindre ou une caisse doit souffler par seconde dans un haut-fourneau (réduit à une température de zéro);

t la température de l'air aspiré;

O la section d'un cylindre ou d'une caisse;

v la vitesse du piston par seconde.

On a pour les souffleries en bois:

$$O = 2 \frac{10}{6} \frac{B}{v} (1 + 0.00367 t)$$

Pour les cylindres en fer à double effet:

$$O = \frac{4}{3} \frac{B}{v} (1 + 0.00367 t)$$

439

Course du piston.

Pour les souffleries à cylindre la course du piston est égale au diamètre du piston; pour les souffleries à caisse elle est égale à $\frac{3}{4}$ de la largeur de la caisse.

440

Section de la soupape d'aspiration.

Cette section est égale pour les souffleries à caisse à $\frac{1}{15}$ à $\frac{1}{12}$ de la section de la caisse; pour les cylindres la section est égale à $\frac{1}{10}$ à $\frac{1}{9}$ de la section d'un cylindre.

441

Section de la soupape de refoulement.

Egale à $\frac{1}{22}$ de la section du cylindre ou de la caisse.

442

Conduites d'air.

La section des conduites d'air froid est égale à $\frac{1}{20}$ de la somme des sections des cylindres à double effet ou à $\frac{1}{10}$ de la somme des sections des souffleries à caisse à simple effet. Pour l'air

chaud cette section doit encore être augmentée dans le rapport de $1 + 0.00367 T : 1$. (T est la température de l'air chaud.)

443

Régulateur à volume invariable.

Le volume d'un pareil régulateur (récipient à air, en forme de chaudière à vapeur) doit être de 40 à 50 fois plus grand que le volume d'air qu'il doit aspirer et refouler dans chaque seconde.

444

Nombre des tuyères (ouvertures).

Les fourneaux à charbon de bois n'ont qu'une tuyère si la quantité d'air à souffler par minute ne dépasse pas 30 mètres cubes. Les fourneaux à coke ont presque toujours deux tuyères. Si la quantité d'air est de 70 à 100 mètres cubes par minute, il faut employer trois tuyères.

445

Somme des sections de tous les orifices des tuyères.

Soit :

σ la somme des sections de toutes les ouvertures des tuyères ;

$\mathcal{V}$ le volume de l'air qui doit être soufflé par seconde dans le haut-fourneau à une température de 0 degré et sous la pression atmosphérique ;

P la pression de l'air dans les conduites d'air à proximité des ouvertures ;

p la pression dans le haut-fourneau qui est approximativement égale à la pression atmosphérique ;

T la température de l'air dans les conduites d'air ;

k le coefficient de contraction pour les orifices des tuyères. Généralement $k = 0.9$ à 0.95 ;

U la vitesse de sortie de l'air ;

$g = 9.808$ l'accélération par la gravité.

On a :

$$U = \sqrt{2g \frac{10333 (1 + 0.00367 T)}{1.3} \lognat \frac{P}{p}}$$

$$o = \frac{B (1 + 0.00367 T)}{k U}$$

Les résultats, fournis par cette formule, sont contenus dans le tableau ci-dessous :

Pression de l'air dans les conduites d'air, en hauteur de mercure. Centimètres	T = 12°		T = 300°	
	U	$\frac{B}{o}$	U	$\frac{B}{o}$
2	64	57	93	40
3	79	71	114	49
4	91	82	132	57
6	110	99	159	68
8	126	113	183	79
10	141	127	204	88
12	153	138	222	95
14	165	148	239	103
16	175	157	253	109
16	185	166	268	115

446

Force motrice des machines soufflantes.

Soit :

B le volume qu'occupe l'air qui doit être soufflé dans le haut-fourneau par seconde à une température de 0 degré et sous la pression atmosphérique;

P la pression de l'air dans les conduites sur 1 mètre carré;

N l'effet utile (en chevaux-vapeur) que la machine motrice doit développer.

On a :

$$N = \frac{1.7 \times 10333}{75} \lognat \frac{P}{10333} \times B$$

Les résultats, que cette formule fournit, sont indiqués dans le tableau que voici :

Redtenbacher, Résultats pour la construction des machines.

24

Pression dans les conduites (par hauteur de mercure).

Centimètres.

	3	4	5	6	8	10	12	14	16	18
$N = \frac{\text{force de cheval}}{\text{volume d'air}}$	9.2	11.4	13.6	17.8	22.3	28.6	34.7	38.7	40.7	48.5

447

Appareils de chauffage de l'air.

Température la plus avantageuse jusqu'à laquelle l'air doit être chauffé. 300°

Surface de chauffe la plus avantageuse pour chauffer 1 mètre cube d'air par minute. . . . 0.8 à 1 mètre carré

Vitesse la plus avantageuse de l'air dans les tubes de chauffage. 10 à 11 mètres

Vitesse de l'air dans la tuyère. 10 à 11 mètres

Consommation de combustible pour chauffer 1 mètre cube d'air	Bois . . . Houille . .	$\frac{1}{15}$	kilogramme
		$\frac{1}{30}$	—

Effet utile de l'appareil de chauffage. . . . 0.5

FABRICATION DU FER FORGÉ

Méthode anglaise.

448

Proportions entre le fer fin, le fer puddlé et le fer forgé.

Fonte de fer, Kilogrammes.		Fer fin, Kilogrammes.		Fer puddlé, Kilogrammes.		Fer forgé, Kilogrammes.
1.50	donne	1.35	donne	1.20	donne	1.00
1.25	—	1.13	—	1.00	—	0.83
1.11	—	1.00	—	0.92	—	0.74
1.00	—	0.90	—	0.80	—	0.67

449

Consommation de combustible pour diverses opérations.

Pour transformer 1 kilogramme de fonte en fin-métal, il faut employer 0.303 à 0.313 kilogrammes de coke.

Pour transformer 1 kilogramme de fin-métal en fer puddlé, il faut employer 1 kilogramme de houille.

Pour transformer 1 kilogramme de fonte blanche en fer puddlé, il faut employer 1.4 à 1.5 kilogrammes de houille.

Si les machines de travail (souffleries, marteaux et laminoirs) sont mues par des machines à vapeur, il faut employer pour leur service $\frac{1}{5}$ de kilogramme de houille pour 1 kilogramme de fer puddlé.

450

Production des fours par semaine.

Un four d'affinage produit par semaine :

130 tonnes de fin-métal avec 6 tuyères

90 — — 4 —

48 — — 3 —

Un four à puddler fournit par semaine 17 tonnes si le fin-métal est puddlé, et 11 tonnes si c'est de la fonte.

Le nombre des fours à puddler doit toujours être augmenté de moitié à cause des nombreuses réparations auxquelles ces fours sont soumis.

Le nombre des fours à rechauffer est à celui des fours à puddler comme 5 : 12.

451

*Dimensions, vitesses, forces motrices et production des machines par semaine.**Marteau frontal.*

Poids du marteau	4000 kilogrammes
Poids de l'enclume	4000 —
Poids du tambour de cames	4000 —
Rayon du volant	2.7 mètres
Nombre des coups par minute	80 à 90
Élévation du marteau	0.35 à 0.40 mètres
Force motrice	12 à 15 chevaux
Production par semaine égale à celle de 10 ou	
12 fours à puddler	70 à 100 tonnes
	24.

Marteau à cingler.

Nombre des oscillations par minute	80 à 90
Force motrice (en chevaux-vapeur)	8 à 10
Production par semaine, égale à celle d'un marteau frontal, approximativement	70 à 100 tonnes

Traines de loupes.

Ce train consiste généralement en deux laminaires. Le premier (ébaucheur) a des cannelures concaves carrées et sert pour étendre les loupes. Le deuxième a des cannelures plates quadrangulaires et sert pour la transformation des barres en plaques allongées.

Diamètre des cylindres ébaucheurs	0.48 à 0.50 mètres
Longueur des cylindres	1.60 à 1.70 —
Diamètre des tourillons des cylindres	0.26 à 0.27 —
Poids d'une paire de cylindres	4500 kilogrammes

Nombre des tours des cylindres par minute :

a) Si les loupes ont préalablement passé sous
le marteau frontal 30 à 40

b) Si les loupes passent par les cylindres à
leur sortie des fours à puddler 20 à 30

Force motrice pour tout le train 20 chevaux

Production du train par semaine :

a) Si les loupes ont préalablement passé sous
le marteau frontal 200 tonnes

b) Si les loupes passent par les cylindres à
leur sortie des fours à puddler 160 —

Un marteau frontal, un marteau à cingler
et un train de loupe exigent une force de . . . 40 chevaux

Grandes cisailles.

Nombre des levées par minute	20 à 30
Force motrice	2.5 à 3 chevaux
Production par semaine	100 tonnes

Train pour fers gros.

Ce train se compose généralement de trois laminaires :

Premier laminaire : Cylindres dégrossisseurs avec des cannelures concaves carrées.

Deuxième laminoir : Cylindres pour formes avec cannelures carrées, rondes ou carrées plates.

Troisième laminoir : Cylindres polisseurs avec surfaces unies.

Longueur des cylindres dégrossisseurs

et de formes	1.45 à 1.55 mètres
Diamètre des cylindres	0.36 à 0.40 —
Diamètre des tourillons des cylindres	0.24 à 0.27 —
Poids d'une paire de cylindres.	1500 à 2000 kilogrammes
Nombre des tours par minute	70 à 80

Force motrice pour un train:

a) Le travail a lieu soit par un cylindre dégrossisseur, soit par un cylindre finisseur 20 chevaux

b) Travail simultané avec tous les cylindres 36 —

Production par semaine $\left\{ \begin{array}{l} \text{dans le cas a} \\ \text{dans le cas b} \end{array} \right.$ 60 tonnes
80 —

Train de fin-métal.

Ce train se compose généralement des laminoirs suivants:

- Laminoir à trois cylindres à cannelures carrées;
- Laminoir à trois cylindres à cannelures quadrangulaires plates;
- Laminoir étroit à deux cylindres à cannelures rondes;
- Laminoir étroit à deux cylindres à cannelures carrées.

Diamètre des cylindres a, b, c, d.	0.20 à 0.24 mètres
Longueur des cylindres a et b	0.65 à 0.70 —
Longueur des cylindres c et d.	0.16 à 0.20 —
Nombre des rotations de tous les cylindres par minute	200 à 250
Force motrice d'un train	15 à 20 chevaux
Production par semaine.	18 tonnes

Fenderie.

On emploie comme cylindres préparateurs des cylindres unis de 0.35 à 0.40 mètres de diamètre, qui font 42 à 45 tours par minute.

Les données principales pour la disposition d'une fenderie sont:

Largeur des bandes. Millimètres.	Diamètre des disques. Mètres.	Nombre des disques. Cylindres		Tours par minute.
		supérieur.	inférieur.	
35 à 9	0.27	6	7	50
11 à 14	0.30	5	6	47
14 à 16	0.33	4	5	43
20 à 23	0.36	3	4	39
Force motrice				4 à 5 chevaux
Production par semaine				65 tonnes

Laminoir pour tôle.

La longueur des cylindres dépend de la largeur des tôles. Le tableau suivant donne des dimensions convenables pour des cylindres de diverses grandeurs :

Largeur des tôles. Mètres.	Longueur des cylindres. Mètres.	Diamètre des cylindres. Mètres.	Diamètre des tourillons. Mètres.
0.40	0.50	0.24	0.18
0.88	1.00	0.37	0.24
1.30	1.50	0.50	0.30
1.80	2.00	0.60	0.35

La vitesse des cylindres dépend de l'épaisseur des tôles.

Nombre des tours pour tôles minces	40 par minute
— — moyennes . .	25 à 30 par minute
— — fortes	20 à 22 —

100 kilogr. de fer donnent 65 à 75 kilogr. de tôle épaisse.
— — 50 à 55 — — mince.

La force motrice dépend de la section des tôles :

Pour tôles de 1.8 ^m de largeur et de 0.01 ^m d'épaisseur	60 chevaux
— 1.0 ^m — 0.005 ^m —	40 —
— 0.5 ^m — 0.003 ^m —	20 —

La production par semaine par cheval-vapeur est à peu près de $\frac{1}{4}$ de tonne.

Train de laminoir pour rails de chemins de fer.

Diamètre des cylindres	0.45 à 0.50 mètres
Longueur des cylindres	1.20 à 1.40 —
Nombre des tours par minute	55 à 65

Force motrice	40 à 50 chevaux
Production par semaine	42 à 54 tonnes

La force motrice totale d'une forge anglaise est proportionnelle à la production du fer par semaine et elle est pour chaque tonne de cette production de 0.6 chevaux. La force motrice de la machine soufflante n'y est pas comprise.

452

Règles générales pour la construction des machines destinées à la fabrication du fer.

Dans la construction des machines qui servent à la fabrication du fer et qui travaillent par des chocs violents, il faut observer les règles suivantes:

1° Ces machines doivent être construites plus solidement que celles qui n'ont à vaincre que des résistances régulières. Pour déterminer les dimensions des pièces de ces machines, on peut se servir des règles contenues dans le troisième chapitre; mais il faut prendre les diamètres des tourillons et des arbres (auxquels on rapporte les autres dimensions) 1.5 à 2 fois plus forte qu'indiquent les règles des numéros 66 et 69.

2° Les pièces, coûteuses et difficilement à remplacer, doivent être construites très solidement;

3° Pour s'assurer contre la rupture de ces pièces, il faut que d'autres, moins coûteuses et faciles à remplacer, soient construites si faiblement qu'elles sont brisées les premières si des circonstances se présentent où une rupture devient inévitable. Dans les laminoirs ce sont les manchons d'accouplement qui offrent le moins de résistance;

4° Les formes avec nervures ou arêtes (au moyen desquelles on donne aux machines qui n'ont à vaincre que des résistances régulières une solidité suffisante avec un minimum de matière) ne sont pas admissibles pour les machines qui sont exposées à des chocs violents. La résistance des corps contre les chocs dépend du volume et non de la forme de ces corps. Des formes ramassées sont les meilleures pour ces sortes de machines;

5° La matière doit être concentrée vers les points où les chocs ont lieu;

6° Les fondations de ces machines doivent être en bois et la liaison de toutes les parties doit être faite de manière que les bois puissent céder sans qu'il y ait rupture d'une pièce de machine.

453

Volants pour laminoirs.

Soit :

P le poids de l'anneau du volant ;

V la vitesse à la circonférence de l'anneau (mètres par seconde) ;

N la force (en chevaux-vapeur) de la machine motrice ;

n le nombre des tours du volant par minute ;

On a pour la détermination de P la formule empirique suivante :

$$P = 13230000 \frac{\sqrt{N}}{n V^2}$$

MARTEAU DE FORGE POUR LA FABRICATION DU FER EN BARRES

454

Marteaux à soulèvement.

Ces marteaux servent pour ébaucher les loupes. Le poids, la levée du marteau, le nombre des coups dépendent de la grandeur des loupes. Le tableau ci-dessous relève les données principales pour ces marteaux.

Poids de la loupe.	Poids du marteau sans manche.	Levée du marteau.	Nombre des coups par minute.
Kilogrammes.	Kilogrammes.	Mètres.	
25	250	0.40	160
30	300	0.43	140
40	400	0.46	120
50	500	0.50	100

Ou emploie 35 minutes pour ébaucher une loupe. Par un travail continu on peut ébaucher 18 loupes en 12 heures.

455

Marteaux à bascule.

Ces marteaux servent principalement pour étendre les grandes et fortes barres, obtenues des loupes, afin d'en faire des barres plates, carrées, rondes de plus petites dimensions. Le poids, la levée, le nombre des coups du marteau dépendent de la force et des dimensions du fer à fabriquer.

Le tableau suivant donne les dimensions principales pour des grands, moyens et petits marteaux.

Fers forts.

a) Fers plats . . .	{	Largeur . 0.04" — 0.06" — 0.15"
	{	Epaisseur 0.008 — 0.01 — 0.02
b) Fers en bandes.	{	Largeur . 0.054 — 0.06 — 0.07 — 0.08"
	{	Epaisseur 0.010 — 0.015 — 0.015 — 0.03
c) Fers en barres .	{	Largeur . 0.030 — 0.035 — 0.035 — 0.04
	{	Epaisseur 0.010 — 0.026 — 0.014 — 0.016
d) Fers carrés . . .	{	Epaisseur 0.02 — 0.025 — 0.06

Pour la fabrication de ces fers on se sert de marteaux de 250 kilogrammes (sans le manche); la hauteur de chute est de 0.50 à 0.60 mètres et le nombre des coups de 100 à 160.

Dans un travail continu on fabrique 6000 kilogrammes en 12 heures.

Fers moyens.

a) Fers plats	{	Largeur . 0.03" — 0.04"
	{	Epaisseur 0.007 — 0.009
b) Fers en barres . .	{	Largeur . 0.025 — 0.03
	{	Epaisseur 0.008 — 0.012
c) Fers carrés	{	Epaisseur 0.015 — 0.02

Ces sortes de fer sont faites avec des marteaux (d'un poids de 100 kilogrammes) qui ont une levée de 0.35 à 0.45 mètres et qui donnent 140 à 200 coups par minute.

Pers faibles

- | | |
|-----------------------------------|---|
| a) Fers en bandes. | { Largeur . . 0.015" — 0.35"
Epaisseur . 0.004 — 0.007 |
| b) Fers carrés et fers en lingots | |
| c) Fers ronds | Epaisseur . 0.007 — 0.03 |

Les marteaux pour ces fers ont un poids de 50 kilogrammes, une levée de 0.25 à 0.30 mètres et font 240 à 300 coups par minute.

Avec ces petits marteaux on forge en 12 heures 1200 à 1500 kilogrammes de fer.

456

Grands marteaux à soulèvement.

Ces marteaux sont employés généralement en Angleterre pour fabriquer de grandes pièces de machines en fer forgé, telles que : des arbres, des manivelles, des essieux condés pour locomotives, etc. On opère en corroyant des barres plates (des paquets) sous le marteau. Le poids de ces marteaux dépend tant du poids que de la section des pièces à fabriquer. Pour forger des pièces de fortes dimensions, telles que des essieux de locomotives ou des arbres de 0.16 mètres de diamètre, on emploie des marteaux d'un poids de 2000 à 4000 kilogrammes, qui ont une levée de 0.45 mètres et qui font 80 à 100 coups par minute. Dans la confection des grands arbres et des grandes manivelles pour machines de bateaux à vapeur, on donne aux marteaux un poids de 10000 kilogrammes et qui font 60 à 80 coups par minute.

457

Grands marteaux frontaux.

Ces marteaux pèsent avec le manche 2000 à 4000 kilogrammes, ils ont une levée de 0.45 à 0.50 et font 90 à 100 coups par minute. On les emploie pour ébaucher les loupes de puddlage. Au moyen de 20 à 30 coups une loupe est finie. Un marteau dessert 10 à 12 fers à puddler.

458

Marteau à vapeur de Nasmyth.

Ces marteaux sont employés aujourd'hui de préférence dans les grands ateliers de construction pour les travaux de corroyage. Leur poids est de 1000 à 4000 kilogrammes et la hauteur de chute de 0,6 à 1 mètre. Ils donnent au minimum (si la hauteur de chute totale est sollicitée) 60 à 80 coups par minute.

Si l'on ne se sert que de $\frac{1}{3}$ ou de $\frac{1}{4}$ de la course, on peut augmenter le nombre des coups de 120 à 160 par minute.

459

Effet utile pour la marche des marteaux.

Dans ces calculs on adopte les préceptes suivants :

1° La durée de l'élévation, la durée de la chute et le temps d'arrêt sont égaux ;

2° L'effet utile est deux fois plus grand que celui qui correspond à l'élévation du poids.

Dans cette supposition on a pour le calcul d'un marteau quelconque les équations suivantes :

$$n r = \frac{3}{2\pi} s m$$

$$i n = m$$

$$E = \frac{P h m}{30} \text{ kilogrammes-mètres}$$

Les notations sont les suivantes :

P le poids du marteau et de son levier ;

h la levée au-dessus de l'enclume ;

s le chemin que parcourt le point d'attaque du marteau pendant qu'il est mu par la came ;

r le rayon du cercle primitif de la roue à cames ;

n le nombre des tours de l'arbre de came par minute ;

m le nombre des coups du marteau par minute ;

i le nombre des cames ;

E l'effet utile (en kilogrammes-mètres) nécessaire à la marche du marteau.

Volants pour marteaux.

D'après l'expérience, la force vive du volant d'un marteau doit être 5 à 10 fois plus grande que l'effet de la machine motrice.

Soit:

G le poids de l'anneau du volant;

V la vitesse normale à la circonférence de l'anneau;

E l'effet utile (en kilogrammes-mètres) qui est nécessaire dans une seconde pour la marche du marteau.

On a:

1° Grands marteaux de toute espèce $G V^2 = 100 E$

2° Marteaux à soulèvement pour loupes. $G V^2 = 98 E$

3° Marteaux à bascule (250 kilogrammes) . . . $G V^2 = 90 E$

4° Petits marteaux (martinets) $G V^2 = 70 E$

CHAPITRE XII

COLLECTION DE FORMULES ANALYTIQUES

FORMULES GONIOMÉTRIQUES

I

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{\tan \alpha}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}} = \frac{2 \tan \frac{1}{2} \alpha}{1 + \tan^2 \frac{1}{2} \alpha}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}} = \frac{1 - \tan^2 \frac{1}{2} \alpha}{1 + \tan^2 \frac{1}{2} \alpha}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{1}{\cotg \alpha} = \frac{2 \tan^2 \frac{1}{2} \alpha}{1 - \tan^2 \frac{1}{2} \alpha}$$

$$\sin \text{vers } \alpha = 1 - \cos \alpha = 2 \sin^2 \frac{1}{2} \alpha$$

II

$$\sin 2 \alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$$

$$\cos 2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$$

$$\tan 2 \alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

III

$$\sin \frac{1}{2} \alpha = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}, \cos \frac{1}{2} \alpha = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}$$

$$\operatorname{tang} \frac{1}{2} \alpha = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}}$$

$$\sin \frac{1}{2} \alpha + \cos \frac{1}{2} \alpha = \sqrt{1 + \sin \alpha}$$

$$\sin \frac{1}{2} \alpha - \cos \frac{1}{2} \alpha = \sqrt{1 - \sin \alpha}$$

$$\sin \frac{1}{2} \alpha = \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{1 + \sin \alpha} + \sqrt{1 - \sin \alpha} \right\}$$

$$\cos \frac{1}{2} \alpha = \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{1 + \sin \alpha} - \sqrt{1 - \sin \alpha} \right\}$$

$$\frac{\cos 2 \alpha}{1 + \sin 2 \alpha} = \operatorname{tang} (45^\circ - \alpha)$$

IV

$$\sin (\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos (\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\operatorname{tang} (\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tang} \alpha \pm \operatorname{tang} \beta}{1 \mp \operatorname{tang} \alpha \operatorname{tang} \beta}$$

$$\operatorname{tang} \alpha \pm \operatorname{tang} \beta = \frac{\sin (\alpha \pm \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}$$

$$\operatorname{cotg} \alpha \pm \operatorname{cotg} \beta = \frac{\sin (\beta \pm \alpha)}{\sin \alpha \sin \beta}$$

V

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{1}{2} (\alpha + \beta) \cos \frac{1}{2} (\alpha - \beta)$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{1}{2} (\alpha + \beta) \sin \frac{1}{2} (\alpha - \beta)$$

$$\cos \beta + \cos \alpha = 2 \cos \frac{1}{2} (\alpha + \beta) \cos \frac{1}{2} (\alpha - \beta)$$

$$\cos \beta - \cos \alpha = 2 \sin \frac{1}{2} (\alpha + \beta) \sin \frac{1}{2} (\alpha - \beta)$$

$$2 \sin \alpha \cos \beta = \sin (\alpha + \beta) + \sin (\alpha - \beta)$$

$$2 \cos \alpha \sin \beta = \sin (\alpha + \beta) - \sin (\alpha - \beta)$$

$$2 \cos \alpha \cos \beta = \cos (\alpha - \beta) + \cos (\alpha + \beta)$$

$$2 \sin \alpha \sin \beta = \cos (\alpha - \beta) - \cos (\alpha + \beta)$$

$$\sin (\alpha + \beta) \sin (\alpha - \beta) = \sin^2 \alpha - \sin^2 \beta$$

$$\cos (\alpha + \beta) \cos (\alpha - \beta) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \beta$$

VI

$$\text{arc sin } x = \text{arc cos } \sqrt{1 - x^2} = \text{arc tang } \frac{x}{\sqrt{1 - x^2}}$$

$$\text{arc cos } x = \text{arc sin } \sqrt{1 - x^2} = \text{arc tang } \frac{\sqrt{1 - x^2}}{x}$$

$$\text{arc tang } x = \text{arc sin } \frac{x}{\sqrt{1 + x^2}} = \text{arc cos } \frac{1}{\sqrt{1 + x^2}}$$

TRANSFORMATION DES COORDONNÉES

Soit :

x, y, z, x_1, y_1, z_1 , les coordonnées rectangulaires d'un point dans l'espace relativement à deux systèmes de coordonnées qui ont la même origine ;

a, b, c les cosinus des angles que forme l'axe de x avec les axes x_1, y_1, z_1 ;

a_1, b_1, c_1 les cosinus des angles que forme l'axe de y avec les axes de x_1, y_1, z_1 ;

a_2, b_2, c_2 les cosinus des angles que forme l'axe de z avec les axes de x_1, y_1, z_1 .

On a :

$$x = a x_1 + b y_1 + c z_1$$

$$y = a_1 x_1 + b_1 y_1 + c_1 z_1$$

$$z = a_2 x_1 + b_2 y_1 + c_2 z_1$$

$$x_1 = a x + a_1 y + a_2 z$$

$$y_1 = b x + b_1 y + b_2 z$$

$$z_1 = c x + c_1 y + c_2 z$$

Entre les grandeurs $a, b, c, a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$ on a les relations suivantes :

$$\begin{aligned} a^2 + a_1^2 + a_2^2 &= 1 & a b + a_1 b_1 + a_2 b_2 &= 0 \\ b^2 + b_1^2 + b_2^2 &= 1 & a c + a_1 c_1 + a_2 c_2 &= 0 \\ c^2 + c_1^2 + c_2^2 &= 1 & b c + b_1 c_1 + b_2 c_2 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 + c^2 &= 1 & a a_1 + b b_1 + c c_1 &= 0 \\ a_1^2 + b_1^2 + c_1^2 &= 1 & a a_2 + b b_2 + c c_2 &= 0 \\ a_2^2 + b_2^2 + c_2^2 &= 1 & a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &= b_1 c_1 - b_2 c_2 & a_1 &= b_2 c_2 - b_1 c_1 & a_2 &= b_1 c_1 - b_2 c_2 \\ b &= a_2 c_1 - a_1 c_2 & b_1 &= a_2 c_2 - a_1 c_1 & b_2 &= a_1 c_1 - a_2 c_2 \\ c &= a_1 b_2 - a_2 b_1 & c_1 &= a_2 b_1 - a_1 b_2 & c_2 &= a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{aligned}$$

Soit : θ l'angle d'inclinaison des plans $x y$ et $x_1 y_1$; φ l'angle que forme l'intersection des plans $x y$ et $x_1 y_1$ avec l'axe de x_1 ; ψ l'angle que la même ligne d'intersection forme avec l'axe de x . On a :

$$\begin{aligned} a &= \cos \theta \sin \psi \sin \varphi + \cos \psi \cos \varphi \\ b &= \cos \theta \sin \psi \cos \varphi - \cos \psi \sin \varphi \\ c &= \sin \theta \sin \psi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_1 &= \cos \theta \cos \psi \sin \varphi - \sin \psi \cos \varphi \\ b_1 &= \cos \theta \cos \psi \cos \varphi + \sin \psi \sin \varphi \\ c_1 &= \sin \theta \cos \psi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_2 &= -\sin \theta \sin \varphi \\ b_2 &= -\sin \theta \cos \varphi \\ c_2 &= \cos \theta \end{aligned}$$

Diverses formes de l'équation d'un plan.

a) Soit $A B C D$ des valeurs constantes; l'équation d'un plan peut être représentée par :

$$A x + B y + C z + D = 0 \dots\dots\dots (1)$$

b) Soit $\alpha \beta \gamma$ les angles que la perpendiculaire, menée de l'origine des coordonnées à un plan, forme avec les axes $O x O y O z$

des coordonnées, et p la longueur de cette perpendiculaire; l'équation du plan peut être représentée par:

$$x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma = p. \dots \dots (2)$$

c) Soit $x y z$ les coordonnées d'un point quelconque d'un plan; $X Y Z$ les coordonnées du point d'intersection de la perpendiculaire menée de l'origine des coordonnées au plan; p la longueur de cette perpendiculaire; l'équation du plan peut être exprimée par:

$$X x + Y y + Z z = p^2. \dots \dots (3)$$

d) Soit enfin $a b c$ la distance de l'origine des coordonnées des points d'intersection d'un plan avec les axes coordonnées; l'équation du plan peut être exprimée par:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \dots \dots \dots (4)$$

462

Relations entre deux plans.

Soit ω l'angle d'inclinaison entre deux plans dont les équations sont:

$$\left. \begin{aligned} A x + B y + C z + D &= 0 \\ A_1 x + B_1 y + C_1 z + D_1 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots (5)$$

On a:

$$\cos \omega = \frac{A A_1 + B B_1 + C C_1}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2}}$$

Les deux plans sont perpendiculaires l'un à l'autre si

$$A A_1 + B B_1 + C C_1 = 0$$

Les deux plans sont parallèles l'un à l'autre si

$$\frac{A}{A_1} = \frac{B}{B_1} = \frac{C}{C_1}$$

463

Lignes droites.

a) Soit $x y z$ les coordonnées d'un point d'une ligne droite;

Redtenbacher, Résultats pour la construction des machines

a, b, α, β les quantités constantes; l'équation de la ligne droite est représentée par:

$$\left. \begin{aligned} x &= az + \alpha \\ y &= bz + \beta \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (1)$$

δ) Soit $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ les angles que la ligne, menée par l'origine des coordonnées parallèlement à celle dont les équations sont représentées par (1), forme avec les axes coordonnées; les équations de la ligne (1) peuvent aussi être représentées par:

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{\cos \gamma_1}{\cos \gamma_3} z + \alpha \\ z &= \frac{\cos \gamma_2}{\cos \gamma_3} z + \beta \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2)$$

c) Soit:

$$\left. \begin{aligned} x &= a_1 z + \alpha_1 \\ y &= b_1 z + \beta_1 \end{aligned} \right\} \dots \dots (3) \quad \left. \begin{aligned} x &= a_2 z + \alpha_2 \\ y &= b_2 z + \beta_2 \end{aligned} \right\} \dots \dots (4)$$

les équations de deux lignes droites.

Ces deux lignes se coupent dans un point de l'espace si l'on a:

$$\frac{a_1 - a_2}{b_1 - b_2} = \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\beta_1 - \beta_2}$$

L'angle d'inclinaison ω de deux lignes droites est déterminé par l'expression:

$$\cos \omega = \frac{a_1 a_2 + b_1 b_2 + 1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + 1} \sqrt{a_2^2 + b_2^2 + 1}}$$

Les deux lignes sont parallèles si l'on a:

$$a_1 = a_2 \quad b_1 = b_2$$

Les directions de ces deux lignes sont perpendiculaires entre elles si l'on a:

$$a_1 a_2 + b_1 b_2 + 1 = 0$$

464

Ligne droite et plan.

Soit $x = az + a$, $y = bz + \beta$ les équations d'une ligne droite;
 $Ax + By + Cz + D = 0$ l'équation d'un plan.

L'angle θ de l'inclinaison de la ligne au plan est déterminé par l'expression suivante:

$$\sin \theta = \frac{Aa + Bb + C}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \sqrt{a^2 + b^2 + 1}}$$

La ligne est parallèle au plan si l'on a:

$$Aa + Bb + C = 0$$

La ligne est perpendiculaire au plan si

$$a = \frac{A}{C} \quad b = \frac{B}{C}$$

465

LIGNES DU SECOND ORDRE

L'équation générale d'une ligne du second ordre est de la forme:

$$Ax^2 + By^2 + 2Cxy + 2Dx + 2Ey = K \quad (1)$$

dans laquelle $A B C D E K$ sont des nombres constants et réels.

Pour trouver l'espèce de la ligne, qui est représentée dans chaque cas particulier, comme aussi sa position et ses dimensions, on peut procéder de la manière suivante:

D'abord on décide si l'équation (1) appartient à une des lignes qui ont un centre ou à une des lignes qui n'ont pas de centre, en calculant la valeur de $AB - C^2$.

Si $AB - C^2 > 0$, l'équation (1) représente une ligne avec un centre.

Si $AB - C^2 = 0$, l'équation (1) représente une ligne qui n'a pas de centre.

Lignes avec centre.

Soit $AB - C^2 > 0$, l'équation (1) est alors une ligne avec un centre.

Les coordonnées ξ ν de ce centre se déterminent par les expressions suivantes :

$$\xi = \frac{CE - BD}{AB - C^2} \quad \nu = \frac{CD - AE}{AB - C^2} \dots\dots (2)$$

Les angles, que les axes principaux de la ligne font avec l'axe de x , sont les deux valeurs de ψ qui satisfont à l'équation :

$$\text{tang } 2\psi = \frac{2C}{A - B} \dots\dots\dots (3)$$

L'équation de la ligne (1), par rapport à un système des coordonnées x_1 y_1 , dont l'origine se trouve au centre de la ligne et dont les axes coïncident avec les axes principaux de la ligne, est dans ce cas :

$$\frac{x_1^2}{a^2} + \frac{y_1^2}{b^2} = 1 \dots\dots\dots (4)$$

Les valeurs de a et b sont données par les expressions suivantes :

$$\left. \begin{aligned} s_1 &= \frac{A+B}{2} - \sqrt{\left(\frac{A-B}{2}\right)^2 + C^2} \\ s_2 &= \frac{A+B}{2} + \sqrt{\left(\frac{A-B}{2}\right)^2 + C^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots (5)$$

$$\left. \begin{aligned} a^2 &= \frac{1}{s_1} \left\{ K - \frac{AE^2 + BD^2 - 2CDE}{C^2 - AB} \right\} \\ b^2 &= \frac{1}{s_2} \left\{ K - \frac{AE^2 + BD^2 - 2CDE}{C^2 - AB} \right\} \end{aligned} \right\} \dots (6)$$

Les significations que peut avoir l'équation sont les suivantes :

a) Si $K = \frac{AE^2 + BD^2 - 2CDE}{C^2 - AB}$ et si de plus s_1 et s_2 ont les signes égaux, l'équation (4) représente un point dont les coordonnées sont $x_1 = 0$ et $y_1 = 0$;

b) Si $K = \frac{AE^2 + BD^2 - 2CDE}{C^2 - AB}$ et si de plus les signes de s_1 et s_2 sont contraires, l'équation (4) représente deux lignes droites dont les équations sont :

$$\frac{y_1}{x_1} = \pm \sqrt{\frac{s_1}{s_2}}$$

c) Si $K \geq \frac{A E^2 + B D^2 - 2 C D E}{C^2 - A B}$, l'équation (4) représente :

α) Aucun objet géométrique si a^2 et b^2 ont toutes les deux des signes négatifs ;

β) Une ellipse si les deux signes de a^2 et b^2 sont positifs ;

γ) Une hyperbole si l'un des signes de a^2 et b^2 est positif et l'autre négatif ;

δ) Un cercle si les signes de a^2 et b^2 sont positifs et si les valeurs numériques de a^2 et b^2 sont égales.

Ligne sans centre.

L'équation (1) représente une ligne sans centre si $A B - C^2 = 0$. Dans ce cas les valeurs de s_1 et s_2 sont :

$$\left. \begin{aligned} s_1 &= 0 \\ s_2 &= A + B \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (7)$$

Les angles que les axes principaux de la ligne sans centre font avec l'axe de x sont les deux valeurs de ψ qui satisfont à l'équation :

$$\tan 2 \psi = \frac{2 C}{A - B} \dots \dots \dots (8)$$

L'équation de la ligne par rapport à un système de coordonnées x_1, y_1 , dont l'origine coïncide avec celles du système x, y et dont les axes sont parallèles aux axes principaux, est dans ce cas :

$$(A + B) y_1^2 + 2 D_1 x_1 + 2 E_1 y_1 = K \dots (9)$$

où l'on a posé :

$$\left. \begin{aligned} D_1 &= D \cos \psi + E \sin \psi \\ E_1 &= -D \sin \psi + E \cos \psi \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (10)$$

Si $D_1 = 0$, l'équation (9) donne pour y_1 deux valeurs constantes, donc elle représente deux lignes droites qui sont parallèles à l'axe de x_1 .

Si $D_1 \geq 0$, on peut transformer l'équation (9) de manière qu'elle prend la forme :

$$(A + B) y_1^2 + 2 D_1 x_1 - 0 \dots \dots \dots (11)$$

où x_1 et y_1 se rapportent à un système de coordonnées dont les axes sont parallèles aux axes principaux de la ligne (9) et dont l'origine est déterminée par les coordonnées ξ_1, v_1 suivantes :

$$\left. \begin{aligned} \xi_1 &= \frac{K + \frac{E_1^2}{A+B}}{2 D_1} \\ v_1 &= -\frac{E_1}{A+B} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

L'équation (11) représente dans ce cas une parabole.

SURFACES DU SECOND DEGRÉ

Soit :

$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 + 2Dyz + 2Exz + 2Fxy + 2Gx + 2Hy + 2Iz = K \quad (1)$$

l'équation générale des surfaces du second degré.

$A, B, C, \dots, I, K$ sont des nombres positifs ou négatifs, mais réels.

Pour trouver toutes les significations géométriques de cette équation, on peut procéder de la manière suivante :

On cherche d'abord les trois racines s_1, s_2, s_3 de l'équation suivante du troisième degré :

$$(A-s)(B-s)(C-s) - D^2(A-s) - E^2(B-s) - F^2(C-s) + 2DEF = 0 \quad (2)$$

Ces racines sont toujours réelles.

On cherche alors les valeurs des $\cos \alpha_1, \cos \beta_1, \cos \gamma_1, \cos \alpha_2, \cos \beta_2, \cos \gamma_2, \cos \alpha_3, \cos \beta_3, \cos \gamma_3$ au moyen des trois systèmes des équations suivantes :

$$\left. \begin{aligned} (A - s_1) \cos \alpha_1 + F \cos \beta_1 + E \cos \gamma_1 &= 0 \\ F \cos \alpha_1 + (B - s_1) \cos \beta_1 + D \cos \gamma_1 &= 0 \\ E \cos \alpha_1 + D \cos \beta_1 + (C - s_1) \cos \gamma_1 &= 0 \\ \cos^2 \alpha_1 + \cos^2 \beta_1 + \cos^2 \gamma_1 &= 1 \end{aligned} \right\} \dots (3)$$

$$\left. \begin{aligned} (A - s_2) \cos \alpha_2 + F \cos \beta_2 + E \cos \gamma_2 &= 0 \\ F \cos \alpha_2 + (B - s_2) \cos \beta_2 + D \cos \gamma_2 &= 0 \\ E \cos \alpha_2 + D \cos \beta_2 + (C - s_2) \cos \gamma_2 &= 0 \\ \cos^2 \alpha_2 + \cos^2 \beta_2 + \cos^2 \gamma_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (4)$$

$$\left. \begin{aligned} (A - s_1) \cos \alpha_1 + F \cos \beta_1 + E \cos \gamma_1 &= 0 \\ F \cos \alpha_1 + (B - s_2) \cos \beta_1 + D \cos \gamma_1 &= 0 \\ E \cos \alpha_1 + D \cos \beta_1 + (C - s_3) \cos \gamma_1 &= 0 \\ \cos^2 \alpha_1 + \cos^2 \beta_1 + \cos^2 \gamma_1 &= 1 \end{aligned} \right\} \dots (5)$$

Dans ces équations $ABC \dots IK$ sont les coefficients de l'équation (1) et s_1, s_2, s_3 les trois racines réelles de l'équation (2).

Décision de la question si la surface (1) a un centre ou si elle n'en a pas.

Si aucune des trois racines s_1, s_2, s_3 n'est zéro, la surface (1) est une surface qui a un centre. Si, au contraire, une de ces racines ou si deux en sont zéro, la surface (1) n'a pas de centre.

Surfaces avec centre.

Si aucune des trois racines s_1, s_2, s_3 n'est égale zéro, on trouve les divers objets géométriques, que peut représenter l'équation (1), de la manière suivante :

Posons :

$$\left. \begin{aligned} x_0 &= \frac{(D^2 - BC)G + (CF - DE)H + (BE - DF)I}{ABC - D^2A - E^2B - F^2C + 2DEF} \\ y_0 &= \frac{(CF - DE)G + (E^2 - AC)H + (AD - EF)I}{ABC - D^2A - E^2B - F^2C + 2DEF} \\ z_0 &= \frac{(BE - DF)G + (AD - EF)H + (F^2 - AB)I}{ABC - D^2A - E^2B - F^2C + 2DEF} \end{aligned} \right\} (6)$$

$$K_1 = K - (Ax_0^2 + By_0^2 + Cz_0^2 + 2Dy_0z_0 + 2Ex_0z_0 + 2Fx_0y_0 + 2Gx_0 + 2Hy_0 + 2Iz_0) \quad (7)$$

alors x_0, y_0, z_0 sont les coordonnées du centre de la surface (1).

$\sqrt{\frac{K_1}{s_1}}, \sqrt{\frac{K_1}{s_2}}, \sqrt{\frac{K_1}{s_3}}$ sont les longueurs des demi-axes principaux de la surface (1) et les valeurs des $\cos \alpha_1, \cos \beta_1, \cos \gamma_1, \cos \alpha_2, \cos \beta_2, \cos \gamma_2, \cos \alpha_3, \cos \beta_3, \cos \gamma_3$, qui donnent les équations (3), (4), (5), sont les cosinus des angles que les directions des axes principaux font avec les axes Ox, Oy, Oz des coordonnées de l'équation (1).

Si l'on prend le centre O , de la surface pour origine et les axes principaux pour axes des coordonnées, l'équation de la surface (1) prend la forme suivante:

$$\frac{x_1^2}{\left(\frac{K_1}{s_1}\right)} + \frac{y_1^2}{\left(\frac{K_1}{s_2}\right)} + \frac{z_1^2}{\left(\frac{K_1}{s_3}\right)} = 1 \dots (8)$$

Les significations de cette équation sont les suivantes:

a) Si $K_1 = 0$ et si les trois racines s_1, s_2, s_3 ont les mêmes signes, l'équation représente le point dont les coordonnées sont $x_1 = 0, y_1 = 0, z_1 = 0$;

b) Si $K_1 = 0$ et si les racines s_1, s_2, s_3 n'ont pas les mêmes signes, l'équation (8) représente un cône;

c) Si K est différente de zéro ($K \gtrless 0$), les significations de l'équation (8) sont les suivantes:

a) Une impossibilité si les signes de $\frac{K_1}{s_1}, \frac{K_1}{s_2}, \frac{K_1}{s_3}$ sont tous négatifs;

β) Une ellipsoïde si les signes de $\frac{K_1}{s_1}, \frac{K_1}{s_2}, \frac{K_1}{s_3}$ sont tous positifs;

γ) Un hyperboloïde à une nappe si un des signes de $\frac{K_1}{s_1}, \frac{K_1}{s_2}, \frac{K_1}{s_3}$ est négatif et si les deux autres sont positifs;

δ) Un hyperboloïde à deux nappes si deux des signes de $\frac{K_1}{s_1}, \frac{K_1}{s_2}, \frac{K_1}{s_3}$ sont négatifs et le troisième positif.

Si deux des racines s_1, s_2, s_3 sont égales, par exemple $s_2 = s_3$, alors les surfaces se changent en surfaces de rotation et s_1 coïncide avec l'axe de rotation.

Si toutes les trois racines sont égales et positives, la surface devient une sphère dont le rayon est $\frac{K_1}{s_1}, \frac{K_1}{s_2}, \frac{K_1}{s_3}$.

Surfaces sans centre.

Si une des racines s_1, s_2, s_3 est zéro, la surface (1) n'a pas de centre.

Soit, par exemple, $s_2 = 0$, $\frac{s_1}{s_3} \begin{cases} \leq \\ \geq \end{cases} 0$. Dans ce cas les équations (3) (4) (5) déterminent les angles entre les axes principaux et les axes $Ox Oy Oz$ des coordonnées primitives et l'équation de la surface (par rapport à un système de coordonnées dont l'origine coïncide avec celles du système primitif et dont les axes $Ox_1 Oy_1 Oz_1$ sont parallèles aux axes principaux) devient :

$$s_1 x_1^2 + s_2 y_1^2 + 2G_1 x_1 + 2H_1 y_1 + 2I_1 z_1 = K \dots (9)$$

$$\left. \begin{aligned} G_1 &= G \cos \alpha_1 + H \cos \beta_1 + I \cos \gamma_1 \\ H_1 &= G \cos \alpha_2 + H \cos \beta_2 + I \cos \gamma_2 \\ I_1 &= G \cos \alpha_3 + H \cos \beta_3 + I \cos \gamma_3 \end{aligned} \right\} \dots (10)$$

Si $I_1 = 0$, l'équation (9) représente un cylindre dont l'axe est parallèle à l'axe Oz_1 .

Si I_1 est différent de zéro ($I_1 \geq 0$), la surface de l'équation (9) peut être exprimée par l'équation suivante :

$$s_1 x_1^2 + s_2 y_1^2 + 2I_1 z_1 = 0 \dots \dots \dots (11)$$

dans laquelle $x_1 y_1 z_1$ sont les coordonnées d'un point quelconque de la surface par rapport à un système de coordonnées dont les axes sont parallèles aux axes principaux ou aux axes $x_1 y_1 z_1$ et dont l'origine est déterminée par les coordonnées $\xi v \zeta$ que l'on tire des équations suivantes :

$$\left. \begin{aligned} s_1 \xi + G_1 &= 0 \\ s_2 v + H_1 &= 0 \\ s_1 \xi^2 + s_2 v^2 + 2G_1 \xi + 2H_1 v + 2I_1 \zeta &= K \end{aligned} \right\} \dots (12)$$

Les significations de l'équation (11) sont dans ce cas $I_1 \geq 0$:

α) Un paraboloïde elliptique si s_1 et s_2 ont les mêmes signes ;

β) Un paraboloïde hyperbolique si s_1 et s_2 ont des signes contraires.

Si, en dernier lieu, deux des racines sont égales à zéro, par exemple $s_2 = s_3 = 0$, l'équation (9) devient :

$$s_1 x_1^2 + 2G_1 x_1 + 2H_1 y_1 + 2I_1 z_1 = K \dots \dots (13)$$

et elle représente, en tout cas, un cylindre.

SÉRIES

$$1 + \delta + 2\delta + 3\delta + \dots + (n-1)\delta = 1 + \frac{(n-1)n}{2}\delta$$

$$a + aq + aq^2 + aq^3 + \dots + aq^{n-1} = \frac{a(q^n - 1)}{q - 1}$$

$$(1+x)^m = 1 + mx + \frac{m(m-1)}{1 \cdot 2} x^2 + \frac{m(m-1)(m-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} x^3 + \dots$$

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{1 \cdot 2} + \frac{x^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{x^4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} + \dots$$

dans lesquelles $e = 2.71828$

$$a^x = 1 + x \log a + \frac{(x \log a)^2}{1 \cdot 2} + \frac{(x \log a)^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \dots$$

Pour abrégé on a adopté $m = \log \text{nat } a$

$$\log \text{nat} (1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots$$

$$\log \text{vul } x = 0.43429 \log \text{nat } x$$

$$\log \text{nat } x = 2.3026 \log \text{vul } x$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{1 \cdot 2} + \frac{x^4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} - \frac{x^6}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} + \dots$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{x^5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} - \frac{x^7}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} + \dots$$

$$\text{tang } x = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{3 \cdot 5} + \frac{17x^7}{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 3} + \dots$$

$$\begin{aligned} \cos \alpha + \cos (\alpha + \beta) + \cos (\alpha + 2\beta) + \dots + \cos [\alpha + (n-1)\beta] &= \\ &= \frac{\sin \frac{1}{2} n \beta \cos [\alpha + \frac{1}{2} (n-1)\beta]}{\sin \frac{1}{2} \beta} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin \alpha + \sin (\alpha + \beta) + \sin (\alpha + 2\beta) + \dots + \sin [\alpha + (n-1)\beta] &= \\ &= \frac{\sin \frac{1}{2} n \beta \sin [\alpha + \frac{1}{2} (n-1)\beta]}{\sin \frac{1}{2} \beta} \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{aligned} &\cos \alpha + x \cos (\alpha + \beta) + x^2 \cos (\alpha + 2 \beta) + \dots \\ &\quad + x^{n-1} \cos [\alpha + (n-1) \beta] \end{aligned} \right\} =$$

$$= \frac{x^{n+1} \cos [\alpha + (n-1) \beta] - x^n \cos (\alpha + n \beta) - x \cos (\alpha - \beta) + \cos \alpha}{1 - 2 x \cos \beta + x^2}$$

$$\left\{ \begin{aligned} &\sin \alpha + x \sin (\alpha + \beta) + x^2 \sin (\alpha + 2 \beta) + \dots \\ &\quad + x^{n-1} \sin [\alpha + (n-1) \beta] \end{aligned} \right\} =$$

$$= \frac{x^{n+1} \sin [\alpha + (n-1) \beta] - x^n \sin (\alpha + n \beta) - x \sin (\alpha - \beta) + \sin \alpha}{1 - 2 x \cos \beta + x^2}$$

$$\cos \alpha + \binom{m}{1} \cos (\alpha + \beta) + \binom{m}{2} \cos (\alpha + 2 \beta) + \dots =$$

$$= \left(\pm 2 \cos \frac{1}{2} \beta \right)^m \cos (\alpha + m \Theta)$$

$$\sin \alpha + \binom{m}{1} \sin (\alpha + \beta) + \binom{m}{2} \sin (\alpha + 2 \beta) + \dots =$$

$$= \left(\pm 2 \cos \frac{1}{2} \beta \right)^m \sin (\alpha + m \Theta)$$

Dans ces formules $\sin \Theta = \pm \sin \frac{1}{2} \beta$; les symboles () signifient les coefficients binomes. Il faut prendre les signes supérieurs ou inférieurs suivant que $\sin \frac{1}{2} \beta$ est positif ou négatif.

Si l'on désigne par Σn^k la somme de la puissance k de tous les nombres entiers de 1 à n , on a :

$$\Sigma n = \frac{1}{2} n^2 + \frac{1}{2} n$$

$$\Sigma n^2 = \frac{1}{3} n^3 + \frac{1}{2} n^2 + \frac{1}{6} n$$

$$\Sigma n^3 = \frac{1}{4} n^4 + \frac{1}{2} n^3 + \frac{1}{4} n^2$$

$$\Sigma n^4 = \frac{1}{5} n^5 + \frac{1}{2} n^4 + \frac{1}{3} n^3 - \frac{1}{30} n$$

Si l'on connaît d'une fonction inconnue $y = f(x)$ les valeurs de $y_1, y_2, y_3, y_4, \dots$ pour x égal $x_1, x_2, x_3, x_4, \dots$, on peut mettre :

$$y = \left\{ \begin{array}{l} y_1 \frac{(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)\dots}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)(x_1-x_4)\dots} \\ y_2 \frac{(x-x_1)(x-x_3)(x-x_4)\dots}{(x_2-x_1)(x_2-x_3)(x_2-x_4)\dots} \\ y_3 \frac{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_4)\dots}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)(x_3-x_4)\dots} \end{array} \right\}$$

468

FORMULES DIFFÉRENTIELLES

$$d x y = x d y + y d x$$

$$d \sin x = \cos x d x$$

$$d x^m = m x^{m-1} d x$$

$$d \cos x = -\sin x d x$$

$$d \frac{1}{x} = -\frac{d x}{x^2}$$

$$d \tan x = \frac{d x}{\cos^2 x}$$

$$d \sqrt{x} = \frac{d x}{2 \sqrt{x}}$$

$$d \cotg x = -\frac{d x}{\sin^2 x}$$

$$d \frac{1}{\sqrt{x}} = -\frac{d x}{2x\sqrt{x}}$$

$$d \arcsin x = \frac{d x}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$d \frac{x}{y} = \frac{y d x - x d y}{y^2}$$

$$d \arccos x = -\frac{d x}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$d a^x = a^x \lognat(a) d x$$

$$d \arctan x = \frac{d x}{1+x^2}$$

$$d e^x = e^x d x$$

$$d \operatorname{arc} \cotg x = -\frac{d x}{1+x^2}$$

$$d \lognat x = \frac{d x}{x}$$

469

FORMULES INTÉGRALES

$$X = a + b x$$

$$\int \frac{d x}{X} = \frac{1}{b} \log X$$

$$\int \frac{x d x}{X} = \frac{x}{b} - \frac{a}{b^2} \log X$$

$$X = a + b x$$

$$\int \frac{x^2 dx}{X} = \frac{x^2}{2b} - \frac{ax}{b^2} + \frac{a^2}{b^3} \log X$$

$$\int \frac{x^m dx}{X} = \frac{x^m}{bm} - \frac{a}{b} \int \frac{x^{m-1} dx}{X}$$

$$\int \frac{dx}{X^2} = -\frac{1}{bX}$$

$$\int \frac{dx}{X^n} = -\frac{1}{(n-1)bX^{n-1}}$$

$$\int \frac{x dx}{X^2} = \frac{a}{b^2 X} + \frac{1}{b^2} \log X$$

$$\int \frac{x^2 dx}{X^2} = \left(\frac{x^2}{b} - \frac{2ax}{b^2} \right) \frac{1}{X} - \frac{2a}{b^2} \log X$$

$$\int \frac{x^m dx}{X^2} = \frac{x^m}{(m-1)bX} - \frac{am}{(m-1)b} \int \frac{x^{m-1} dx}{X^2}$$

$$\int \frac{dx}{X^3} = -\frac{1}{2bX^2}$$

$$\int \frac{x dx}{X^3} = -\left(\frac{x}{b} + \frac{a}{2b^2} \right) \frac{1}{X^2}$$

$$\int \frac{x^2 dx}{X^3} = \left(\frac{2ax}{b^2} + \frac{3a^2}{2b^3} \right) \frac{1}{X^2} + \frac{1}{b^3} \log X$$

$$\int \frac{dx}{xX} = \frac{1}{a} \log \frac{x}{X}$$

$$\int \frac{dx}{x^2 X} = -\frac{1}{ax} + \frac{b}{a^2} \log \frac{X}{x}$$

$$\int \frac{dx}{x^3 X} = -\frac{1}{2ax^2} + \frac{b}{a^2 x} - \frac{b^2}{a^3} \log \frac{X}{x}$$

$$\int \frac{dx}{x^n X} = -\frac{1}{(n-1)ax^{n-1}} - \frac{b}{a} \int \frac{dx}{x^{n-1} X}$$

$$X = a + b x$$

$$\int \frac{dx}{x X^2} = \frac{1}{a X} - \frac{1}{a^2} \log \frac{X}{x}$$

$$\int \frac{dx}{x^2 X^2} = -\left(\frac{1}{a x} + \frac{2b}{a^2}\right) \frac{1}{X} + \frac{2b}{a^2} \log \frac{X}{x}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{X}} = \frac{2}{b} \sqrt{X}$$

$$\int \frac{x dx}{\sqrt{X}} = \left(\frac{1}{3} X - a\right) \frac{2 \sqrt{X}}{b^2}$$

$$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{X}} = \left(\frac{1}{5} X^2 - \frac{2}{3} a X + a^2\right) \frac{2 \sqrt{X}}{b^3}$$

$$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{X}} = \left(\frac{1}{7} X^3 - \frac{3}{5} a X^2 + a^2 X - a^3\right) \frac{2 \sqrt{X}}{b^4}$$

$$\int \frac{dx}{x \sqrt{X}} = \frac{1}{\sqrt{a}} \log \frac{\sqrt{X} - \sqrt{a}}{\sqrt{X} + \sqrt{a}} \text{ si } a \text{ est positif,}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{-a}} \arctan \frac{\sqrt{X}}{\sqrt{-a}} \text{ si } a \text{ est négatif,}$$

$$\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{X}} = -\frac{\sqrt{X}}{a x} - \frac{b}{2a} \int \frac{dx}{x \sqrt{X}}$$

$$\int \frac{dx}{x^3 \sqrt{X}} = -\left(\frac{1}{2a x^2} - \frac{3b}{4a^2 x}\right) \sqrt{X} + \frac{3b^2}{8a^2} \int \frac{dx}{x \sqrt{X}}$$

$$\int \frac{dx}{X^{\frac{3}{2}}} = -\frac{2}{b \sqrt{X}}$$

$$\int \frac{x dx}{X^{\frac{3}{2}}} = (X + a) \frac{2}{b^2 \sqrt{X}}$$

$$\int \frac{x^2 dx}{X^{\frac{3}{2}}} = \left(\frac{1}{3} X^2 - 2a X - a^2\right) \frac{2}{b^3 \sqrt{X}}$$

$$\int \frac{dx}{x X^{\frac{3}{2}}} = \frac{2}{a \sqrt{X}} + \frac{1}{a} \int \frac{dx}{x \sqrt{X}}$$

$$X = a + bx$$

$$\int \frac{dx}{x^2 X^{\frac{3}{2}}} = -\left(\frac{1}{ax} + \frac{3b}{a^2}\right) \frac{1}{\sqrt{X}} - \frac{3b}{2a^2} \int \frac{dx}{x\sqrt{X}}$$

$$\int \sqrt{X} dx = \frac{2X\sqrt{X}}{3b}$$

$$\int x\sqrt{X} dx = \left(\frac{1}{3}X - \frac{1}{3}a\right) \frac{2X\sqrt{X}}{b^{\frac{3}{2}}}$$

$$\int x^2\sqrt{X} dx = \left(\frac{1}{7}X^2 - \frac{2}{3}aX + \frac{1}{3}a^2\right) \frac{2X\sqrt{X}}{b^{\frac{3}{2}}}$$

$$\int \frac{\sqrt{X}}{x} dx = 2\sqrt{X} + a \int \frac{dx}{x\sqrt{X}}$$

$$\int \frac{\sqrt{X}}{x^2} dx = -\frac{\sqrt{X}}{x} + \frac{b}{2} \int \frac{dx}{x\sqrt{X}}$$

$$\int \frac{\sqrt{X}}{x^3} dx = -\frac{X\sqrt{X}}{2ax^2} + \frac{b\sqrt{X}}{4ax} - \frac{b^2}{8a} \int \frac{dx}{x\sqrt{X}}$$

$$\int X^{\frac{3}{2}} dx = \frac{2X^2\sqrt{X}}{5b}$$

$$\int xX^{\frac{3}{2}} dx = \left(\frac{1}{7}X - \frac{1}{3}a\right) \frac{2X^2\sqrt{X}}{b^{\frac{3}{2}}}$$

$$\int x^2X^{\frac{3}{2}} dx = \left(\frac{1}{9}X^2 - \frac{2}{7}aX + \frac{1}{3}a^2\right) \frac{2X^2\sqrt{X}}{b^{\frac{3}{2}}}$$

$$\int \frac{X^{\frac{3}{2}}}{x} dx = \left(\frac{1}{3}X + a\right) 2\sqrt{X} + a^2 \int \frac{dx}{x\sqrt{X}}$$

$$\int \frac{X^{\frac{3}{2}}}{x^2} dx = -\frac{X^2 dx}{ax} + \frac{3b}{2a} \int \frac{X^{\frac{3}{2}}}{x} dx$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt[3]{X}} = \frac{3\sqrt[3]{X^2}}{2b}$$

$$\int \frac{x dx}{\sqrt[3]{X}} = \left(\frac{1}{3}X - \frac{1}{2}a\right) \frac{3\sqrt[3]{X^2}}{b^{\frac{2}{3}}}$$

$$X = a + bx$$

$$\int \frac{dx}{x\sqrt[3]{X}} = \frac{1}{\sqrt[3]{a}} \left[\frac{2}{3} \log \frac{\sqrt[3]{X} - \sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{x}} + \sqrt{3} \cdot \text{arc tang} \frac{\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{X}}{\sqrt[3]{X} + 2\sqrt[3]{a}} \right]$$

$$\int \sqrt[3]{X} dx = \frac{3X\sqrt[3]{X}}{4b}$$

$$\int \sqrt[3]{X^2} dx = \frac{3X\sqrt[3]{X}}{5b}$$

$$\int \frac{dx}{X\sqrt{x}} = \pm \frac{2}{\sqrt{ab}} \text{arc tang} \sqrt{\frac{bx}{a}}, \text{ si } a \text{ et } b \text{ ont les mêmes signes;}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{(-ab)}} \log \frac{a-bx+2\sqrt{x} \cdot \sqrt{(-ab)}}{X}, \text{ si } a \text{ et } b \text{ ont des signes différents;}$$

$$\int \frac{dx}{X^2\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}}{aX} + \frac{1}{2a} \int \frac{dx}{X\sqrt{x}}$$

$$\int \frac{\sqrt{x}}{X} dx = \frac{2\sqrt{x}}{b} - \frac{a}{b} \int \frac{dx}{X\sqrt{x}}$$

$$\int \frac{x\sqrt{x}}{X} dx = \left(\frac{x}{3b} - \frac{a}{b^2} \right) 2\sqrt{x} + \frac{a^2}{b^2} \int \frac{dx}{X\sqrt{x}}$$

$$\int \frac{\sqrt{x}}{X^2} dx = -\frac{\sqrt{x}}{bX} + \frac{1}{2b} \int \frac{dx}{X\sqrt{x}}$$

$$\int \frac{x\sqrt{x}}{X^2} dx = \frac{2x\sqrt{x}}{bX} - \frac{3a}{b} \int \frac{dx\sqrt{x}}{X^2}$$

$$\int \frac{dx}{X\sqrt{x}} = \frac{1}{bk^2\sqrt{2}} \left[\log \frac{\lambda + k\sqrt{2x+k^2}}{\sqrt{X}} + \text{arc tang} \frac{k\sqrt{2x}}{k^2-x} \right]$$

si a et b ont les mêmes signes et où $k = \sqrt[4]{\frac{a}{b}}$;

$$\int \frac{dx}{X\sqrt{x}} = \frac{1}{2bk^2} \left[\log \frac{k-\sqrt{x}}{k+\sqrt{x}} - 2 \text{arc tang} \frac{\sqrt{\lambda}}{k} \right]$$

$$X = a + bx$$

si a et b ont des signes différents où $k = \sqrt[4]{-\frac{a}{b}}$;

$$\int \frac{dx}{X^2 \sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}}{2aX} + \frac{3}{4a} \int \frac{dx}{X \sqrt{x}}$$

$$\int \frac{dx \sqrt{x}}{X} = \frac{1}{bk\sqrt{2}} \left[\text{arc tang} \frac{k\sqrt{2x}}{k^2 - x} - \log \frac{x + k\sqrt{2x} + k^2}{\sqrt{X}} \right]$$

si a et b ont les mêmes signes et où $k = \sqrt[4]{\frac{a}{b}}$;

$$\int \frac{\sqrt{x}}{X} dx = \frac{1}{2bx} \left[\log \frac{k - \sqrt{x}}{k + \sqrt{x}} + 2 \text{arc tang} \frac{\sqrt{x}}{k} \right]$$

si a et b ont des signes différents, où $k = \sqrt[4]{-\frac{a}{b}}$;

$$\int \frac{x\sqrt{x}}{X} dx = \frac{2\sqrt{x}}{b} - \frac{a}{b} \int \frac{dx}{X \sqrt{x}}$$

$$\int \frac{\sqrt{x}}{X^2} dx = \frac{x\sqrt{x}}{2aX} + \frac{1}{4a} \int \frac{dx \sqrt{x}}{X}$$

$$\int \frac{x\sqrt{x}}{X^2} dx = -\frac{x\sqrt{x}}{2bX} + \frac{1}{4b} \int \frac{dx}{X \sqrt{x}}$$

$$\int \frac{dx}{Xx\sqrt{x}} = -\frac{2}{a\sqrt{x}} - \frac{b}{a} \int \frac{dx}{X\sqrt{x}}$$

$$\int \frac{dx}{X^2x\sqrt{x}} = -\frac{2}{aX\sqrt{x}} - \frac{3b}{a} \int \frac{dx}{X^2\sqrt{x}}$$

$$X = a + bx^2$$

$$\int \frac{dx}{X} = \frac{1}{\sqrt{ab}} \text{arc tang } x \sqrt{\frac{b}{a}}, \text{ si } b \text{ est positif}$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{-ab}} \log \frac{\sqrt{a+x}\sqrt{-b}}{\sqrt{a-x}\sqrt{-b}}, \text{ si } b \text{ est négatif;}$$

$$\int \frac{dx}{X^2} = \frac{x}{2aX} + \frac{1}{2a} \int \frac{dx}{X}$$

$$\int \frac{dx}{X^3} = \left(\frac{1}{4aX^2} + \frac{3}{8a^2X} \right) x + \frac{3}{8a^2} \int \frac{dx}{X}$$

Hedienbacher, Résultats pour la construction des machines.

$$X = a + bx^2$$

$$\int \frac{x dx}{X} = \frac{1}{2b} \log X$$

$$\int \frac{x^3 dx}{X} = \frac{x}{b} - \frac{a}{b} \int \frac{dx}{X}$$

$$\int \frac{x^5 dx}{X} = \frac{x^3}{2b} - \frac{a}{b} \int \frac{x dx}{X}$$

$$\int \frac{x dx}{X^2} = -\frac{1}{2bX}$$

$$\int \frac{x^3 dx}{X^2} = -\frac{x}{2bX} + \frac{1}{2b} \int \frac{dx}{X}$$

$$\int \frac{x^5 dx}{X^2} = \frac{a}{2b^2X} + \frac{1}{2b^2} \log X$$

$$\int \frac{dx}{X^3} = \left(\frac{3bx^2}{8a^2} + \frac{5x}{8a} \right) \frac{1}{X^2} + \frac{3}{8a^2} \int \frac{dx}{X}$$

$$\int \frac{dx}{xX} = \frac{1}{2a} \log \frac{x^2}{X}$$

$$\int \frac{dx}{x^2X} = -\frac{1}{ax} - \frac{b}{a} \int \frac{dx}{X}$$

$$\int \frac{dx}{xX^2} = \frac{1}{2aX} + \frac{1}{a} \int \frac{dx}{xX}$$

$$\int \frac{dx}{x^2X^2} = -\left(\frac{1}{ax} + \frac{3bx}{2a^2} \right) \frac{1}{X} - \frac{3b}{2a^2} \int \frac{dx}{X}$$

$$\int \frac{dx}{X^m} = \frac{x}{2(m-1)aX^{m-1}} + \frac{2m-3}{2a(m-1)} \int \frac{dx}{X^{m-1}}$$

$$\int \frac{x^m dx}{X} = \frac{x^{m-1}}{b(m-1)} - \frac{b}{a} \int \frac{x^{m-2} dx}{X}$$

$$\int \frac{x^m dx}{X^2} = \frac{x^{m-1}}{b(m-3)X} - \frac{a(m-1)}{b(m-3)} \int \frac{x^{m-2} dx}{X^2}$$

$$\int \frac{dx}{x^mX} = -\frac{1}{a(m-1)x^{m-1}} - \frac{b}{a} \int \frac{dx}{x^{m-2}X}$$

$$\int \frac{dx}{x^mX^2} = -\frac{1}{a(m-1)x^{m-1}X} - \frac{b(m+1)}{a(m-1)} \int \frac{dx}{x^{m-2}X^2}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{b}} = \frac{1}{\sqrt{b}} \log [x\sqrt{b} + \sqrt{X}], \text{ si } b \text{ est positif,}$$

$$X = a + bx^2$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{X}} = \frac{1}{\sqrt{-b}} \arcsin x \sqrt{-\frac{b}{a}}, \text{ si } b \text{ est négatif;}$$

$$\int \frac{dx}{X^{\frac{3}{2}}} = \frac{x}{a\sqrt{X}}$$

$$\int \frac{dx}{X^{\frac{5}{2}}} = \left(\frac{1}{3aX} + \frac{2}{3a^2} \right) \frac{x}{\sqrt{X}}$$

$$\int \frac{x dx}{\sqrt{X}} = \frac{\sqrt{X}}{b}$$

$$\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{X}} = \frac{x\sqrt{X}}{2b} - \frac{a}{2b} \int \frac{dx}{\sqrt{X}}$$

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{X}} = \frac{1}{2\sqrt{a}} \log \frac{\sqrt{X} - \sqrt{a}}{\sqrt{X} + \sqrt{a}}, \text{ si } a \text{ est positif,}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{-a}} \cdot \text{arc sec } x \sqrt{-\frac{b}{a}}, \text{ si } a \text{ est négatif;}$$

$$\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{X}} = -\frac{\sqrt{X}}{ax}$$

$$\int \frac{dx}{x^3 \sqrt{X}} = -\frac{\sqrt{X}}{2ax^2} - \frac{b}{2a} \int \frac{dx}{x\sqrt{X}}$$

$$\int \frac{dx}{X^{\frac{3}{2}}} = \frac{x}{a\sqrt{X}}$$

$$\int \frac{x dx}{X^{\frac{3}{2}}} = -\frac{1}{b\sqrt{X}}$$

$$\int \frac{dx}{x X^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{a\sqrt{X}} + \frac{1}{a} \int \frac{dx}{x\sqrt{X}}$$

$$\int \frac{x^3 dx}{X^{\frac{3}{2}}} = -\frac{x}{b\sqrt{X}} + \frac{1}{b} \int \frac{dx}{\sqrt{X}}$$

$$\int \frac{dx}{x^2 X^{\frac{3}{2}}} = -\left(\frac{1}{ax} + \frac{2bx}{a^2} \right) \frac{1}{\sqrt{X}}$$

$$\int \sqrt{X} dx = \frac{1}{2} x \sqrt{X} + \frac{a}{2\sqrt{b}} \log(x\sqrt{b} + \sqrt{X}), \text{ si } b \text{ est positif,}$$

$$X = a + bx^2$$

$$\int \sqrt{X} dx = \frac{1}{2} x \sqrt{X} + \frac{a}{2\sqrt{-b}} \arcsin x \sqrt{-\frac{b}{a}} \text{ si } b \text{ est négatif;}$$

$$\int x \sqrt{X} dx = \frac{X \sqrt{X}}{3b}$$

$$\int x^3 \sqrt{X} dx = \frac{x X \sqrt{x}}{4b} - \frac{a}{4b} \int dx \sqrt{X}$$

$$\int x^5 \sqrt{X} dx = \left(\frac{x^2}{5b} - \frac{2a}{15b^2} \right) X \sqrt{X}$$

$$\int \frac{\sqrt{X}}{x} dx = \sqrt{X} + a \int \frac{dx}{x \sqrt{X}}$$

$$\int \frac{\sqrt{X}}{x^3} dx = -\frac{\sqrt{X}}{x} + \int \frac{dx}{x \sqrt{X}}$$

$$\int \frac{\sqrt{X}}{x^5} dx = -\frac{\sqrt{X}}{2x^2} + \frac{b}{2} \int \frac{dx}{x \sqrt{X}}$$

$$\int X^{\frac{3}{2}} dx = \left(\frac{X}{4} + \frac{3a}{8} \right) x \sqrt{X} + \frac{3a^2}{8} \int \frac{dx}{\sqrt{X}}$$

$$\int x X^{\frac{3}{2}} dx = \frac{X^2 \sqrt{X}}{5b}$$

$$\int x^3 X^{\frac{3}{2}} dx = \frac{x X^2 \sqrt{X}}{6b} - \frac{a}{6b} \int X^{\frac{3}{2}} dx$$

$$\int \frac{X^{\frac{3}{2}}}{x} dx = \left(\frac{X}{3} + a \right) \sqrt{X} + a^2 \int \frac{dx}{x \sqrt{X}}$$

$$\int \frac{X^{\frac{3}{2}}}{x^3} dx = -\frac{X^2 \sqrt{X}}{ax} + \frac{4b}{a} \int X^{\frac{3}{2}} dx$$

$$\int \frac{dx}{X \sqrt{X}} = \frac{1}{bk^2 \sqrt{2}} \left[\log \frac{x + k \sqrt{2x + k^2}}{\sqrt{X}} + \arctan \frac{k \sqrt{2x}}{k^2 - x} \right]$$

si a et b ont les mêmes signes et si $k = \sqrt{\frac{a}{b}}$;

$$\int \frac{dx}{X \sqrt{X}} = \frac{1}{2bk^2} \left[\log \frac{k - \sqrt{x}}{k + \sqrt{x}} - 2 \arctan \frac{\sqrt{x}}{k} \right]$$

si a et b ont des signes différents et si $k = \sqrt{-\frac{a}{b}}$;

$$X = a + b x^2$$

$$\int \frac{\sqrt{x}}{X} dx = \frac{1}{b k \sqrt{2}} \left[\arctan \frac{k \sqrt{2x}}{k^2 - x} - \log \frac{x + k \sqrt{2x + k^2}}{\sqrt{X}} \right]$$

si a et b ont les mêmes signes et si $k = \sqrt[4]{\frac{a}{b}}$;

$$\int \frac{\sqrt{x}}{X} dx = \frac{1}{2 b k} \left[\log \frac{k - \sqrt{x}}{k + \sqrt{x}} + 2 \arctan \frac{\sqrt{x}}{k} \right]$$

si a et b ont des signes différents et si $k = \sqrt[4]{-\frac{a}{b}}$;

$$\int \frac{dx}{X^2 \sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}}{2 a X} + \frac{3}{4 a} \int \frac{dx}{X \sqrt{x}}$$

$$\int \frac{dx}{X^2 \sqrt{x}} = \left(\frac{1}{4 a X^2} + \frac{7}{16 a^2 X} \right) \sqrt{x} + \frac{21}{32 a^2} \int \frac{dx}{X \sqrt{x}}$$

$$\int \frac{x \sqrt{x}}{X} dx = \frac{2 \sqrt{x}}{b} - \int \frac{dx}{X \sqrt{x}}$$

$$\int \frac{\sqrt{x}}{X^2} dx = \frac{x \sqrt{x}}{2 a X} + \frac{1}{4 a} \int \frac{dx \sqrt{x}}{X}$$

$$\int \frac{x \sqrt{x}}{X^2} dx = -\frac{\sqrt{x}}{2 b X} + \frac{1}{4 b} \int \frac{dx}{X \sqrt{x}}$$

$$X = a x + b x^2$$

$$\begin{aligned} \int \frac{dx}{\sqrt{X}} &= \frac{1}{\sqrt{b}} \log \frac{\sqrt{X} + x \sqrt{b}}{\sqrt{X} - x \sqrt{b}}, \text{ si } b \text{ est positif,} \\ &= \frac{2}{\sqrt{-b}} \arctan \frac{x \sqrt{-b}}{\sqrt{X}}, \text{ si } b \text{ est négatif;} \end{aligned}$$

$$\int \frac{dx}{X^{\frac{3}{2}}} = -\frac{2(2bx+a)}{a^2 \sqrt{X}}$$

$$\int \frac{dx}{X^{\frac{5}{2}}} = -\left(\frac{1}{3X} - \frac{8b}{3a^2} \right) \frac{2(a+2bx)}{a^2 \sqrt{X}}$$

$$\int \frac{x dx}{\sqrt{X}} = \frac{\sqrt{X}}{b} - \frac{a}{2b} \int \frac{dx}{\sqrt{X}}$$

$$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{X}} = \left(\frac{x}{2b} - \frac{3a}{4b^2} \right) \sqrt{X} + \frac{3a^2}{8b^2} \int \frac{dx}{\sqrt{X}}$$

$$X = ax + bx^2$$

$$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{X}} = \left(\frac{x^2}{2b} - \frac{5ax}{8b^2} + \frac{5a^2}{8b^3} \right) \sqrt{X} - \frac{5a^3}{16b^3} \int \frac{dx}{\sqrt{X}}$$

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{X}} = -\frac{2\sqrt{X}}{ax}$$

$$\int \frac{dx}{x^2\sqrt{X}} = -\left(\frac{1}{3ax^2} - \frac{2b}{3a^2x} \right) 2\sqrt{X}$$

$$\int \frac{dx}{x^3\sqrt{X}} = -\left(\frac{1}{5ax^3} - \frac{4b}{15a^2x^2} + \frac{8b^2}{15a^3x} \right) 2\sqrt{X}$$

$$\int \frac{dx}{X^{\frac{3}{2}}} = -\frac{2(a+2bx)}{a^2\sqrt{X}}$$

$$\int \frac{x dx}{X^{\frac{3}{2}}} = \frac{2x}{a\sqrt{X}}$$

$$\int \frac{x^2 dx}{X^{\frac{3}{2}}} = -\frac{2x}{b\sqrt{X}} + \frac{1}{b} \int \frac{dx}{\sqrt{X}}$$

$$\int \frac{dx}{xX^{\frac{3}{2}}} = -\frac{2}{3ax\sqrt{X}} - \frac{4b}{3a} \int \frac{dx}{X^{\frac{3}{2}}}$$

$$\int \frac{dx}{x^2X^{\frac{3}{2}}} = -\left(\frac{1}{5ax^2} - \frac{2b}{5a^2x} \right) \frac{2}{\sqrt{X}} + \frac{8b^2}{5a^2} \int \frac{dx}{X^{\frac{3}{2}}}$$

$$\int \sqrt{X} dx = \left(\frac{x}{2} + \frac{a}{4b} \right) \sqrt{X} - \frac{a^2}{8b} \int \frac{dx}{\sqrt{X}}$$

$$\int x\sqrt{X} dx = \frac{X\sqrt{X}}{3b} - \frac{a}{2b} \int \sqrt{X} dx$$

$$\int x^2\sqrt{X} dx = \left(\frac{x}{4b} - \frac{5a}{24b^2} \right) X\sqrt{X} + \frac{5a^2}{16b^2} \int \sqrt{X} dx$$

$$\int \frac{\sqrt{X}}{x} dx = \sqrt{X} + \frac{a}{2} \int \frac{dx}{\sqrt{X}}$$

$$\int \frac{\sqrt{X}}{x^2} dx = -\frac{2\sqrt{X}}{x} + b \int \frac{dx}{\sqrt{X}}$$

$$\int X^{\frac{3}{2}} dx = \left(\frac{X}{b} - \frac{3a^2}{8b^2} \right) \frac{a+2bx}{8} \sqrt{X} + \frac{3a^4}{128b^2} \int \frac{dx}{\sqrt{X}}$$

$$\int xX^{\frac{3}{2}} dx = \frac{X^2\sqrt{X}}{5b} - \frac{a}{2b} \int X^{\frac{3}{2}} dx$$

$$X = a + bx + cx^2 \text{ et } k = 4ac - b^2$$

$$\int x^3 X^{\frac{3}{2}} dx = \left(\frac{x}{6b} - \frac{7a}{60b^2} \right) X^{\frac{3}{2}} \sqrt{X} + \frac{7a^2}{24b^2} \int X^{\frac{3}{2}} dx$$

$$\int \frac{X^{\frac{3}{2}}}{x} dx = \frac{X \sqrt{X}}{3} + \frac{a}{2} \int \sqrt{X} dx$$

$$\int \frac{X^{\frac{3}{2}}}{x^2} dx = \frac{X \sqrt{X}}{2x} + \frac{3a}{4} \sqrt{X} + \frac{3a^2}{8} \int \frac{dx}{\sqrt{X}}$$

$$X = a + bx + cx^2 \text{ et } k = 4ac - b^2$$

$$\begin{aligned} \int \frac{dx}{X} &= \frac{2}{\sqrt{k}} \cdot \text{arc tang} \frac{2cx + b}{\sqrt{k}}, \text{ si } k \text{ est positif} \\ &= \frac{1}{\sqrt{-k}} \log \frac{2cx + b - \sqrt{-k}}{2cx + b + \sqrt{-k}}, \text{ si } k \text{ est négatif;} \end{aligned}$$

$$\int \frac{dx}{X^2} = \frac{2cx + b}{bX} + \frac{2c}{k} \int \frac{dx}{X}$$

$$\int \frac{dx}{X^3} = \left(\frac{1}{2kX^2} + \frac{3c}{k^2 X} \right) (b + 2cx) + \frac{6c^2}{k^2} \int \frac{dx}{X}$$

$$\int \frac{x dx}{X} = \frac{1}{2c} \log X - \frac{b}{2c} \int \frac{dx}{X}$$

$$\int \frac{x^2 dx}{X} = \frac{x}{c} - \frac{b}{2c^2} \log X - \left(\frac{a}{c} - \frac{b^2}{2c^2} \right) \int \frac{dx}{X}$$

$$\int \frac{x dx}{X^2} = -\frac{1}{2cX} - \frac{b}{2c} \int \frac{dx}{X^2}$$

$$\int \frac{x^2 dx}{X^2} = -\frac{x}{cX} + \frac{a}{c} \int \frac{dx}{X^2}$$

$$\int \frac{x dx}{X^3} = -\frac{1}{4cX^2} - \frac{b}{2c} \int \frac{dx}{X^3}$$

$$\int \frac{dx}{xX} = \frac{1}{2a} \log \frac{x^2}{X} - \frac{b}{2a} \int \frac{dx}{X}$$

$$\int \frac{dx}{x^2 X} = -\frac{1}{ax} - \frac{b}{2a^2} \log \frac{x^2}{X} - \left(\frac{c}{a} - \frac{b^2}{2a^2} \right) \int \frac{dx}{X}$$

$$\int \frac{dx}{x X^2} = \frac{1}{2aX} + \frac{1}{2a^2} \log \frac{x^2}{X} - \frac{b}{2a} \int \frac{dx}{X^2} - \frac{b}{2a^2} \int \frac{dx}{X}$$

$$X = a + bx + cx^2 \text{ et } k = 4ac - b^2$$

$$\begin{aligned} \int \frac{dx}{\sqrt{X}} &= \frac{1}{\sqrt{c}} \log [b + 2cx + 2c^{\frac{1}{2}} \sqrt{X}], \text{ si } c \text{ est positif,} \\ &= -\frac{1}{\sqrt{-c}} \arcsin \frac{b + 2cx}{\sqrt{(b^2 - 4ac)}}, \text{ si } c \text{ est négatif;} \end{aligned}$$

$$\int \frac{dx}{X^{\frac{3}{2}}} = \frac{2(b + 2cx)}{k \sqrt{X}}$$

$$\int \frac{dx}{X^{\frac{5}{2}}} = 2 \left(\frac{1}{3kX} + \frac{8c}{3k^2} \right) \frac{(b + 2cx)}{\sqrt{X}}$$

$$\int \sqrt{X} dx = \frac{(b + 2cx) \sqrt{X}}{4c} + \frac{k}{8c} \int \frac{dx}{\sqrt{X}}$$

$$\int X^{\frac{3}{2}} dx = \left(\frac{X}{8c} + \frac{3k}{64c^2} \right) (b + 2cx) \sqrt{X} + \frac{3k^2}{128c^2} \int \frac{dx}{\sqrt{X}}$$

$$\int \frac{x}{\sqrt{X}} dx = \frac{\sqrt{X}}{c} - \frac{b}{2c} \int \frac{dx}{\sqrt{X}}$$

$$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{X}} = \left(\frac{x}{2c} - \frac{3b}{4c^2} \right) \sqrt{X} + \left(\frac{3b^2}{8c^3} - \frac{a}{2c} \right) \int \frac{dx}{\sqrt{X}}$$

$$\begin{aligned} \int \frac{dx}{x \sqrt{X}} &= \frac{1}{\sqrt{a}} \log \frac{2a + bx + 2a^{\frac{1}{2}} \sqrt{X}}{x}, \text{ si } a \text{ est positif,} \\ &= -\frac{1}{\sqrt{-a}} \arctang \frac{2a + bx}{2\sqrt{-a} \sqrt{X}}, \text{ si } a \text{ est négatif;} \end{aligned}$$

$$\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{X}} = -\frac{\sqrt{X}}{ax} - \frac{b}{2a} \int \frac{dx}{x \sqrt{X}}$$

$$\int \frac{dx}{x^3 \sqrt{X}} = -\left(\frac{1}{2ax^2} - \frac{3b}{4a^2x} \right) \sqrt{X} + \left(\frac{3b^2}{8a^3} - \frac{c}{2a} \right) \int \frac{dx}{x \sqrt{X}}$$

$$\int \frac{dx}{X^{\frac{3}{2}}} = \frac{2(b + 2cx)}{k \sqrt{X}}$$

$$\int \frac{x dx}{X^{\frac{3}{2}}} = -\frac{2(2a + bx)}{k \sqrt{X}}$$

$$\int \frac{x^2 dx}{X^{\frac{3}{2}}} = -\frac{(4ac - 2b^2)x - 2ab}{ck \sqrt{X}} + \frac{1}{c} \int \frac{dx}{\sqrt{X}}$$

$$X = a + bx + cx^2 \text{ et } k = 4ac - b^2$$

$$\int \frac{dx}{xX^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{a\sqrt{X}} - \frac{b}{2a} \int \frac{dx}{X^{\frac{3}{2}}} + \frac{1}{a} \int \frac{dx}{x\sqrt{X}}$$

$$\begin{aligned} \int \frac{dx}{x^2 X^{\frac{3}{2}}} &= -\left(\frac{1}{ax} + \frac{3b}{2a^2}\right) \frac{1}{\sqrt{X}} \\ &\quad - \left(\frac{2c}{a} - \frac{3b^2}{4a^2}\right) \int \frac{dx}{X^{\frac{3}{2}}} - \frac{3b}{2a^2} \int \frac{dx}{x\sqrt{X}} \end{aligned}$$

$$\int x\sqrt{X} dx = \frac{X\sqrt{X}}{3c} - \frac{b}{2c} \int \sqrt{X} dx$$

$$\int x^2\sqrt{X} dx = \left(\frac{x}{4c} - \frac{5b}{24c^2}\right) X\sqrt{X} - \left(\frac{a}{4c} - \frac{5b^2}{16c^2}\right) \int \sqrt{X} dx$$

$$\int \frac{\sqrt{X}}{x} dx = \sqrt{X} + a \int \frac{dx}{x\sqrt{X}} + \frac{b}{2} \int \frac{dx}{\sqrt{X}}$$

$$\int \frac{\sqrt{X}}{x^2} dx = -\frac{\sqrt{X}}{x} + \frac{b}{2} \int \frac{dx}{x\sqrt{X}} + c \int \frac{dx}{\sqrt{X}}$$

$$\int xX^{\frac{3}{2}} dx = \frac{X^2\sqrt{X}}{5c} - \frac{b}{2c} \int X^{\frac{3}{2}} dx$$

$$\begin{aligned} \int \frac{X^{\frac{3}{2}}}{x} dx &= \left(a + \frac{X}{3}\right) \sqrt{X} + a^2 \int \frac{dx}{x\sqrt{X}} + \frac{ab}{2} \int \frac{dx}{\sqrt{X}} \\ &\quad + \frac{b}{2} \int \sqrt{X} dx \end{aligned}$$

$$\int \frac{X^{\frac{3}{2}}}{x^2} dx = -\frac{X^2\sqrt{X}}{ax} + \frac{3b}{2a} \int \frac{X^{\frac{3}{2}}}{x} dx + \frac{4c}{a} \int X^{\frac{3}{2}} dx$$

Produit de facteurs binômes.

$$\int \frac{dx}{(x+a)(x+b)} = \frac{1}{b-a} \log \frac{x+a}{x+b}$$

$$\int \frac{x dx}{(x+a)(x+b)} = \frac{1}{b-a} [b \log(x+b) - a \log(x+a)]$$

$$\int \frac{dx}{(x+a)(x+b)^2} = \frac{1}{(b-a)(x+b)} + \frac{1}{(b-a)^2} \log \frac{x+a}{x+b}$$

$$\int \frac{x dx}{(x+a)(x+b)^2} = -\frac{b}{(b-a)(x+b)} - \frac{a}{(b-a)^2} \log \frac{x+a}{x+b}$$

Hedienbacher, Résultats pour la construction des machines.

Produits de facteurs binômes.

$$\int \frac{dx}{(x+a)^2(x+b)^2} = -\frac{1}{(b-a)^2} \left[\frac{1}{x+a} + \frac{1}{x+b} \right] - \frac{2}{(b-a)^2} \log \frac{x+a}{x+b}$$

$$\int \frac{x dx}{(x+a)^2(x+b)^2} = \frac{1}{(b-a)^2} \left[\frac{a}{x+a} + \frac{b}{x+b} \right] + \frac{a+b}{(b-a)^2} \log \frac{x+a}{x+b}$$

$$\begin{aligned} \int \frac{dx}{(x+a)(x+b)(x+c)} &= \frac{1}{(b-a)(c-a)} \log(x+a) \\ &+ \frac{1}{(a-b)(c-b)} \log(x+b) \\ &+ \frac{1}{(a-c)(b-c)} \log(x+c) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int \frac{x dx}{(x+a)(x+b)(x+c)} &= \frac{a}{(b-a)(c-b)} \log(x+a) \\ &- \frac{b}{(a-b)(c-b)} \log(x+b) \\ &- \frac{c}{(a-c)(b-c)} \log(x+c) \end{aligned}$$

$$\int \frac{dx}{(x+a)(x^2+b)} = \frac{1}{a^2+b} \left[\log \frac{x+a}{\sqrt{x^2+b}} + a \int \frac{dx}{x^2+b} \right]$$

$$\int \frac{x dx}{(x+a)(x^2+b)} = \frac{1}{a^2+b} \left[a \log \frac{\sqrt{x^2+b}}{x+a} + a \int \frac{dx}{x^2+b} \right]$$

$$\int \frac{dx}{(x^2+a)(x^2+b)} = \frac{1}{b-a} \left[\int \frac{dx}{x^2+a} - \int \frac{dx}{x^2+b} \right]$$

$$\int \frac{x dx}{(x^2+a)(x^2+b)} = \frac{1}{2(b-a)} \log \frac{x^2+a}{x^2+b}$$

$$\int \frac{x^2 dx}{(x^2+a)(x^2+b)} = \frac{1}{a-b} \left[a \int \frac{dx}{x^2+a} - b \int \frac{dx}{x^2+b} \right]$$

$$\begin{aligned} \int \frac{x dx}{(x^2+a)(x+b)^2} &= \frac{1}{(a+b)^2} \left[\frac{a-b^2}{2} \log \frac{(b+x)^2}{x+a} \right. \\ &\left. + 2ab \int \frac{dx}{x^2+a} + \frac{b}{(a+b^2)(x+b)} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int \frac{dx}{(x^2+a)(x+b)(x+c)} &= \frac{1}{c^2-ac+b} \left[\frac{1}{2} \log \frac{(x+c)^2}{x^2+ax+b} \right. \\ &\left. + (c - \frac{1}{2}a) \int \frac{dx}{x^2+ax+b} \right] \end{aligned}$$

Produits de facteurs binômes.

$$\int \frac{dx}{(a'+bx)\sqrt{a+bx}} = \frac{2}{\sqrt{b'k}} \arctan \sqrt{\frac{b'(a+bx)}{k}} \text{ si } b' \text{ et } k = a'b - ab \text{ ont les mêmes signes,}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{-b'k}} \log \frac{a'b - 2ab' - bb'x + 2\sqrt{-b'k} \cdot \sqrt{a+bx}}{a' + b'x}$$

si b' et $k = a'b - ab'$ ont des signes différents;

$$\int \frac{dx}{(a'+bx)^2 \sqrt{a+bx}} = \frac{\sqrt{a+bx}}{k \sqrt{a' + b'x}} + \frac{b}{2k} \int \frac{dx}{(a' + b'x) \sqrt{a+bx}}$$

où $k = a'b - ab'$

$$\int \frac{x dx}{(a'+bx) \sqrt{a+bx}} = \frac{1}{b'} \int \frac{dx}{\sqrt{a+bx}} - \frac{a'}{b'} \int \frac{dx}{(a'+bx) \sqrt{a+bx}}$$

$$\int \frac{x dx}{(a'+bx)^2 \sqrt{a+bx}} = \frac{1}{b'} \int \frac{dx}{(a'+bx) \sqrt{a+bx}} - \frac{a'}{b'} \int \frac{dx}{(a'+bx)^2 \sqrt{a+bx}}$$

$$\int \frac{dx}{(a'+bx^2) \sqrt{a+bx}} = \frac{1}{\sqrt{a'(a'b - ab')}} \log \frac{a' \sqrt{a+bx^2} + x \sqrt{a'(a'b - ab')}}{\sqrt{a' + b'x^2}}$$

si $a'(a'b - ab')$ est positif,

$$= \frac{1}{\sqrt{a'(a'b' - a'b)}} \arctan \frac{x \sqrt{a'(a'b' - a'b)}}{a' \sqrt{a+bx^2}}$$

si $a'(a'b - ab')$ est négatif;

Expressions qui renferment les grandeurs

$$P = a + bx^2 \text{ et } Q = a + bx^4, \text{ etc.}$$

$$\int \frac{dx}{a+bx^3} = \frac{1}{3bk^2} \left[\frac{1}{2} \log \frac{(x+k)^2}{x^2 - kx + k^2} + \sqrt{3} \cdot \arctan \frac{x\sqrt{3}}{2k-x} \right]$$

où $k = \sqrt[3]{\frac{a}{b}}$

$$a + bx^3 \text{ et } a + bx^4$$

$$\int \frac{x dx}{a+bx^3} = -\frac{1}{3bk} \left[\frac{1}{2} \log \frac{(x+k)^3}{x^3-kx+k^3} + \sqrt{3} \cdot \text{arc tang} \frac{x\sqrt{3}}{2k-x} \right]$$

$$\text{où } k = \sqrt[3]{\frac{a}{b}}$$

$$\int \frac{x^2 dx}{P} = \frac{1}{3b} \log P$$

$$\int \frac{x^3 dx}{P} = \frac{x}{b} - \frac{a}{b} \int \frac{dx}{P}$$

$$\int \frac{dx}{P^2} = \frac{x}{3aP} + \frac{2}{3a} \int \frac{dx}{P}$$

$$\int \frac{x dx}{P^2} = \frac{x^2}{3a} + \frac{1}{3a} \int \frac{x dx}{P}$$

$$\int \frac{x^3 dx}{P^2} = -\frac{1}{3bP}$$

$$\int \frac{dx}{P^3} = \left(\frac{5bx^4}{18a^3} + \frac{4x}{9a} \right) \frac{1}{P^2} + \frac{5}{9a^3} \int \frac{dx}{P}$$

$$\int \frac{dx}{xP} = \frac{1}{a} \log x - \frac{1}{3a} \log P$$

$$\int \frac{dx}{x^2 P} = -\frac{1}{ax} - \frac{b}{a} \int \frac{x dx}{P}$$

$$\int \frac{dx}{xP^2} = \frac{1}{3aP} - \frac{1}{3a^3} \log \frac{P}{x^3}$$

$$\int \frac{dx}{Q} = \frac{1}{4bk^3\sqrt{2}} \left[\log \frac{x^2+kx\sqrt{2}+k^2}{x^3-kx\sqrt{2}+k^3} + 2 \text{ arc tang} \frac{kx\sqrt{2}}{k^3-x^3} \right]$$

$$\text{où } k = \sqrt[4]{\frac{a}{b}}$$

$$\int \frac{x dx}{Q} = \frac{1}{2bk^2} \text{arc tang } x^2 \sqrt{\frac{b}{a}}, \text{ où } k = \sqrt[4]{\frac{a}{b}}$$

$$\int \frac{x^3 dx}{Q} = \frac{1}{4bk\sqrt{2}} \left[2 \text{ arc tang} \frac{kx\sqrt{2}}{k^3-x^3} - \log \frac{x^2+kx\sqrt{2}+k^2}{x^3-kx\sqrt{2}+k^3} \right]$$

$$\text{où } k = \sqrt[4]{\frac{a}{b}}$$

$$\int \frac{x^3 dx}{Q} = \frac{1}{4b} \log Q$$

$$a + bx^3 \text{ et } a + bx^4$$

$$\int \frac{x^4 dx}{Q} = \frac{x}{b} - \frac{a}{b} \int \frac{dx}{Q}$$

$$\int \frac{dx}{Q} = -\frac{1}{4bk^3} \left[\log \frac{x+k}{x-k} + 2 \operatorname{arc} \operatorname{tang} \frac{x}{k} \right], \text{ où } k = \sqrt[4]{-\frac{a}{b}}$$

$$\int \frac{x dx}{Q} = -\frac{1}{4bk^3} \log \frac{x^2+k^2}{x^2-k^2}, \text{ où } k = \sqrt[4]{-\frac{a}{b}}$$

$$\int \frac{x^3 dx}{Q} = -\frac{1}{4bk^3} \left[\log \frac{x+k}{x-k} - 2 \operatorname{arc} \operatorname{tang} \frac{x}{k} \right], \text{ où } k = \sqrt[4]{-\frac{a}{b}}$$

$$\int \frac{dx}{Q^2} = \frac{x}{5aQ} + \frac{3}{4a} \int \frac{dx}{Q}$$

$$\int \frac{x dx}{Q^2} = \frac{x^2}{4aQ} + \frac{1}{2a} \int \frac{x dx}{Q}$$

$$\int \frac{dx}{xQ} = \frac{1}{a} \log x - \frac{1}{4a} \log Q.$$

Différentielles trigonométriques.

$$\int \sin^m x \cos^n x dx$$

$$= \frac{\sin^{m+1} x \cos^{n-1} x}{m+1} + \frac{n-1}{m+1} \int \sin^{m+2} x \cos^{n-2} x dx$$

$$= \frac{\sin^{m+1} x \cos^{n-1} x}{m+n} + \frac{n-1}{m+n} \int \sin^m x \cos^{n-2} x dx$$

$$= \frac{\sin^{m+1} x \cos^{n+1} x}{m+1} + \frac{m+n+2}{m+1} \int \sin^{m+2} x \cos^n x dx$$

$$= \frac{\sin^{m+1} x \cos^{n+1} x}{n+1} + \frac{m+n+2}{n+1} \int \sin^m x \cos^{n+2} x dx$$

$$= -\frac{\sin^{m-1} x \cos^{n+1} x}{n+1} + \frac{m-1}{n+1} \int \sin^{m-2} x \cos^{n+2} x dx$$

$$= -\frac{\sin^{m-1} x \cos^{n+1} x}{m+n} + \frac{m-1}{m+n} \int \sin^{m-2} x \cos^n x dx$$

où m et n représentent tout nombre arbitraire.

$$\int \sin x dx = -\cos x$$

$$\int \sin^2 x dx = -\frac{1}{4} \sin 2x + \frac{1}{2} x$$

Différentielles trigonométriques.

$$\int \sin^3 x \, dx = \frac{1}{12} \cos 3x - \frac{3}{4} \cos x$$

$$\int \sin^4 x \, dx = \frac{1}{32} \sin 3x - \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{3}{8} x$$

$$\int \cos x \, dx = \sin x$$

$$\int \cos^2 x \, dx = \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{1}{2} x$$

$$\int \cos^3 x \, dx = \frac{1}{12} \sin 3x + \frac{3}{4} \sin x$$

$$\int \cos^4 x \, dx = \frac{1}{32} \sin 4x + \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{3}{8} x$$

$$\int \sin^2 x \cos x \, dx = \frac{1}{3} \sin^3 x$$

$$\int \sin^2 x \cos^3 x \, dx = \frac{1}{8} (x - \frac{1}{4} \sin 4x)$$

$$\int \sin^3 x \cos^3 x \, dx = (\frac{1}{5} \cos^2 x + \frac{2}{15}) \sin^3 x$$

$$\int \sin^3 x \cos^3 x \, dx = (\frac{1}{5} \sin^4 x - \frac{1}{15} \sin^2 x - \frac{2}{15}) \cos x$$

$$\int \sin^3 x \cos^3 x \, dx = (\frac{1}{6} \cos^2 x + \frac{1}{12}) \sin^4 x$$

$$\int \sin^3 x \cos x \, dx = \frac{1}{8} (\frac{1}{4} \cos 4x - \cos 2x)$$

$$\int \sin^4 x \cos x \, dx = \frac{1}{16} (\frac{1}{5} \sin 5x - \sin 3x + 2 \sin x)$$

$$\int \sin^5 x \cos x \, dx = -\frac{1}{32} (\frac{1}{6} \cos 6x - \cos 4x + \frac{5}{2} \cos 2x)$$

$$\int \frac{dx}{\sin x} = \log \tan \frac{x}{2}$$

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cotang x$$

$$\int \frac{dx}{\sin^3 x} = -\frac{\cos x}{2 \sin^2 x} + \frac{1}{2} \int \frac{dx}{\sin x}$$

$$\int \frac{dx}{\cos x} = \log \tan \frac{90+x}{2}$$

$$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x$$

$$\int \frac{dx}{\cos^3 x} = \frac{\sin x}{2 \cos^2 x} + \frac{1}{2} \int \frac{dx}{\cos x}$$

Différentielles trigonométriques.

$$\int \frac{\sin x}{\cos x} dx = -\log \cos x$$

$$\int \frac{\sin^2 x}{\cos x} dx = -\sin x + \int \frac{dx}{\cos x}$$

$$\int \frac{\sin^3 x}{\cos x} dx = -\frac{1}{2} \sin^2 x + \int \frac{\sin x}{\cos x} dx$$

$$\int \frac{\cos x}{\sin x} dx = \log \sin x$$

$$\int \frac{\cos^2 x}{\sin x} dx = \cos x + \int \frac{dx}{\sin x}$$

$$\int \frac{\cos^3 x}{\sin x} dx = \frac{1}{2} \cos^2 x + \int \frac{\cos x}{\sin x} dx$$

$$\int \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx = \frac{1}{\cos x}$$

$$\int \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} dx = \tan x - x$$

$$\int \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x} dx = \cos x + \frac{1}{\cos x}$$

$$\int \frac{\sin x}{\cos^3 x} dx = \frac{1}{2 \cos^2 x}$$

$$\int \frac{\sin^2 x}{\cos^3 x} dx = \frac{\sin x}{2 \cos^2 x} - \frac{1}{2} \int \frac{dx}{\cos x}$$

$$\int \frac{\sin^3 x}{\cos^3 x} dx = \frac{1}{2 \cos^2 x} + \log \cos x$$

$$\int \frac{dx}{\sin x \cos x} = \log \tan x$$

$$\int \frac{dx}{\sin x \cos^2 x} = \frac{1}{\cos x} + \int \frac{dx}{\sin x}$$

$$\int \frac{dx}{\sin x \cos^3 x} = \frac{1}{2 \cos^2 x} + \log \tan x$$

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x} = -2 \cotang 2x$$

$$\int \frac{dx}{\sin^3 x \cos^2 x} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 3 \right) \frac{1}{\sin x} + \frac{3}{2} \int \frac{dx}{\cos x}$$

Différentielles trigonométriques.

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x} = -\frac{2 \cos 2x}{\sin^2 2x} + 2 \log \tan x$$

$$\int x \sin x \, dx = -x \cos x + \sin x$$

$$\int x \cos x \, dx = x \sin x + \cos x$$

$$\int x^2 \sin x \, dx = -x^2 \cos x + 2x \sin x + 2 \cos x$$

$$\begin{aligned} \int x^m \sin x \, dx = & -x^m \cos x + m x^{m-1} \sin x + m(m-1)x^{m-2} \cos x \\ & - m(m-1)(m-2)x^{m-3} \sin x \\ & - m(m-1)(m-2)(m-3)x^{m-4} \cos x + \dots \end{aligned}$$

$$\int X \arcsin x \, dx = \arcsin x \cdot \int X \, dx - \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} \int X \, dx$$

Dans ce cas et les suivants X représente une fonction algébrique.

$$\int X \arctan x \, dx = \arctan x \cdot \int X \, dx - \int \frac{dx}{1+x^2} \int X \, dx$$

$$\int X \operatorname{arcsec} x \, dx = \operatorname{arcsec} x \cdot \int X \, dx - \int \frac{dx}{x \sqrt{x^2-1}} \int X \, dx$$

$$\int X \operatorname{arcsinvers} x \, dx = \operatorname{arcsinvers} x \cdot \int X \, dx - \int \frac{dx}{\sqrt{2x-x^2}} \int X \, dx$$

$$\begin{aligned} \int \frac{dx}{a+b \cos x} &= \frac{1}{\sqrt{a^2-b^2}} \arctan \frac{\sin x \cdot \sqrt{a^2-b^2}}{a \cos x + b} \\ &\quad \text{si } a-b \text{ est positif} \\ &= \frac{1}{\sqrt{b^2-a^2}} \log \frac{a \cos x + b + \sin x \cdot \sqrt{b^2-a^2}}{a+b \cos x} \\ &\quad \text{si } b-a \text{ est positif} \end{aligned}$$

$$\int \frac{\sin x}{a+b \cos x} \, dx = \frac{1}{b} \log \frac{a+b}{a+b \cos x}$$

$$\int \frac{\cos x}{a+b \cos x} \, dx = \frac{x}{b} - \frac{a}{b} \int \frac{dx}{a+b \cos x}$$

$$\int \frac{dx}{(a+b \cos x)^2} = \frac{1}{a^2-b^2} \left[-\frac{b \sin x}{a+b \cos x} + a \int \frac{dx}{a+b \cos x} \right]$$

$$\int \frac{\cos x}{(a+b \cos x)^2} \, dx = \frac{1}{a^2-b^2} \left[\frac{a \sin x}{a+b \cos x} - b \int \frac{dx}{a+b \cos x} \right]$$

Différentielles logarithmiques et exponentielles.

$$\int X \log X' dx = \log X' \cdot \int X dx - \int \frac{dX' \cdot \int X dx}{X}$$

où X et X' sont des fonctions algébriques de x .

$$\int X \log x dx = \log x \int X dx - \int \frac{dx \int X dx}{x}$$

$$\int x^m \log x dx = \frac{x^{m+1}}{m+1} \left(\log x - \frac{1}{m+1} \right)$$

$$\begin{aligned} \int (a + bx)^m \log x dx \\ = \frac{(a + bx)^{m+1}}{(m+1)b} \log x - \frac{1}{(m+1)b} \int \frac{(a + bx)^{m+1}}{x} dx \end{aligned}$$

$$\int \frac{\log x}{x} dx = \frac{1}{2} \log^2 x$$

$$\int \frac{\log x}{a + bx} dx = \frac{1}{b} \log x \cdot \log(a + bx) - \frac{1}{b} \int \frac{\log(a + bx)}{x} dx$$

$$\int x^m \log(a + bx) dx = \frac{x^{m+1}}{m+1} \log(a + bx) - \frac{b}{m+1} \int \frac{x^{m+1} dx}{a + bx}$$

$$\begin{aligned} \int \frac{\log(a + bx)}{x} dx &= \log a \log x + h x - \frac{h^2 x^2}{2^2} + \frac{h^3 x^3}{3^2} - \\ &= \frac{1}{2} \log(bx)^2 - \frac{1}{h x} + \frac{1}{2^2 h^2 x^2} - \frac{1}{3^2 h^3 x^3} + \\ &\text{où } h = \frac{b}{a} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int x^m \log^n x dx &= \frac{x^{m+1}}{m+1} \left[\log^n x - \frac{n}{m+1} \log^{n-1} x + \frac{n(n-1)}{(m+1)^2} \log^{n-2} x \right. \\ &\quad \left. - \frac{n(n-1)(n-2)}{(m+1)^3} \log^{n-3} x + \dots \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int \frac{x^m}{\log^n x} dx &= -\frac{x^{m-1}}{(n-1) \log^{n-1} x} - \frac{(m+1)x^{m+1}}{(n-1)(n-2) \log^{n-2} x} \\ &\quad - \frac{(m+1)^2 x^{m+1}}{(n-1)(n-2)(n-3) \log^{n-3} x} \\ &\quad - \dots + \frac{(m+1)^{n-1}}{(n-1)(n-2) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1} \int \frac{x^m dx}{\log x} \end{aligned}$$

Différentielles logarithmiques et exponentielles.

$$\int \frac{\log^n x}{x} dx = \frac{1}{n+1} \log^{n+1} x$$

$$\int x^m \log x dx = \frac{x^{m+1}}{m+1} \left(\log x - \frac{1}{m+1} \right)$$

$$\int \frac{x^m}{\log x} dx = \int \frac{dy}{\log y} \text{ pour } y = x^{m+1}$$

$$\int x^m \log^2 x dx = \frac{x^{m+1}}{m+1} \left(\log^2 x - \frac{2}{m+1} \log x + \frac{2}{(m+1)^2} \right)$$

$$\int \frac{x^m}{\log^2 x} dx = -\frac{x^{m+1}}{\log x} + \frac{m+1}{1} \int \frac{x^m dx}{\log x}$$

$$\begin{aligned} \int a^x \cdot x^n dx &= \frac{a^x \cdot x^n}{\log a} - \frac{n a^x \cdot x^{n-1}}{\log^2 a} + \frac{n(n-1) a^x x^{n-2}}{\log^3 a} \\ &\quad - \frac{n(n-1)(n-2) a^x x^{n-3}}{\log^4 a} + \dots \pm \frac{n(n-1)(n-2)\dots 3.2.1 \cdot a^x}{\log^{n+1} a} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int \frac{a^x}{x^n} dx &= -\frac{a^x}{(n-1)x^{n-1}} - \frac{a^x \log a}{(n-1)(n-2)x^{n-2}} \\ &\quad - \frac{a^x \log^2 a}{(n-1)(n-2)(n-3)x^{n-3}} \\ &\quad - \frac{a^x \log^{n-2} a}{(n-1)(n-2)\dots 3.2.1 \cdot x} \\ &\quad + \frac{\log^{n-1} a}{(n-1)(n-2)\dots 3.2.1} \int \frac{a^x dx}{x} \end{aligned}$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\log a}$$

$$\int a^x \cdot x dx = \frac{a^x \cdot x}{\log a} - \frac{a^x}{\log^2 a}$$

$$\int a^x \cdot x^2 dx = \frac{a^x \cdot x^2}{\log a} - \frac{2 a^x \cdot x}{\log^2 a} + \frac{2 a^x}{\log^3 a}$$

$$\int a^x \cdot x^3 dx = \frac{a^x \cdot x^3}{\log a} - \frac{3 a^x \cdot x^2}{\log^2 a} + \frac{6 a^x \cdot x}{\log^3 a} - \frac{6 a^x}{\log^4 a}$$

$$\begin{aligned} \int \frac{a^x}{x} dx &= \log x + x \log a + \frac{(x \log a)^2}{1.2} + \frac{(x \log a)^3}{1.2.3} \\ &\quad + \frac{(x \log a)^4}{1.2.3.4} + \dots \end{aligned}$$

Différentielles logarithmiques et exponentielles.

$$\int \frac{a^x dx}{x^2} = -\frac{a^x}{x} + \log a \int \frac{a^x dx}{x}$$

$$\int \frac{a^x dx}{x^3} = -\frac{a^x}{2x^2} - \frac{a^x}{2x} \log a + \frac{1}{2} \log^2 a \int \frac{a^x dx}{x}$$

$$\int e^{ax} \sin x dx = \frac{e^{ax}}{a^2 + 1} (a \sin x - \cos x) \text{ où } \log \text{ nat } e = 1$$

$$\int e^{ax} \sin^2 x dx = \frac{e^{ax} \sin x}{a^2 + 4} (a \sin x - 2 \cos x) + \frac{2 e^{ax}}{a(a^2 + 4)}$$

$$\int e^{ax} \cos x dx = \frac{e^{ax}}{a^2 + 1} (a \cos x + \sin x)$$

$$\int e^{ax} \cos^2 x dx = \frac{e^{ax}}{a^2 + 4} \cos x (a \cos x + 2 \sin x) + \frac{2 e^{ax}}{a(a^2 + 4)}$$

$$\int e^{ax} \sin b x dx = \frac{e^{ax}}{a^2 + b^2} (a \sin b x - b \cos b x)$$

$$\int e^{ax} \cos b x dx = \frac{e^{ax}}{a^2 + b^2} (a \cos b x + b \sin b x)$$

CHAPITRE XIII

COLLECTION DE TABLES

470

Table des valeurs réciproques des nombres naturels de 1 à 100.

n	$\frac{1}{n}$	n	$\frac{1}{n}$	n	$\frac{1}{n}$	n	$\frac{1}{n}$	n	$\frac{1}{n}$
2	0.5000	22	0.0455	42	0.0238	62	0.0161	82	0.0122
3	0.3333	23	0.0435	43	0.0233	63	0.0159	83	0.0120
4	0.2500	24	0.0417	44	0.0227	64	0.0156	84	0.0119
5	0.2000	25	0.0400	45	0.0222	65	0.0154	85	0.0118
6	0.1667	26	0.0385	46	0.0217	66	0.0152	86	0.0116
7	0.1429	27	0.0370	47	0.0213	67	0.0149	87	0.0115
8	0.1250	28	0.0357	48	0.0208	68	0.0147	88	0.0114
9	0.1111	29	0.0345	49	0.0204	69	0.0145	89	0.0112
10	0.1000	30	0.0333	50	0.0200	70	0.0143	90	0.0111
11	0.0909	31	0.0323	51	0.0196	71	0.0141	91	0.0110
12	0.0833	32	0.0313	52	0.0192	72	0.0139	92	0.0109
13	0.0769	33	0.0303	53	0.0189	73	0.0137	93	0.0108
14	0.0714	34	0.0294	54	0.0185	74	0.0135	94	0.0106
15	0.0667	35	0.0286	55	0.0182	75	0.0133	95	0.0105
16	0.0625	36	0.0278	56	0.0179	76	0.0132	96	0.0104
17	0.0588	37	0.0270	57	0.0175	77	0.0130	97	0.0103
18	0.0556	38	0.0263	58	0.0172	78	0.0128	98	0.0102
19	0.0526	39	0.0256	59	0.0169	79	0.0127	99	0.0101
20	0.0500	40	0.0250	60	0.0167	80	0.0125	100	0.0100
21	0.0476	41	0.0244	61	0.0164	81	0.0123		

Table des valeurs de n , $n\pi$, $n^2 \frac{\pi}{4}$, n^2 , n^3 , $n^3 \sqrt{n}$, $\sqrt[3]{n}$

de $n = 1$ à $n = 1000$.

n	$n\pi$	$n^2 \frac{\pi}{4}$	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
1	3.14	0.78	1	1	1.000	1.000
2	6.28	3.14	4	8	1.414	1.259
3	9.42	7.07	9	27	1.732	1.442
4	12.57	12.57	16	64	2.000	1.587
5	15.71	19.63	25	125	2.236	1.709
6	18.85	28.27	36	216	2.449	1.817
7	21.99	38.48	49	343	2.645	1.912
8	25.13	50.26	64	512	2.828	2.000
9	28.27	63.61	81	729	3.000	2.080
10	31.41	78.54	100	1000	3.162	2.154
11	34.55	95.03	121	1331	3.316	2.223
12	37.69	113.09	144	1728	3.464	2.289
13	40.84	132.73	169	2197	3.605	2.351
14	43.98	153.93	196	2744	3.741	2.410
15	47.12	176.71	225	3375	3.872	2.466
16	50.26	201.06	256	4096	4.000	2.519
17	53.40	226.98	289	4913	4.123	2.571
18	56.54	254.46	324	5832	4.242	2.620
19	59.69	283.52	361	6859	4.358	2.668
20	62.83	314.15	400	8000	4.472	2.714
21	65.97	346.36	441	9261	4.582	2.758
22	69.11	380.13	484	10648	4.690	2.802
23	72.25	415.47	529	12167	4.795	2.843
24	75.39	452.38	576	13824	4.898	2.884
25	78.54	490.87	625	15625	5.000	2.924
26	81.68	530.02	676	17576	5.099	2.962
27	84.82	572.55	729	19683	5.196	3.000
28	87.96	615.75	784	21952	5.291	3.036
29	91.10	660.52	841	24389	5.385	3.072
30	94.24	706.85	900	27000	5.477	3.107
31	97.38	754.76	961	29791	5.567	3.141
32	100.53	804.24	1024	32768	5.656	3.174
33	103.67	855.29	1089	35937	5.744	3.207
34	106.81	907.92	1156	39304	5.830	3.239
35	109.95	962.11	1225	42875	5.916	3.271
36	113.09	1017.87	1296	46656	6.000	3.301
37	116.23	1075.21	1369	50653	6.082	3.332
38	119.38	1134.11	1444	54872	6.164	3.361

n	$n\pi$	$n^2 \frac{\pi}{4}$	n^3	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
39	122.52	1194.59	1521	59319	6.244	3.391
40	125.66	1256.63	1600	64000	6.324	3.419
41	128.80	1320.25	1681	68921	6.403	3.448
42	131.94	1385.44	1764	74088	6.480	3.476
43	135.08	1452.20	1849	79507	6.557	3.503
44	138.23	1520.52	1936	85184	6.633	3.530
45	141.37	1590.43	2025	91125	6.708	3.556
46	144.51	1661.90	2116	97336	6.782	3.583
47	147.65	1734.94	2209	103823	6.855	3.608
48	150.79	1809.55	2304	110592	6.928	3.634
49	153.93	1885.74	2401	117649	7.000	3.659
50	157.08	1963.49	2500	125000	7.071	3.684
51	160.22	2042.82	2601	132651	7.141	3.708
52	163.36	2123.71	2704	140608	7.211	3.732
53	166.50	2206.18	2809	148877	7.280	3.756
54	169.64	2290.21	2916	157464	7.348	3.779
55	172.78	2375.82	3025	166375	7.416	3.802
56	175.92	2463.09	3136	175616	7.483	3.825
57	179.07	2551.75	3249	185193	7.549	3.848
58	182.21	2642.08	3364	195112	7.615	3.870
59	185.35	2733.97	3481	205379	7.681	3.892
60	188.49	2827.43	3600	216000	7.745	3.914
61	191.63	2922.46	3721	226981	7.810	3.936
62	194.77	3019.07	3844	238328	7.874	3.957
63	197.92	3117.24	3969	250047	7.937	3.979
64	201.06	3216.99	4096	262144	8.000	4.000
65	204.20	3318.30	4225	274625	8.062	4.020
66	207.34	3421.18	4356	287496	8.124	4.041
67	210.48	3525.65	4489	300763	8.185	4.061
68	213.62	3631.68	4624	314432	8.246	4.081
69	216.77	3739.28	4761	328509	8.306	4.101
70	219.91	3848.45	4900	343000	8.366	4.121
71	223.05	3959.19	5041	357911	8.426	4.140
72	226.19	4071.50	5184	373248	8.485	4.160
73	229.33	4185.38	5329	389017	8.544	4.179
74	232.47	4300.84	5476	405224	8.602	4.198
75	235.61	4417.86	5625	421875	8.660	4.217
76	238.76	4536.45	5776	438976	8.717	4.235
77	241.90	4656.62	5929	456533	8.774	4.254
78	245.04	4778.36	6084	474552	8.831	4.272
79	248.18	4901.66	6241	493039	8.888	4.290
80	251.32	5026.54	6400	512000	8.944	4.308
81	254.46	5153.00	6561	531441	9.000	4.326
82	257.61	5281.01	6724	551368	9.055	4.344
83	260.75	5410.59	6889	571787	9.110	4.362

n	$n \pi$	$n^2 \frac{\pi}{4}$	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
84	263.89	5441.77	7056	592704	9.165	4.379
85	267.03	5674.50	7225	614125	9.219	4.396
86	270.17	5808.80	7396	636056	9.273	4.414
87	273.31	5944.67	7569	658503	9.327	4.431
88	276.46	6082.11	7744	681472	9.380	4.447
89	279.60	6221.13	7921	704969	9.433	4.461
90	282.74	6361.72	8100	729000	9.486	4.481
91	285.88	6503.87	8281	753571	9.539	4.497
92	289.02	6647.61	8464	778688	9.591	4.514
93	292.16	6792.90	8649	804357	9.643	4.530
94	295.31	6939.78	8836	830584	9.695	4.546
95	298.45	7088.21	9025	857375	9.746	4.562
96	301.59	7238.23	9216	884736	9.797	4.578
97	304.73	7389.81	9409	912673	9.848	4.594
98	307.87	7542.96	9604	941192	9.899	4.610
99	311.01	7697.68	9801	970299	9.949	4.626
100	314.15	7853.97	10000	1000000	10.000	4.641
101	317.30	8011.86	10201	1030301	10.049	4.657
102	320.41	8171.30	10404	1061208	10.099	4.672
103	323.58	8332.30	10609	1092727	10.148	4.687
104	326.72	8494.88	10816	1124864	10.198	4.702
105	329.86	8659.03	11025	1157625	10.246	4.717
106	333.00	8824.75	11236	1191016	10.295	4.732
107	336.15	8992.04	11449	1225043	10.344	4.747
108	339.29	9160.90	11664	1259712	10.392	4.762
109	342.43	9331.33	11881	1295029	10.440	4.776
110	345.57	9503.34	12100	1331000	10.488	4.791
111	348.71	9676.91	12321	1367631	10.535	4.805
112	351.85	9852.05	12544	1404928	10.583	4.820
113	355.01	10028.77	12769	1442897	10.630	4.834
114	358.14	10207.05	12996	1481544	10.677	4.848
115	361.28	10386.91	13225	1520875	10.723	4.862
116	364.42	10568.34	13456	1560896	10.770	4.876
117	367.56	10751.34	13689	1601613	10.816	4.890
118	370.70	10935.90	13924	1643032	10.862	4.904
119	373.81	11122.04	14161	1685159	10.908	4.918
120	376.99	11309.76	14400	1728000	10.954	4.932
121	380.13	11499.04	14641	1771561	11.000	4.946
122	383.27	11689.89	14884	1815848	11.045	4.959
123	386.41	11882.31	15129	1860867	11.090	4.973
124	389.55	12076.31	15376	1906624	11.135	4.986
125	392.70	12271.87	15625	1953125	11.180	5.000
126	395.84	12469.01	15876	2000376	11.224	5.013
127	398.98	12667.71	16129	2048383	11.269	5.026
128	402.12	12867.99	16384	2097152	11.313	5.039

n	$n\pi$	$n^2 \frac{\pi}{4}$	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
129	405.26	13069.84	16641	2146689	11.357	5.052
130	408.10	13273.26	16900	2197000	11.401	5.065
131	411.54	13478.24	17161	2248091	11.445	5.078
132	414.69	13694.80	17424	2299968	11.489	5.091
133	417.83	13892.94	17689	2352637	11.532	5.104
134	420.97	14102.64	17956	2406104	11.575	5.117
135	424.11	14313.91	18225	2460375	11.618	5.129
136	427.25	14526.75	18496	2515456	11.661	5.142
137	430.39	14741.17	18769	2571353	11.704	5.155
138	433.54	14957.15	19044	2628072	11.747	5.167
139	436.68	15174.71	19321	2685619	11.789	5.180
140	439.82	15393.84	19600	2744000	11.832	5.192
141	442.96	15614.53	19881	2803221	11.874	5.204
142	446.10	15836.80	20164	2863288	11.916	5.217
143	449.24	16060.64	20449	2924207	11.958	5.229
144	452.39	16286.05	20736	2985984	12.000	5.241
145	455.53	16513.03	21025	3048625	12.041	5.253
146	458.67	16741.58	21316	3112136	12.083	5.265
147	461.81	16971.70	21609	3176523	12.124	5.277
148	464.95	17203.40	21904	3241792	12.165	5.289
149	468.09	17436.66	22201	3307949	12.206	5.301
150	471.24	17671.50	22500	3375000	12.247	5.313
151	474.38	17907.90	22801	3442951	12.288	5.325
152	477.52	18145.88	23104	3511808	12.328	5.336
153	480.66	18385.42	23409	3581577	12.369	5.348
154	483.80	18626.54	23716	3652264	12.409	5.360
155	486.94	18869.23	24025	3723875	12.449	5.371
156	490.08	19113.49	24336	3796416	12.489	5.383
157	493.23	19359.32	24649	3869893	12.529	5.394
158	496.37	19606.72	24964	3944312	12.569	5.406
159	499.51	19855.69	25281	4019679	12.609	5.417
160	502.65	20106.24	25600	4096000	12.649	5.428
161	505.79	20358.35	25921	4173281	12.688	5.440
162	508.93	20612.03	26244	4251528	12.727	5.451
163	512.08	20867.20	26569	4330747	12.767	5.462
164	515.22	21124.11	26896	4410944	12.806	5.473
165	518.36	21382.51	27225	4492125	12.845	5.484
166	521.50	21642.48	27556	4574296	12.884	5.495
167	524.64	21904.02	27889	4657463	12.922	5.506
168	527.78	22167.12	28224	4741632	12.961	5.517
169	530.93	22431.80	28561	4826800	13.000	5.528
170	534.07	22698.06	28900	4913000	13.038	5.539
171	537.31	22965.88	29241	5000211	13.076	5.550
172	540.35	23235.27	29584	5088448	13.114	5.561
173	543.49	23506.23	29929	5177717	13.152	5.572

n	$n\pi$	$n^2 \frac{\pi}{4}$	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\frac{3}{\sqrt{n}}$
174	546°03	23778.77	30276	5268024	13.190	5.582
175	549.78	24052.87	30625	5359375	13.228	5.593
176	552.92	24328.55	30976	5451776	13.266	5.604
177	556.06	24605.79	31329	5545233	13.304	5.614
178	559.20	24884.61	31684	5639752	13.341	5.625
179	562.34	25165.00	32041	5735339	13.379	5.635
180	565.48	25446.96	32400	5832000	13.416	5.646
181	568.62	25730.48	32761	5929741	13.453	5.656
182	571.77	26015.58	33124	6028568	13.490	5.667
183	574.91	26302.26	33489	6128487	13.527	5.677
184	578.05	26590.50	33856	6229504	13.564	5.687
185	581.19	26880.31	34225	6331625	13.601	5.698
186	584.33	27171.69	34596	6434856	13.638	5.708
187	587.47	27464.65	34969	6539203	13.674	5.718
188	590.62	27759.17	35344	6644672	13.711	5.728
189	593.76	28055.27	35721	6751269	13.747	5.738
190	596.90	28352.94	36100	6859000	13.784	5.748
191	600.04	28652.17	36481	6967871	13.820	5.758
192	603.18	28952.98	36864	7077888	13.856	5.768
193	606.32	29255.36	37249	7189057	13.892	5.778
194	609.47	29559.31	37636	7301384	13.928	5.788
195	612.61	29864.83	38025	7414875	13.964	5.798
196	615.75	30171.92	38416	7529536	14.000	5.808
197	618.89	30480.60	38809	7645373	14.035	5.818
198	622.03	30790.82	39204	7762392	14.071	5.828
199	625.17	31102.52	39601	7880599	14.106	5.838
200	628.32	31416.00	40000	8000000	14.142	5.848
201	631.46	31730.94	40401	8120601	14.177	5.857
202	634.60	32047.46	40804	8242408	14.212	5.867
203	637.74	32365.54	41209	8365427	14.247	5.877
204	640.88	32685.20	41616	8489664	14.282	5.886
205	644.02	33006.43	42025	8615125	14.317	5.896
206	647.16	33329.23	42436	8741816	14.352	5.905
207	650.31	33653.60	42849	8869743	14.387	5.915
208	653.45	33979.54	43264	8998912	14.422	5.924
209	656.59	34307.05	43681	9129329	14.456	5.934
210	659.73	34636.14	44100	9261000	14.491	5.943
211	662.87	34966.79	44521	9393931	14.525	5.953
212	666.01	35299.01	44944	9528128	14.560	5.962
213	669.16	35632.81	45369	9663597	14.594	5.972
214	672.30	35968.17	45796	9800344	14.628	5.981
215	675.44	36305.11	46225	9938375	14.662	5.990
216	678.58	36643.62	46656	10077696	14.696	6.000
217	681.72	36983.70	47089	10218313	14.730	6.009
218	684.86	37325.34	47524	10360232	14.764	6.018

n	$n\pi$	$n^2 \frac{\pi}{4}$	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\frac{1}{\sqrt{n}}$
219	688.01	37668.56	47961	10503459	14.798	6.027
220	691.15	38013.36	48400	10648000	14.832	6.036
221	694.29	38359.72	48841	10793861	14.866	6.045
222	697.43	38707.65	49284	10941048	14.899	6.055
223	700.57	39057.51	49729	11089567	14.933	6.064
224	703.71	39408.23	50176	11239424	14.966	6.073
225	706.86	39760.87	50625	11309625	15.000	6.082
226	710.00	40115.09	51076	11543176	15.033	6.091
227	713.14	40470.87	51529	11697083	15.066	6.100
228	716.28	40828.23	51984	11852352	15.099	6.109
229	719.42	41187.16	52441	12008989	15.132	6.118
230	722.56	41547.66	52900	12167000	15.165	6.126
231	725.70	41909.72	53361	12326391	15.198	6.135
232	728.85	42273.36	53824	12487168	15.231	6.144
233	731.99	42638.58	54289	12649337	15.264	6.153
234	735.13	43005.36	54756	12812904	15.297	6.162
235	738.27	43373.71	55225	12977875	15.329	6.171
236	741.41	43743.63	55696	13144256	15.362	6.179
237	744.55	44115.11	56169	13312053	15.394	6.188
238	747.68	44488.19	56644	13481272	15.427	6.197
239	750.88	44862.83	57121	13651619	15.459	6.205
240	753.98	45239.04	57600	13824000	15.491	6.214
241	757.12	45616.81	58081	13997521	15.524	6.223
242	760.26	45996.16	58564	14172488	15.556	6.231
243	763.40	46377.08	59049	14348907	15.588	6.240
244	766.52	46759.57	59536	14526784	15.620	6.248
245	769.62	47143.63	60025	14706125	15.652	6.257
246	772.83	47529.26	60516	14886936	15.684	6.265
247	775.97	47916.46	61009	15069223	15.716	6.274
248	779.11	48305.24	61504	15252992	15.748	6.282
249	782.25	48695.58	62001	15438249	15.779	6.291
250	785.40	49087.50	62500	15625000	15.811	6.299
251	788.54	49480.98	63001	15813251	15.842	6.307
252	791.68	49876.04	63504	16003008	15.874	6.316
253	794.82	50272.66	64009	16194277	15.905	6.324
254	797.96	50670.86	64516	16387064	15.937	6.333
255	801.10	51070.63	65025	16581375	15.968	6.341
256	804.24	51471.96	65536	16777216	16.000	6.349
257	807.39	51874.88	66049	16974593	16.031	6.357
258	810.53	52279.36	66564	17173512	16.062	6.366
259	813.67	52685.41	67081	17373979	16.093	6.374
260	816.81	53093.04	67600	17576000	16.124	6.382
261	819.95	53502.23	68121	17779581	16.155	6.390
262	823.09	53912.99	68644	17984728	16.186	6.398
263	826.24	54325.33	69169	18191447	16.217	6.406

n	$n\pi$	$n^2 \frac{\pi}{4}$	n^3	n^4	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
264	829.38	54739.23	69696	18399744	16.248	6.415
265	832.52	55154.71	70225	18609625	16.278	6.423
266	835.66	55571.76	70756	18821096	16.309	6.431
267	838.80	55990.38	71289	19034163	16.340	6.439
268	841.94	56410.56	71824	19248832	16.370	6.447
269	845.09	56832.32	72361	19465109	16.401	6.455
270	848.23	57255.66	72900	19683000	16.431	6.463
271	851.37	57680.56	73441	19902511	16.462	6.471
272	854.51	58107.03	73984	20123648	16.492	6.479
273	857.65	58535.07	74529	20346417	16.522	6.487
274	860.79	58964.69	75076	20570824	16.552	6.495
275	863.94	59393.87	75625	20796875	16.583	6.502
276	867.08	59828.63	76176	21024576	16.613	6.510
277	870.22	60262.95	76729	21253933	16.643	6.518
278	873.36	60698.85	77284	21484952	16.673	6.526
279	876.50	61136.32	77841	21717639	16.703	6.534
280	879.64	61573.36	78400	21952000	16.733	6.542
281	882.78	62015.96	78961	22188041	16.763	6.549
282	885.93	62458.14	79524	22425768	16.792	6.557
283	889.07	62901.90	80089	22665187	16.822	6.565
284	892.21	63347.22	80656	22906304	16.852	6.573
285	895.35	63794.11	81225	23149125	16.881	6.580
286	898.49	64242.57	81796	23393656	16.911	6.588
287	901.63	64692.61	82369	23639903	16.941	6.596
288	904.78	65144.21	82944	23887872	16.970	6.603
289	907.92	65597.39	83521	24137569	17.000	6.611
290	911.06	66052.14	84100	24389000	17.029	6.619
291	914.20	66508.45	84681	24642171	17.059	6.627
292	917.34	66966.34	85264	24897088	17.088	6.634
293	920.48	67425.80	85849	25153757	17.117	6.642
294	923.63	67886.83	86436	25412184	17.146	6.649
295	926.77	68349.43	87025	25672375	17.176	6.657
296	929.91	68813.60	87616	25934336	17.205	6.664
297	933.05	69279.34	88209	26198073	17.234	6.672
298	936.19	69746.66	88804	26463592	17.263	6.679
299	939.33	70215.54	89401	26730899	17.292	6.687
300	942.48	70686.00	90000	27000000	17.320	6.694
301	945.62	71158.02	90601	27270901	17.349	6.702
302	948.76	71631.62	91204	27543608	17.378	6.709
303	951.90	72106.78	91809	27818127	17.407	6.717
304	955.04	72583.52	92416	28094464	17.436	6.724
305	958.18	73061.83	93025	28372625	17.464	6.731
306	961.32	73541.71	93636	28652616	17.493	6.739
307	964.47	74023.16	94249	28934443	17.521	6.746
308	967.61	74506.18	94864	29218112	17.549	6.753

n	$n\pi$	$n^2 \frac{\pi}{4}$	n^3	n^4	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
309	970.75	74990.77	95481	29503629	17.578	6.761
310	973.89	75476.94	96100	29791000	17.607	6.768
311	977.03	75964.67	96721	30080231	17.635	6.775
312	980.17	76453.93	97344	30371328	17.663	6.782
313	983.32	76944.85	97969	30664297	17.692	6.789
314	986.45	77437.29	98596	30959144	17.720	6.797
315	989.60	77931.31	99225	31255875	17.748	6.804
316	992.74	78426.89	99856	31554496	17.776	6.811
317	995.88	78924.06	100489	31855013	17.804	6.818
318	999.02	79422.78	101124	32157432	17.832	6.826
319	1002.17	79923.08	101761	32461759	17.860	6.833
320	1005.31	80424.96	102400	32768000	17.888	6.839
321	1008.45	80928.40	103041	33076161	17.916	6.847
322	1011.59	81433.41	103684	33386248	17.944	6.854
323	1014.73	81939.99	104329	33698267	17.972	6.861
324	1017.87	82448.15	104976	34012224	18.000	6.868
325	1021.02	82957.87	105625	34328125	18.028	6.875
326	1024.16	83469.17	106276	34645976	18.055	6.882
327	1027.30	83982.60	106929	34965783	18.083	6.889
328	1030.44	84496.47	107584	35287552	18.111	6.896
329	1033.58	85012.48	108241	35611289	18.138	6.903
330	1036.72	85530.06	108900	35937000	18.166	6.910
331	1039.86	86049.20	109561	36264691	18.193	6.917
332	1043.01	86569.92	110224	36594368	18.221	6.924
333	1046.15	87092.22	110889	36926037	18.248	6.931
334	1049.29	87616.08	111556	37259704	18.276	6.938
335	1052.43	88141.51	112225	37595375	18.303	6.945
336	1055.57	88668.51	112896	37933056	18.330	6.952
337	1058.71	89197.09	113569	38272753	18.357	6.959
338	1061.86	89727.23	114244	38614472	18.385	6.966
339	1065.02	90258.95	114921	38958219	18.412	6.973
340	1068.14	90792.24	115600	39304000	18.439	6.979
341	1071.28	91327.09	116281	39651821	18.466	6.986
342	1074.42	91863.52	116964	40001688	18.493	6.993
343	1077.56	92401.15	117649	40353607	18.520	7.000
344	1080.71	92941.09	118336	40707584	18.547	7.007
345	1083.85	93482.23	119025	41063625	18.574	7.014
346	1086.99	94024.94	119716	41421736	18.601	7.020
347	1090.15	94569.22	120409	41781923	18.628	7.027
348	1093.07	95115.08	121104	42144192	18.655	7.034
349	1096.41	95662.50	121801	42508549	18.681	7.040
350	1099.56	96211.50	122500	42875000	18.708	7.047
351	1102.70	96762.06	123201	43243551	18.735	7.054
352	1105.84	97314.20	123904	43614208	18.762	7.061
353	1108.98	97867.90	124609	43986977	18.788	7.067

n	$n\pi$	$n^2 \frac{\pi}{4}$	n^3	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
354	1112.62	98423.18	125316	44361864	18.815	7.074
355	1115.26	98980.03	126025	44738875	18.842	7.081
356	1118.40	99538.45	126736	45118016	18.868	7.087
357	1121.55	100098.43	127449	45499293	18.894	7.094
358	1124.69	100660.00	128164	45882712	18.921	7.101
359	1127.83	101223.13	128881	46268279	18.947	7.107
360	1130.97	101787.84	129600	46656000	18.974	7.114
361	1134.11	102354.11	130321	47045881	19.000	7.120
362	1137.25	102921.95	131044	47437928	19.026	7.127
363	1140.40	103491.31	131769	47832147	19.052	7.133
364	1143.54	104062.35	132496	48228544	19.079	7.140
365	1146.68	104634.91	133225	48627125	19.105	7.146
366	1149.82	105209.04	133956	49027896	19.131	7.153
367	1152.96	105784.74	134689	49430863	19.157	7.159
368	1156.10	106362.00	135424	49836032	19.183	7.166
369	1159.25	106940.84	136161	50243409	19.209	7.172
370	1162.39	107521.26	136900	50653000	19.235	7.179
371	1165.53	108103.22	137641	51064811	19.261	7.185
372	1168.67	108686.79	138384	51478848	19.287	7.192
373	1171.81	109271.91	139129	51895117	19.313	7.198
374	1174.95	109858.62	139876	52313624	19.339	7.205
375	1178.10	110446.87	140625	52734375	19.365	7.211
376	1181.24	111036.71	141376	53157376	19.391	7.218
377	1184.38	111628.11	142129	53582633	19.416	7.224
378	1187.52	112221.09	142884	54010152	19.442	7.230
379	1190.66	112815.64	143641	54439939	19.468	7.237
380	1193.80	113411.76	144400	54872000	19.493	7.243
381	1196.94	114009.46	145161	55306341	19.519	7.249
382	1200.09	114608.70	145924	55742968	19.545	7.256
383	1203.23	115209.54	146689	56181887	19.570	7.262
384	1206.37	115811.94	147456	56623104	19.596	7.268
385	1209.51	116415.91	148225	57066625	19.621	7.275
386	1212.65	117021.45	148996	57512456	19.647	7.281
387	1215.79	117628.57	149769	57960603	19.672	7.287
388	1218.94	118237.25	150544	58411072	19.698	7.294
389	1222.08	118846.51	151321	58863869	19.723	7.299
390	1225.22	119453.94	152100	59319000	19.748	7.306
391	1228.36	120072.73	152881	59776471	19.774	7.312
392	1231.50	120687.70	153664	60236288	19.799	7.319
393	1234.64	121304.24	154449	60698457	19.824	7.325
394	1237.79	121922.43	155236	61162984	19.849	7.331
395	1240.93	122542.03	156025	61629875	19.875	7.337
396	1244.07	123163.28	156816	62099136	19.899	7.343
397	1247.21	123786.10	157609	62570773	19.925	7.349
398	1250.35	124412.10	158404	63044792	19.949	7.356

n	$n\pi$	$n^2 \frac{\pi}{4}$	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
399	1253.49	125036.46	159201	63521199	19.975	7.462
400	1256.64	125664.00	160000	64000000	20.000	7.368
401	1259.78	126293.10	160801	64481201	20.025	7.374
402	1262.92	126923.88	161604	64964808	20.049	7.380
403	1266.06	127556.02	162409	65450827	20.075	7.386
404	1269.20	128189.84	163216	65939264	20.099	7.392
405	1272.34	128825.23	164025	66430125	20.125	7.399
406	1275.48	129462.19	164836	66923416	20.149	7.405
407	1278.63	130100.71	165649	67419143	20.174	7.411
408	1281.77	130740.82	166464	67911312	20.199	7.417
409	1284.91	131382.49	167281	68417929	20.224	7.422
410	1288.05	132025.74	168100	68921000	20.248	7.429
411	1291.19	132670.55	168921	69426531	20.273	7.434
412	1294.33	133316.93	169744	69934528	20.298	7.441
413	1297.48	133964.89	170569	70444997	20.322	7.447
414	1300.62	134614.41	171396	70957944	20.347	7.453
415	1303.76	135265.51	172225	71473375	20.371	7.459
416	1306.90	135918.18	173056	71991296	20.396	7.465
417	1310.04	136572.42	173889	72511713	20.421	7.471
418	1313.18	137228.22	174724	73034632	20.445	7.477
419	1316.32	137885.69	175561	73560059	20.469	7.483
420	1319.47	138544.56	176400	74088000	20.494	7.489
421	1322.61	139205.08	177241	74618461	20.518	7.495
422	1325.75	139867.17	178084	75151448	20.543	7.501
423	1328.89	140530.83	178929	75686967	20.567	7.507
424	1332.03	141196.07	179776	76225024	20.591	7.513
425	1335.18	141862.87	180625	76765625	20.615	7.518
426	1338.32	142531.25	181476	77308776	20.639	7.524
427	1341.46	143201.19	182329	77854483	20.664	7.530
428	1344.60	143872.71	183184	78402752	20.688	7.536
429	1347.74	144545.80	184041	78953589	20.712	7.542
430	1350.88	145220.46	184900	79507000	20.736	7.548
431	1354.02	145696.68	185761	80062991	20.760	7.554
432	1357.17	146574.48	186624	80621568	20.785	7.559
433	1360.31	147253.85	187489	81182737	20.809	7.565
434	1363.45	147934.80	188356	81746504	20.833	7.571
435	1366.59	148617.31	189225	82312875	20.857	7.577
436	1369.73	149301.39	190096	82881856	20.881	7.583
437	1372.87	149987.05	190969	83453453	20.904	7.588
438	1376.02	150674.27	191844	84027672	20.928	7.594
439	1379.16	151362.87	192721	84604519	20.952	7.600
440	1382.30	152053.44	193600	85184000	20.976	7.606
441	1385.44	152745.37	194481	85766121	21.000	7.612
442	1388.58	153438.88	195364	86350388	21.024	7.618
443	1391.72	154133.96	196249	86938307	21.047	7.623

n	$n \cdot \pi$	$n^2 \frac{\pi}{4}$	n^3	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
444	1394.87	154830.61	197136	87528384	21.071	7.629
445	1398.01	155528.83	198025	88121125	21.095	7.635
446	1401.15	156228.62	198916	88716536	21.119	7.640
447	1404.29	156929.98	199809	89314623	21.142	7.646
448	1407.43	157632.92	200704	89915392	21.166	7.652
449	1410.57	158337.42	201601	90518849	21.189	7.657
450	1413.72	159043.50	202500	91125000	21.213	7.663
451	1416.86	159751.14	203401	91733851	21.237	7.669
452	1420.00	160460.36	204304	92345408	21.260	7.674
453	1423.14	161171.14	205209	92959677	21.284	7.680
454	1426.28	161883.50	206106	93576664	21.307	7.686
455	1429.42	162597.43	207025	94196375	21.331	7.691
456	1432.56	163312.93	207936	94818816	21.354	7.697
457	1435.71	164030.20	208849	95443993	21.377	7.703
458	1438.85	164748.64	209764	96071912	21.401	7.708
459	1441.99	165468.85	210681	96702579	21.424	7.714
460	1445.13	166190.64	211600	97336000	21.447	7.719
461	1448.27	166913.99	212521	97972181	21.471	7.725
462	1451.41	167638.91	213444	98611128	21.494	7.731
463	1454.56	168365.41	214369	99252847	21.517	7.736
464	1457.70	169093.47	215296	99897345	21.541	7.742
465	1460.84	169823.11	216225	100544625	21.564	7.747
466	1463.98	170554.32	217156	101194696	21.587	7.753
467	1467.12	171287.10	218089	101847563	21.610	7.758
468	1470.26	172021.44	219024	102503232	21.633	7.764
469	1473.41	172757.36	219961	103161709	21.656	7.769
470	1476.55	173494.86	220900	103823000	21.679	7.775
471	1479.69	174233.92	221841	104487111	21.702	7.780
472	1482.83	174974.55	222784	105154048	21.725	7.786
473	1485.97	175716.75	223729	105823817	21.749	7.791
474	1489.11	176460.45	224676	106496424	21.771	7.797
475	1492.26	177205.87	225625	107171875	21.794	7.802
476	1495.36	177952.79	226576	107850176	21.817	7.808
477	1498.54	178701.27	227529	108531333	21.840	7.813
478	1501.68	179451.33	228484	109215352	21.863	7.819
479	1504.82	180202.96	229441	109902239	21.886	7.824
480	1507.96	180956.16	230400	110592000	21.909	7.830
481	1511.10	181712.92	231361	111284641	21.932	7.835
482	1514.25	182467.26	232324	111980168	21.954	7.840
483	1517.39	183225.18	233289	112678587	21.977	7.846
484	1520.53	183984.66	234256	113379904	22.000	7.851
485	1523.67	184745.71	235225	114084125	22.023	7.857
486	1526.81	185508.33	236196	114791256	22.045	7.862
487	1529.95	186272.53	237169	115501303	22.069	7.868
488	1533.09	187038.29	238144	116214272	22.091	7.873

n	$n\pi$	$n^3 \frac{\pi}{4}$	n^3	n^3	$\sqrt{n}$	$\frac{1}{\sqrt{n}}$
489	1536.24	187805.63	239121	116936169	22.113	7.878
490	1539.38	188574.54	240100	117649000	22.136	7.884
491	1542.52	189345.01	241081	118370771	22.158	7.889
492	1545.66	190117.06	242064	119095488	22.181	7.894
493	1548.80	190890.68	243049	119823157	22.204	7.899
494	1551.95	191665.87	244036	120553784	22.226	7.905
495	1555.09	192442.63	245025	121287375	22.248	7.910
496	1558.23	193220.96	246016	122023936	22.271	7.915
497	1561.37	194000.86	247009	122763473	22.293	7.921
498	1564.51	194782.34	248004	123505992	22.316	7.926
499	1567.55	195565.38	249001	124251499	22.338	7.932
500	1570.80	196350.00	250000	125000000	22.361	7.937
501	1573.94	197136.18	251001	125751501	22.383	7.942
502	1577.08	197923.94	252004	126506008	22.405	7.947
503	1580.22	198713.26	253009	127263527	22.428	7.953
504	1583.36	199504.16	254016	128024864	22.449	7.958
505	1586.50	200296.63	255025	128787625	22.472	7.963
506	1589.64	201090.67	256036	129554216	22.494	7.969
507	1592.79	201886.28	257049	130323843	22.517	7.974
508	1595.93	202683.46	258064	131096512	22.539	7.979
509	1599.07	203487.70	259081	131872229	22.561	7.984
510	1602.21	204282.54	260100	132651000	22.583	7.989
511	1605.35	205084.43	261121	133432831	22.605	7.995
512	1608.49	205887.84	262144	134217728	22.627	8.000
513	1611.64	206692.93	263169	135005697	22.649	8.005
514	1614.78	207499.53	264196	135796744	22.671	8.010
515	1617.92	208307.71	265225	136590875	22.694	8.016
516	1621.06	209117.46	266256	137388096	22.716	8.021
517	1624.20	209928.78	267289	138188413	22.738	8.026
518	1627.34	210741.66	268324	138991832	22.759	8.031
519	1630.49	211556.12	269361	139798359	22.782	8.036
520	1633.63	212372.16	270400	140608000	22.803	8.041
521	1636.77	213189.76	271441	141420761	22.825	8.047
522	1639.91	214008.93	272484	142236648	22.847	8.052
523	1643.05	214829.67	273529	143055667	22.869	8.057
524	1646.19	225651.99	274576	143877824	22.891	8.062
525	1649.34	216475.87	275625	144703125	22.913	8.067
526	1652.48	217301.33	276676	145531576	22.935	8.072
527	1655.62	218128.35	277729	146363183	22.956	8.077
528	1658.76	218956.95	278784	147197952	22.978	8.082
529	1661.90	219787.12	279841	148035889	23.000	8.087
530	1665.04	220618.86	280900	148877000	23.022	8.093
531	1668.18	221452.16	281961	149721291	23.043	8.098
532	1671.33	222287.04	283024	150568768	23.065	8.103
533	1674.47	223123.50	284089	151419437	23.087	8.108

n	$n \pi$	$n^2 \frac{\pi}{4}$	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
534	1677 61	223961.52	285156	152273304	23.108	8.113
535	1680 75	224801 11	286225	153130375	23 130	8.118
536	1683 80	225642 27	287296	153990656	23.152	8.123
537	1687 04	226487 01	288369	1548544153	23.173	8.128
538	1690.18	227329.31	289444	155720872	23.195	8.133
539	1693.32	228175.19	290521	156590819	23.216	8.138
540	1696.46	229022.64	291600	157464000	23.238	8.143
541	1699.60	229871.65	292681	158340421	23.259	8.148
542	1702 74	230722.24	293764	159220088	23.281	8.153
543	1705.88	231574 40	294849	160103007	23.302	8.158
544	1709.03	232428.13	295936	160989184	23.324	8.163
545	1712.17	233283.43	297025	161878625	23.345	8.168
546	1715.31	234140.30	298116	162771336	23.367	8.173
547	1718.45	234998.74	299209	163667323	23.388	8.178
548	1721.59	235858.76	300304	164566592	23.409	8.183
549	1724.73	236720.34	301401	165469149	23.431	8.188
550	1727.88	237583.50	302500	166375000	23.452	8.193
551	1731.02	238448.22	303601	167284151	23.473	8.198
552	1734.16	239314 52	304704	168196608	23.495	8.203
553	1737.30	240182.38	305809	169112377	23.516	8.208
554	1740.44	241051.82	306916	170031464	23.537	8.213
555	1743.58	241922.83	308025	170953875	23.558	8.218
556	1746.72	242795.41	309136	171879616	23.579	8.223
557	1749.87	243669.56	310249	172808693	23.601	8.228
558	1753.01	244545.28	311364	173741112	23.622	8.233
559	1756.15	245422.57	312481	174676879	23.643	8.238
560	1759.29	246301.44	313600	175616000	23.664	8.242
561	1762.43	247181.87	314721	176558481	23.685	8.247
562	1765.57	248063.87	315844	177504328	23.706	8.252
563	1768.72	248947.45	316969	178453547	23.728	8.257
564	1771.86	249832.59	318096	179406144	23.749	8.262
565	1775.00	250719.31	319225	180362125	23.769	8.267
566	1778.14	251607.60	320356	181321496	23.791	8.272
567	1781.28	252497.36	321489	182284263	23.812	8.277
568	1784.42	253388.88	322624	183250432	23.833	8.282
569	1787.57	254281.88	323761	184220009	23.854	8.286
570	1790.71	255176.64	324900	185193000	23.875	8.291
571	1793.85	256072.60	326041	186169411	23.896	8.296
572	1796.99	256970.31	327184	187149248	23.916	8.301
573	1800.13	257869.59	328329	188132517	23.937	8.306
574	1803.27	258770.45	329476	189119224	23.958	8.311
575	1806.42	259672.87	330625	190109375	23.979	8.315
576	1809.56	260576.87	331776	191102976	24.000	8.320
577	1812 80	261482.43	332929	192100033	24.021	8.325
578	1815.84	262388.57	334084	193100552	24.042	8.330

n	$n\pi$	$n^2 \frac{\pi}{4}$	n^3	n^3	$\sqrt{n}$	$\frac{1}{\sqrt{n}}$
579	1818.98	263298.28	335241	194104539	24.062	8.335
580	1822.12	264208.56	336400	195112000	24.083	8.339
581	1825.26	265120.46	337561	196122941	24.104	8.344
582	1828.41	266033.82	338724	197137368	24.125	8.349
583	1831.55	266948.82	339889	198155287	24.145	8.354
584	1834.69	267865.38	341056	199176704	24.166	8.359
585	1837.83	268783.57	342225	200201625	24.187	8.363
586	1840.97	269703.21	343396	201230056	24.207	8.368
587	1844.11	270624.49	344569	202262003	24.228	8.373
588	1847.26	271547.33	345744	203297472	24.249	8.378
589	1850.40	272471.75	346921	204336469	24.269	8.382
590	1853.54	273397.74	348100	205379000	24.289	8.387
591	1856.68	274325.29	349281	206425071	24.310	8.392
592	1859.82	275254.42	350464	207474688	24.331	8.397
593	1862.96	276185.12	351649	208527857	24.351	8.401
594	1866.11	277117.39	352836	209584584	24.372	8.406
595	1869.25	278051.23	354025	210644875	24.393	8.411
596	1872.39	278986.64	355216	211708736	24.413	8.415
597	1875.53	279923.62	356409	212776173	24.433	8.420
598	1878.67	270862.18	357604	213847192	24.454	8.425
599	1881.81	281802.30	358801	214921799	24.474	8.429
600	1884.96	282744.00	360000	216000000	24.495	8.434
601	1888.10	283687.26	361201	217081801	24.515	8.439
602	1891.24	284632.10	362404	218167208	24.536	8.444
603	1894.38	285578.50	363609	219256227	24.556	8.448
604	1897.52	286526.48	364816	220348864	24.576	8.453
605	1900.66	287476.03	366025	221445125	24.597	8.458
606	1903.80	288426.15	367236	222545016	24.617	8.462
607	1906.95	289379.84	368449	223648543	24.637	8.467
608	1910.09	290334.10	369664	224755712	24.658	8.472
609	1913.23	291289.93	370881	225866529	24.678	8.476
610	1916.37	292247.34	372100	226981000	24.698	8.481
611	1919.51	293206.31	373321	228099131	24.718	8.485
612	1922.65	294166.85	374544	229220928	24.739	8.490
613	1925.80	295128.97	375769	230346397	24.758	8.495
614	1928.94	296092.65	376996	231475544	24.779	8.499
615	1932.08	297057.91	378225	232608375	24.799	8.504
616	1935.22	298024.74	379456	233744896	24.819	8.509
617	1938.36	298993.14	380689	234885113	24.839	8.513
618	1941.50	299963.00	381924	236029032	24.859	8.518
619	1944.65	300934.64	383161	237176659	24.879	8.522
620	1947.79	301907.76	384400	238628000	24.899	8.527
621	1950.93	302882.44	385641	239483061	24.919	8.532
622	1954.07	303858.69	386884	240641848	24.939	8.536
623	1957.21	304836.51	388129	241804367	24.959	8.541

n	$n \pi$	$n^2 \frac{\pi}{4}$	n^3	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
624	1960.35	305815.91	389376	242970624	24.980	8.545
625	1963.50	306796.87	390625	244140625	25.000	8.549
626	1966.64	307779.41	391876	245314376	25.019	8.554
627	1969.78	308763.41	393129	246491883	25.040	8.559
628	1972.92	309749.19	394384	247673152	25.059	8.563
629	1976.06	310736.44	395641	248858189	25.079	8.568
630	1979.20	311725.26	396900	250047000	25.099	8.573
631	1982.34	312715.64	398161	251239591	25.119	8.577
632	1985.49	313707.58	399424	252435968	25.139	8.582
633	1988.63	314701.14	400689	253636137	25.159	8.586
634	1991.77	315696.64	401956	254840104	25.179	8.591
635	1994.91	316692.91	403225	256047875	25.199	8.595
636	1998.05	317691.15	404496	257259456	25.219	8.599
637	2001.19	318690.97	405769	258474853	25.239	8.604
638	2004.34	319692.35	407044	259694072	25.259	8.609
639	2007.48	320695.31	408321	260917119	25.278	8.613
640	2010.62	321699.84	409600	262144000	25.298	8.618
641	2013.76	322705.93	410881	263374721	25.318	8.622
642	2016.90	323713.60	412164	264609288	25.338	8.627
643	2020.04	324722.84	413449	265847707	25.357	8.631
644	2023.19	325733.65	414736	267089984	25.377	8.636
645	2026.33	326746.03	416025	268336125	25.397	8.640
646	2029.47	327759.98	417316	269586136	25.416	8.644
647	2032.61	328775.50	418609	270840023	25.436	8.649
648	2035.76	329792.60	419904	272097792	25.456	8.653
649	2038.89	330811.26	421201	273359449	25.475	8.658
650	2042.04	331831.50	422500	274625000	25.495	8.662
651	2045.18	332853.40	423801	275894451	25.515	8.667
652	2048.32	333876.68	425104	277167808	25.534	8.671
653	2051.46	334901.62	426409	278445077	25.554	8.676
654	2054.60	335928.14	427716	279726264	25.573	8.680
655	2057.74	336956.23	429025	281011375	25.593	8.684
656	2060.88	337985.89	430336	2822800416	25.612	8.689
657	2064.03	339017.12	431649	283593393	25.632	8.693
658	2067.17	340049.92	432964	284890312	25.651	8.698
659	2070.31	341084.29	434281	286191179	25.671	8.702
660	2073.45	342120.24	435600	287496000	25.690	8.707
661	2076.59	343157.75	436921	288804781	25.710	8.711
662	2079.73	344196.33	438244	290117528	25.730	8.715
663	2082.88	345237.49	439569	291434247	25.749	8.719
664	2086.02	346279.71	440896	292754944	25.768	8.724
665	2089.16	347323.51	442225	294079625	25.787	8.728
666	2092.30	348368.88	443556	295408296	25.807	8.733
667	2095.44	349416.40	444889	296740963	25.826	8.737

n	$n\pi$	$n^2 \frac{\pi}{4}$	n^3	n^4	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
668	2098.58	350464.32	446224	298077632	25.846	8.742
669	2101.73	351514.30	447561	290418309	25.865	8.746
670	2104.87	352566.06	448900	300763000	25.884	8.750
671	2108.01	353619.28	450241	302111711	25.904	8.753
672	2111.15	354674.07	451584	303464448	25.923	8.759
673	2114.29	355730.43	452929	304821217	25.942	8.763
674	2117.43	356788.37	454276	306182024	25.961	8.768
675	2120.58	357847.87	455625	307546875	25.981	8.772
676	2123.72	358908.95	456976	308915776	26.000	8.776
677	2126.86	359971.59	458329	310288733	26.019	8.781
678	2130.00	361035.81	459684	311665652	26.038	8.785
679	2133.14	362101.60	461041	313046839	26.058	8.789
680	2136.28	363168.96	462400	314432000	26.077	8.794
681	2139.42	364237.88	463761	315821241	26.096	8.798
682	2142.57	365308.38	465124	317214568	26.115	8.802
683	2145.71	366380.40	466489	318611987	26.134	8.807
684	2148.85	367454.10	467856	320013504	26.153	8.811
685	2151.99	368529.31	469225	321419125	26.172	8.815
686	2155.13	369600.60	470596	322828856	26.192	8.819
687	2158.27	370684.45	471969	324242703	26.211	8.824
688	2161.42	371764.37	473344	325660672	26.229	8.828
689	2164.56	372845.87	474721	327082769	26.249	8.832
690	2167.70	373928.94	476100	328509000	26.268	8.836
691	2170.84	375013.57	477481	329939371	26.287	8.841
692	2173.98	376099.78	478864	331373888	26.306	8.845
693	2177.12	377187.56	480249	332812557	26.325	8.849
694	2180.27	378276.91	481636	334255384	26.344	8.853
695	2183.41	379367.83	483025	335702375	26.363	8.858
696	2186.55	380460.32	484416	337153536	26.382	8.862
697	2189.69	381554.38	485809	338608873	26.401	8.866
698	2192.83	382650.02	487204	340068392	26.419	8.870
699	2195.97	383747.22	488601	341532099	26.439	8.875
700	2199.12	384846.00	490000	343000000	26.457	8.879
701	2202.26	385949.52	491401	344472101	26.476	8.883
702	2205.40	387048.26	492804	345948088	26.495	8.887
703	2208.54	388151.74	494209	347428927	26.514	8.892
704	2211.68	389256.80	495616	348913664	26.533	8.896
705	2214.82	390363.43	497025	350402625	26.552	8.900
706	2217.96	391471.63	498436	351895816	26.571	8.904
707	2221.11	392581.40	499849	353393243	26.589	8.908
708	2224.25	393692.74	501264	354894912	26.608	8.913
709	2227.39	394805.65	502681	356400829	26.627	8.917
710	2230.53	395920.14	504100	357911000	26.645	8.921
711	2233.67	397036.19	505521	359425431	26.664	8.925

n	$n\pi$	$n^2 \frac{\pi}{4}$	n^3	n^4	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
712	2236.81	398151.81	506944	360944128	26.683	8.929
713	2239.96	399273.01	508369	362467097	26.702	8.934
714	2243.10	400393.73	509796	363994344	26.721	8.938
715	2246.24	401516.11	511225	365525875	26.739	8.942
716	2249.38	402640.02	512656	367061696	26.758	8.946
717	2252.52	403765.50	514089	368601813	26.777	8.950
718	2255.66	404892.54	515524	370146232	26.795	8.954
719	2258.81	406021.16	516961	371694959	26.814	8.959
720	2261.95	407151.36	518400	373248000	26.833	8.963
721	2265.09	408283.32	519841	374805361	26.851	8.967
722	2268.23	409416.45	521284	376367048	26.870	8.971
723	2271.37	410551.25	522729	377933067	26.889	8.975
724	2274.51	411687.93	524176	379503424	26.907	8.979
725	2277.66	412825.87	525625	381078125	26.926	8.983
726	2280.80	413965.24	527076	382657176	26.944	8.988
727	2283.94	415106.06	528529	384240583	26.963	8.992
728	2287.08	416249.43	529984	385828352	26.991	8.996
729	2290.22	417393.76	531441	387420489	27.000	9.000
730	2293.36	418539.66	532900	389017000	27.018	9.004
731	2296.50	419687.12	534361	390617891	27.037	9.008
732	2299.65	420836.14	535824	392223168	27.055	9.012
733	2302.79	421986.78	537289	393832837	27.074	9.016
734	2305.93	423138.96	538756	395446904	27.092	9.020
735	2309.07	424292.71	540225	397065375	27.111	9.024
736	2312.21	425442.03	541696	398688256	27.129	9.029
737	2315.35	426604.93	543169	400315553	27.148	9.033
738	2318.50	427763.39	544644	401947272	27.166	9.037
739	2321.64	428923.43	546121	403583419	27.184	9.041
740	2324.78	430085.04	547600	405224000	27.203	9.045
741	2327.92	431248.21	549081	406869021	27.221	9.049
742	2331.06	432412.96	550564	408518488	27.239	9.053
743	2334.20	433579.28	552049	410172407	27.258	9.057
744	2337.35	434747.17	553536	411830784	27.276	9.061
745	2340.49	435916.63	555025	413493625	27.295	9.065
746	2343.63	437087.66	556516	415160936	27.313	9.069
747	2346.77	438260.26	558009	416832723	27.331	9.073
748	2349.91	439434.48	559504	418508992	27.349	9.077
749	2353.05	440610.18	561001	420189749	27.368	9.081
750	2356.20	441787.50	562500	421875000	27.386	9.085
751	2359.34	442966.38	564001	423564751	27.404	9.089
752	2362.48	444146.84	565504	425259008	27.423	9.094
753	2365.62	445328.86	567009	426957777	27.441	9.098
754	2368.76	446512.46	568516	428661064	27.459	9.102
755	2371.90	447697.63	570025	430368875	27.477	9.106

n	$n\pi$	$n^2 \frac{\pi}{4}$	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
756	2375.04	448884.37	571536	432081216	27.495	9.109
757	2378.19	450072.68	573049	433798093	27.514	9.114
758	2381.33	451262.56	574564	435519512	27.532	9.118
759	2384.47	452454.01	576081	437245479	27.549	9.122
760	2387.61	453647.04	577600	438976000	27.568	9.126
761	2390.75	454841.63	579121	440711081	27.586	9.129
762	2393.89	456037.87	580644	442450728	27.604	9.134
763	2397.04	457235.53	582169	444194947	27.622	9.138
764	2400.18	458435.83	583696	445943744	27.740	9.142
765	2403.32	459635.71	585225	447697125	27.659	9.146
766	2406.46	460838.16	586756	449455096	27.677	9.149
767	2409.60	462042.18	588289	451217663	27.695	9.154
768	2412.74	463247.76	589824	452984832	27.713	9.158
769	2415.98	464454.92	591361	454756609	27.731	9.162
770	2419.03	465663.66	592900	456533000	27.749	9.166
771	2422.17	466873.96	594441	458314011	27.767	9.169
772	2425.31	468085.83	595984	460099648	27.785	9.173
773	2428.45	469299.27	597529	461889917	27.803	9.177
774	2431.59	470514.29	599076	463684824	27.821	9.181
775	2434.74	471730.87	600625	465484375	27.839	9.185
776	2437.88	472949.03	602176	467288576	27.857	9.189
777	2441.02	474168.75	603729	469097433	27.875	9.193
778	2444.16	475396.05	605284	470910952	27.893	9.197
779	2447.30	476612.92	606841	472729139	27.910	9.201
780	2450.44	477837.36	608400	474552000	27.928	9.205
781	2453.58	479063.36	609961	476379541	27.946	9.209
782	2456.73	480290.94	611524	478211768	27.964	9.213
783	2459.87	481520.10	613089	480048687	27.982	9.217
784	2463.01	482750.82	614656	481890304	28.000	9.221
785	2466.15	483983.11	616225	483736025	28.017	9.225
786	2469.29	485216.97	617796	485587656	28.036	9.229
787	2472.43	486452.41	619369	4874433403	28.053	9.233
788	2475.58	487689.73	620944	489303872	28.071	9.237
789	2478.72	488927.99	622521	491169069	28.089	9.240
790	2481.86	490168.14	624100	493039000	28.107	9.244
791	2485.00	491409.85	625681	494913671	28.125	9.248
792	2488.14	492653.14	627264	496793088	28.142	9.252
793	2491.28	493898.20	628849	498677257	28.160	9.256
794	2494.43	495144.43	630436	500566184	28.178	9.260
795	2497.57	496392.43	632025	502459875	28.197	9.264
796	2500.71	497648.40	633616	504358336	28.213	9.268
797	2503.85	498893.14	635209	506261573	28.231	9.271
798	2506.99	500145.86	636804	508169592	28.249	9.275
799	2510.13	501400.14	638401	510082399	28.266	9.279

n	$n\pi$	$n^2 \frac{\pi}{4}$	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
800	2513.28	502656.00	640000	512000000	28.284	9.283
801	2516.42	503913.42	641601	513922401	28.302	9.287
802	2519.56	505172.43	643204	515849608	28.319	9.291
803	2522.70	506432.08	644809	517781627	28.337	9.295
804	2525.84	507655.52	646416	519718464	28.355	9.299
805	2528.98	508958.83	648025	521660125	28.372	9.302
806	2532.12	510224.11	649636	523606616	28.390	9.306
807	2535.27	511490.96	651249	525557943	28.408	9.310
808	2538.41	512759.38	652864	527514112	28.425	9.314
809	2541.55	514029.37	654481	529474129	28.443	9.318
810	2544.69	515300.94	656100	531441000	28.460	9.322
811	2547.83	516574.07	657721	533411731	28.478	9.325
812	2550.97	517848.77	659344	535387328	28.496	9.329
813	2554.12	519125.05	660969	537366797	28.513	9.333
814	2557.26	520402.85	662596	539353144	28.531	9.337
815	2560.40	521682.31	664225	541343375	28.548	9.341
816	2563.54	522963.30	665856	543338496	28.566	9.345
817	2566.68	524245.86	667489	545338513	28.583	9.348
818	2569.82	525529.98	669124	547343432	28.601	9.352
819	2572.97	526815.68	670761	549353259	28.618	9.356
820	2576.11	528102.96	672400	551368000	28.636	9.360
821	2579.25	529391.80	674041	553387661	28.653	9.364
822	2582.39	530682.21	675684	555412248	28.670	9.367
823	2585.53	531974.39	677329	557441767	28.688	9.371
824	2588.67	533267.75	678976	559476224	28.705	9.375
825	2591.82	534562.87	680625	561515625	28.723	9.379
826	2594.96	535859.57	682276	563559976	28.740	9.383
827	2598.10	537159.83	683929	565609283	28.758	9.386
828	2601.24	538457.62	685584	567663552	28.775	9.390
829	2604.38	539759.08	687241	569722789	28.792	9.394
830	2607.52	541062.06	688900	571787000	28.810	9.398
831	2610.66	542366.60	690561	573856191	28.827	9.401
832	2613.81	543672.72	692224	575930368	28.844	9.405
833	2616.95	544980.52	693889	578009537	28.862	9.409
834	2620.09	546289.68	695556	580093704	28.879	9.413
835	2623.23	547600.51	697225	582182875	28.896	9.417
836	2626.37	548912.91	698896	584277056	28.914	9.420
837	2629.51	550226.39	700569	586376253	28.931	9.424
838	2632.65	551542.43	702244	588480472	28.948	9.428
839	2635.80	552859.58	703921	590589719	28.965	9.432
840	2638.94	554178.24	705600	592704000	28.983	9.435
841	2642.08	555498.49	707281	594823321	29.000	9.439
842	2645.22	556820.32	708964	596947688	29.017	9.443
843	2648.36	558143.72	710649	599077107	29.034	9.447

n	$n\pi$	$n^2 \frac{\pi}{4}$	n^3	n^4	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
844	2651.51	559468.69	712336	601211584	29.052	9.450
845	2654.65	560795.23	714025	603351125	29.069	9.454
846	2657.79	562123.34	715716	605495736	29.086	9.458
847	2660.93	563456.82	717409	607645423	29.103	9.461
848	2664.07	564784.28	719104	609800192	29.120	9.465
849	2667.21	566167.10	720801	611960049	29.138	9.469
850	2670.36	567451.59	722500	614125000	29.155	9.473
851	2673.50	568787.46	724201	616295051	29.172	9.476
852	2676.64	570125.00	725904	618470208	29.189	9.480
853	2679.78	571464.10	727609	620650477	29.206	9.483
854	2682.92	572804.78	729316	622835864	29.223	9.487
855	2686.06	574147.03	731025	625026375	29.240	9.491
856	2689.20	575490.85	732736	627222016	29.257	9.495
857	2692.35	576836.24	734449	629422793	29.274	9.499
858	2695.49	578183.20	736164	631628712	29.292	9.502
859	2698.63	579531.73	737881	633839779	29.309	9.506
860	2701.77	580881.84	739600	636056000	29.326	9.509
861	2704.91	582233.51	741321	638277381	29.343	9.513
862	2708.05	583586.75	743044	640503928	29.360	9.517
863	2711.20	584941.57	744769	642735647	29.377	9.520
864	2714.34	586297.95	746496	644972544	29.394	9.524
865	2717.48	587655.91	748225	647214625	29.411	9.528
866	2720.66	589015.41	749956	649461896	29.428	9.532
867	2723.76	590376.54	751689	651714363	29.445	9.535
868	2726.90	591739.20	753424	653972032	29.462	9.539
869	2730.05	593103.44	755161	656234909	29.479	9.543
870	2733.19	594469.26	756900	658503000	29.496	9.546
871	2736.33	595836.41	758641	660776311	29.513	9.550
872	2739.87	597205.59	760384	663054848	29.529	9.554
873	2742.61	598576.91	762129	665338617	29.546	9.557
874	2745.75	599948.21	763876	667627624	29.563	9.561
875	2748.90	601321.87	765625	669921875	29.580	9.565
876	2752.04	602697.11	767376	672221376	29.597	9.568
877	2755.18	604073.93	769129	674526133	29.614	9.572
878	2758.32	605451.49	770884	676836152	29.631	9.575
879	2761.46	606832.24	772641	679151439	29.648	9.579
880	2764.60	608213.76	774400	681472000	29.665	9.583
881	2767.74	609596.84	776161	683797841	29.682	9.586
882	2770.89	610981.50	777924	686128968	29.698	9.590
883	2774.03	612367.74	779689	688465387	29.715	9.594
884	2777.17	613755.54	781456	690807104	29.732	9.597
885	2780.31	615144.91	783225	693154125	29.749	9.601
886	2783.45	616535.85	784996	695506456	29.766	9.604
887	2786.59	617928.37	786769	697864103	29.782	9.608

n	$n\pi$	$n^2 \frac{\pi}{4}$	n^3	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
888	2789'75	619322'45	788544	700227072	29'799	9'612
889	2792'88	620718'11	790321	702595369	29'816	9'615
890	2796'02	622115'34	792100	704969000	29'833	9'619
891	2799'16	623514'13	793881	707347971	29'850	9'623
892	2802'30	624914'50	795664	709732288	29'866	9'626
893	2805'44	626316'44	797449	712121957	29'883	9'630
894	2808'59	627719'95	799236	714516984	29'900	9'633
895	2811'73	629120'35	801025	716917375	29'916	9'637
896	2814'87	630531'68	802816	719323136	29'933	9'640
897	2818'82	631939'90	804609	721734273	29'950	9'644
898	2821'15	633349'70	806404	724150792	29'967	9'648
899	2824'29	634768'13	808201	726572699	29'983	9'651
900	2827'44	636174'00	810000	729000000	30'000	9'655
901	2830'58	637588'50	811804	731432701	30'017	9'658
902	2833'72	639004'58	813604	733870808	30'033	9'662
903	2836'86	640422'22	815409	736314327	30'050	9'666
904	2840'00	641841'44	817216	738763264	30'066	9'669
905	2843'14	643262'23	819025	741217625	30'083	9'673
906	2846'28	644684'74	820836	743677416	30'100	9'676
907	2849'43	646108'52	822649	746142643	30'116	9'680
908	2852'57	647534'02	824464	748613312	30'133	9'683
909	2855'71	648961'09	826281	751089429	30'150	9'687
910	2858'85	650389'74	828100	753571000	30'163	9'690
911	2861'99	651819'95	829921	756058031	30'183	9'694
912	2865'13	653251'73	831744	758550528	30'199	9'698
913	2868'29	654689'09	833569	761048497	30'216	9'701
914	2871'42	656120'81	835396	763551944	30'232	9'705
915	2874'56	657556'51	837225	766060875	30'249	9'708
916	2877'70	658994'58	839056	768575296	30'265	9'712
917	2880'84	660432'22	840889	771095213	30'282	9'715
918	2883'98	661875'42	842724	773620632	30'298	9'718
919	2887'13	663318'20	844561	776151559	30'315	9'722
920	2890'27	664762'56	846400	778688000	30'331	9'726
921	2893'41	666208'48	848241	781229961	30'348	9'729
922	2896'55	667655'97	850084	783777448	30'364	9'733
923	2899'69	669101'61	851929	786330467	30'381	9'736
924	2902'83	670555'67	853776	788889024	30'397	9'740
925	2905'98	672007'87	855625	791453125	30'414	9'743
926	2909'12	673461'65	857476	794022776	30'430	9'747
927	2912'26	674916'99	859329	796597983	30'447	9'750
928	2915'40	676373'91	861184	799178752	30'463	9'754
929	2918'54	677832'40	863041	801765089	30'479	9'757
930	2921'68	679292'46	864900	804357000	30'496	9'761
931	2924'82	680754'08	866761	806954491	30'512	9'764

n	$n\pi$	$n^2 \frac{\pi}{4}$	n^3	n^4	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
932	2927'97	682217'30	868624	809557568	30'529	9'768
933	2931'11	683682'06	870489	812166237	30'545	9'771
934	2934'25	685148'40	872356	814780504	30'561	9'775
935	2937'39	686616'31	874225	817400375	30'578	9'778
936	2940'53	688085'79	876096	820025856	30'594	9'783
937	2943'67	689556'85	877969	822656953	30'610	9'785
938	2946'82	691029'47	879844	825293672	30'627	9'789
939	2949'96	692503'67	881721	827936019	30'643	9'792
940	2953'10	693979'44	883600	830584000	30'659	9'796
941	2956'24	695456'77	885481	833237621	30'676	9'799
942	2959'38	696935'68	887364	835896888	30'692	9'803
943	2962'43	698416'14	889249	838561807	30'708	9'806
944	2965'57	699898'21	891136	841232384	30'724	9'810
945	2968'81	701381'83	893025	843908625	30'741	9'813
946	2971'95	702867'02	894916	846590536	30'757	9'817
947	2975'09	704350'25	896809	849278123	30'773	9'820
948	2978'23	705841'80	898704	851971392	30'790	9'823
949	2981'37	707332'02	900601	854670349	30'806	9'827
950	2984'52	708823'50	902500	857375000	30'822	9'830
951	2987'66	710316'54	904401	860085351	30'838	9'834
952	2990'72	711811'16	906304	862801408	30'854	9'837
953	2993'94	713307'34	908209	865523177	30'871	9'841
954	2997'08	714805'10	910116	868250664	30'887	9'844
955	3000'22	716304'43	912025	870983875	30'903	9'848
956	3003'36	717805'33	913936	873722816	30'919	9'851
957	3006'51	719307'80	915849	876467493	30'935	9'854
958	3009'65	720811'84	917764	879217912	30'951	9'858
959	3012'79	722317'45	919681	881974079	30'968	9'861
960	3015'93	723824'64	921600	884736000	30'984	9'865
961	3019'07	725333'39	923521	887503681	31'000	9'868
962	3022'21	726843'71	925444	890277128	31'016	9'872
963	3025'36	728355'61	927369	893056347	31'032	9'875
964	3028'50	729869'07	929296	895841344	31'048	9'878
965	3031'64	731384'11	931225	898632125	31'064	9'881
966	3034'78	732900'72	933156	901428696	31'080	9'885
967	3037'92	734418'90	935089	904231063	31'097	9'889
968	3041'06	735938'64	937024	907039232	31'113	9'892
969	3044'21	737459'96	938961	909853209	31'129	9'895
970	3047'35	738982'86	940900	912673000	31'145	9'899
971	3050'49	740507'32	942841	915498611	31'161	9'902
972	3053'63	742033'35	944784	918330048	31'177	9'906
973	3056'77	743560'95	946729	921167317	31'193	9'909
974	3059'91	745090'13	948676	924010424	31'209	9'912
975	3063'06	746620'87	950625	926859375	31'225	9'916

n	πn	$n^2 \frac{\pi}{4}$	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
976	3066.20	748153.19	952576	929714176	31.241	9.919
977	3069.36	749687.07	954529	932574833	31.257	9.923
978	3072.48	751222.53	956484	935441352	31.273	9.926
979	3075.62	752759.56	958441	938313739	31.289	9.929
980	3078.76	754298.16	960400	941192000	31.305	9.933
981	3081.90	755838.32	962361	944076141	31.321	9.936
982	3085.05	757380.06	964324	946966168	31.337	9.940
983	3088.19	758923.38	966289	949862087	31.353	9.943
984	3091.33	760468.26	968256	952763904	31.369	9.946
985	3094.47	762014.71	970225	955671625	31.385	9.950
986	3097.61	763562.73	972196	958585256	31.401	9.953
987	3100.75	765119.33	974169	961504803	31.416	9.956
988	3103.96	766663.49	976144	964430272	31.432	9.960
989	3107.04	768216.23	978121	967361669	31.448	9.963
990	3110.18	769770.54	980100	970299000	31.464	9.966
991	3113.32	771326.41	982081	973242271	31.480	9.970
992	3116.46	772883.86	984064	976191488	31.496	9.973
993	3119.60	774442.88	986049	979146657	31.512	9.977
994	3122.75	776003.47	988036	982107784	31.528	9.980
995	3125.89	777565.63	990025	985074875	31.544	9.983
996	3129.03	779129.36	992016	988047936	31.559	9.987
997	3132.17	780694.66	994009	991026973	31.575	9.990
998	3135.11	782261.54	996004	994011992	31.591	9.993
999	3138.45	783829.98	998001	997002999	31.607	9.997
1000	3141.60	785400.00	1000000	1000000000	31.623	10.000

Longueur des arcs de cercle pour le rayon 1.

Degrés.	Longueur.	Degrés.	Longueur.	Degrés.	Longueur.	Degrés.	Longueur.	Degrés.	Longueur.
1	0.01745	21	0.36652	41	0.71558	61	1.06465	81	1.41372
2	0.03491	22	0.38397	42	0.73304	62	1.08210	82	1.43117
3	0.05236	23	0.40143	43	0.75049	63	1.09956	83	1.44862
4	0.06981	24	0.41888	44	0.76794	64	1.11701	84	1.46608
5	0.08726	25	0.43633	45	0.78540	65	1.13446	85	1.48353
6	0.10472	26	0.45379	46	0.80285	66	1.15191	86	1.50098
7	0.12217	27	0.47124	47	0.82030	67	1.16937	87	1.51844
8	0.13963	28	0.48869	48	0.83776	68	1.18682	88	1.53589
9	0.15708	29	0.50615	49	0.85521	69	1.20428	89	1.55334
10	0.17453	30	0.52360	50	0.87266	70	1.22173	90	1.57079
11	0.19198	31	0.54105	51	0.89012	71	1.23918	100	1.74533
12	0.20944	32	0.55851	52	0.90757	72	1.25664	110	1.91986
13	0.22689	33	0.57596	53	0.92502	73	1.27409	120	2.09439
14	0.24434	34	0.59341	54	0.94248	74	1.29154	130	2.26893
15	0.26180	35	0.61087	55	0.95993	75	1.30899	140	2.44346
16	0.27925	36	0.62832	56	0.97738	76	1.32645	150	2.61799
17	0.29670	37	0.64577	57	0.99484	77	1.34390	160	2.79253
18	0.31416	38	0.66323	58	1.01229	78	1.36136	170	2.96706
19	0.33161	39	0.68068	59	1.02974	79	1.37881	180	3.14159
20	0.34907	40	0.69813	60	1.04719	80	1.39626	360	6.28319

473

Table des lignes trigonométriques.

Degrés.	Sinus.	Cosinus	Tangente.	Cotangente.	Degrés.
1	0.0175	0.9998	0.0175	57.2899	89
2	0.0349	0.9994	0.0349	28.6363	88
3	0.0523	0.9986	0.0524	19.0811	87
4	0.0698	0.9976	0.0699	14.3007	86
5	0.0872	0.9962	0.0875	11.4301	85
6	0.1045	0.9945	0.1051	9.5114	84
7	0.1219	0.9925	0.1228	8.1443	83
8	0.1392	0.9903	0.1405	7.1154	82
9	0.1564	0.9877	0.1584	6.3138	81
10	0.1736	0.9848	0.1763	5.6713	80
11	0.1908	0.9816	0.1944	5.1446	79
12	0.2079	0.9781	0.2126	4.7046	78
13	0.2250	0.9744	0.2309	4.3315	77
14	0.2419	0.9703	0.2393	4.0108	76
15	0.2588	0.9659	0.2679	3.7321	75
16	0.2756	0.9613	0.2867	3.4874	74
17	0.2924	0.9563	0.3057	3.2709	73
18	0.3090	0.9511	0.3249	3.0777	72
19	0.3256	0.9455	0.3443	2.9042	71
20	0.3420	0.9397	0.3640	2.7475	70
21	0.3584	0.9336	0.3839	2.6051	69
22	0.3746	0.9272	0.4040	2.4751	68
23	0.3907	0.9205	0.4245	2.3559	67
24	0.4067	0.9135	0.4452	2.2460	66
25	0.4226	0.9063	0.4663	2.1445	65
26	0.4384	0.8988	0.4877	2.0503	64
27	0.4540	0.8910	0.5095	1.9626	63
28	0.4695	0.8829	0.5317	1.8807	62
29	0.4848	0.8746	0.5543	1.8040	61
30	0.5000	0.8660	0.5774	1.7321	60
31	0.5150	0.8572	0.6009	1.6643	59
32	0.5299	0.8480	0.6249	1.6003	58
33	0.5446	0.8387	0.6494	1.5399	57
34	0.5592	0.8290	0.6745	1.4826	56
35	0.5736	0.8192	0.7002	1.4281	55
36	0.5878	0.8090	0.7265	1.3764	54
37	0.6018	0.7986	0.7536	1.3270	53
38	0.6157	0.7880	0.7813	1.2799	52
39	0.6293	0.7771	0.8098	1.2349	51
40	0.6428	0.7660	0.8391	1.1918	50
41	0.6560	0.7547	0.8693	1.1504	49
42	0.6691	0.7431	0.9004	1.1106	48
43	0.6820	0.7314	0.9325	1.0724	47
44	0.6947	0.7193	0.9657	1.0355	46
45	0.7071	0.7071	1.0000	1.0000	45
Degrés.	Cosinus.	Sinus.	Cotangente.	Tangente.	Degrés.

Table des logarithmes ordinaires des nombres de 1 à 100.

Nom- bres.	Logarithmes.	Nom- bres.	Logarithmes.	Nom- bres.	Logarithmes.	Nom- bres.	Logarithmes.
1	0000000	26	4149733	51	7075702	76	8808136
2	3010300	27	4313638	52	7160033	77	8864907
3	4771213	28	4471580	53	7242759	78	8920946
4	6020600	29	4623980	54	7323938	79	8976271
5	6989700	30	4771213	55	7404627	80	9030900
6	7781513	31	4913617	56	7481880	81	9084850
7	8450980	32	5051500	57	7558749	82	9138139
8	9030900	33	5185139	58	7634280	83	9190781
9	9542425	34	5314789	59	7708520	84	9242793
10	0000000	35	5440680	60	7781513	85	9294189
11	0413927	36	5563025	61	7853298	86	9344985
12	0791812	37	5682017	62	7923917	87	9395193
13	1139434	38	5797836	63	7993405	88	9444827
14	1461280	39	5910646	64	8061800	89	9493900
15	1760913	40	6020600	65	8129134	90	9542425
16	2041200	41	6127839	66	8195439	91	9590414
17	2304489	42	6232493	67	8260748	92	9637878
18	2552725	43	6334685	68	8325089	93	9684829
19	2787536	44	6434527	69	8388491	94	9731279
20	3010300	45	6532125	70	8450980	95	9777236
21	3222193	46	6627578	71	8512583	96	9822712
22	3424227	47	6720979	72	8573325	97	9867717
23	3617278	48	6812412	73	8633229	98	9912261
24	3802112	49	6901961	74	8692317	99	9956352
25	3979400	50	6989700	75	8750613	100	0000000

475

Table des logarithmes naturels de 1 à 100.

N°	log. nat.	N°	log. nat.	N°	log. nat.
1	0 0000000000	36	3 5835189385	71	4 2626798770
2	0 6931471806	37	6 109179126	72	2766661190
3	1 0986122887	38	6 375861597	73	2904594411
4	1 3862943611	39	6 635616461	74	3040650932
5	1 6094379124	40	6 888794541	75	3174881135
6	1 7917594692	41	7 135720667	76	3307333403
7	1 9459101491	42	7 376696183	77	3438054219
8	2 0794415417	43	7 612001157	78	3567088267
9	1972245773	44	7 841896339	79	3694478525
10	3025850930	45	8 066624898	80	3820266347
11	3978952728	46	8 286413965	81	3944491547
12	4849066498	47	8 501476017	82	4067192473
13	5649493575	48	8 712010109	83	4188406078
14	6390573296	49	8 918202981	84	4308167988
15	7080502011	50	9 120230054	85	4426512565
16	7725887222	51	9 318256327	86	4543472963
17	8332133441	52	9 512457186	87	4659081187
18	8903717579	53	9 702919136	88	4773368145
19	9444389792	54	9 889840466	89	4886363697
20	9957322736	55	4 0073331852	90	4998096703
21	3 0445224377	56	0 253516907	91	5108595065
22	0 910424534	57	0 430512678	92	5217885770
23	1 354942159	58	0 604430105	93	5325994932
24	1 780538303	59	0 775374439	94	5432947823
25	2 188758239	60	0 943445622	95	5539768916
26	2 580965380	61	1 108738642	96	5643481915
27	2 958368660	62	1 271343850	97	5747109785
28	3 322045102	63	1 431347264	98	5849674787
29	3 672958300	64	1 588830834	99	5951198501
30	4 011973817	65	1 743872699	100	6051701860
31	4 339872045	66	1 896547420		
32	4 657359028	67	2 046926194		
33	4 965075615	68	2 195077052		
34	5 263605246	69	2 341065046		
35	5 553480615	70	2 484952420		

Table de mesures en pieds.

(Les nombres de la deuxième série sont les logarithmes des nombres de la première série.)

Pied de Prusse.	Pied d'Autriche.	Pied de Bavière.	Pied de Saxe.	Pied de Hanovre.	Pied de Wurtemberg
1	0.99286 9.99689	1.07536 0.03155	1.10628 0.04465	1.07449 0.03120	1.09551 0.03962
1.00719 0.00311	1	1.08309 0.03467	1.11625 0.04776	1.08222 0.03432	1.10339 0.04273
0.92992 9.96845	0.92328 9.96533	1	1.03061 0.01310	0.99919 9.99965	1.01874 0.00806
0.90230 9.95535	0.89586 9.95224	0.97030 9.98690	1	0.96951 9.98655	0.98848 9.99497
0.93067 9.96880	0.92403 9.96569	1.00081 0.00035	1.03144 0.01345	1	1.01956 0.00841
0.91282 9.96038	0.90630 9.95727	0.98160 9.99194	1.01165 0.00503	0.98081 9.99159	1
0.90922 9.95867	0.90273 9.95556	0.97774 9.99022	1.00767 0.00332	0.97695 9.98987	0.99606 9.99829
0.91667 9.96221	0.91012 9.95910	0.98575 9.99377	1.01592 0.00686	0.98495 9.99341	1.00422 0.00183
0.95586 9.98039	0.94903 9.97728	1.02789 0.01195	1.05936 0.02504	1.02706 0.01160	1.04716 0.02001
0.97114 9.98728	0.96420 9.98417	1.04432 0.01883	1.07629 0.03193	1.04348 0.01848	1.06389 0.02690
1.03500 0.01494	1.02761 0.01183	1.11300 0.04650	1.14707 0.05959	1.11210 0.04615	1.13386 0.05456
3.18620 0.50327	3.16345 0.50016	3.42631 0.53483	3.53120 0.54792	3.42355 0.53448	3.49052 0.54289

476

Table de mesures en pieds.

(Les nombres de la deuxième série sont les logarithmes des nombres de la première série.)

Pied de Brunswick.	Pied de Hesse électorale.	Pied de Bade et de Suisse.	Pied de Russie et d'Angleterre.	Pied de Paris.	Mètre.
1·09984 0·04133	1·09091 0·03779	1·04618 0·01961	1·02972 0·01272	0·96618 9·98506	0·31385 9·49673
1·10775 0·04444	1·09876 0·04090	1·05370 0·02272	1·03713 0·01583	0·97313 9·98817	0·31611 9·49984
1·02277 0·00978	1·01446 0·00623	0·97286 9·98806	0·95756 9·98117	0·89847 9·95350	0·29186 9·46517
0·99239 9·99668	0·98433 9·99314	0·94397 9·97496	0·92912 9·96807	0·87178 9·94041	0·28319 9·45208
1·02359 0·01013	1·01528 0·00659	0·97365 9·98840	0·95833 9·98152	0·89920 9·95386	0·29209 9·46552
1·00395 0·00171	0·99580 9·99817	0·95497 9·97999	0·93995 9·97310	0·88194 9·94544	0·28649 9·45711
1 0·00171	0·99188 9·99646	0·95121 9·97828	0·93625 9·97139	0·87847 9·94373	0·28536 9·45540
1·00819 0·00354	1 0·00354	0·95900 9·98182	0·94391 9·97493	0·88567 9·94727	0·28770 9·45894
1·05130 0·02172	0·04276 0·01818	1 0·01818	0·98427 9·99311	0·92353 9·96545	0·30000 9·47712
1·06810 0·02861	1·05942 0·02507	1·01598 0·00689	1 0·00689	0·93829 9·97234	0·30479 9·48401
1·13834 0·05627	1·12909 0·05273	1·08280 0·03455	1·06577 0·02766	1 0·02766	0·32484 9·51167
3·50432 0·54460	3·47585 0·54106	3·33333 0·52288	3·28090 0·51599	3·07844 0·48833	1

Table des pieds carrés.

(Les nombres de la deuxième série sont les logarithmes des nombres de la première série.)

Pied carré de Prusse.	Pied carré d'Autriche.	Pied carré de Bavière.	Pied carré de Saxe.	Pied carré de Hanovre.	Pied carré de Wurtemberg
1	0.98577 9.99378	1.15640 0.06311	1.22828 0.08930	1.15453 0.06241	1.20015 0.07923
1.01441 0.00623	1	1.17309 0.06933	1.24601 0.09552	1.17120 0.06863	1.21747 0.08546
0.86475 9.93689	0.85245 9.93067	1	1.06216 0.02619	0.99839 9.99930	1.03783 0.01613
0.81415 9.91070	0.80256 0.90448	0.94148 9.97381	1	0.93996 9.97311	0.97709 9.98994
0.86615 9.93759	0.85382 9.93137	1.00162 0.00070	1.06388 0.02689	1	1.03951 0.01683
0.83323 9.92077	0.82137 9.91454	0.96355 9.98387	1.02344 0.01006	0.96199 9.98317	1
0.82668 9.91734	0.81492 9.91111	0.95598 9.98045	1.01540 0.00664	0.95443 9.97975	0.99214 9.99657
0.84028 9.92442	0.82832 9.91820	0.97170 9.98753	1.03210 0.01372	0.97013 9.98683	1.00846 0.00366
0.91367 9.96079	0.90067 9.95456	1.05656 0.02390	1.12224 0.05009	1.05486 0.02320	1.09654 0.04002
0.94311 9.97456	0.92968 9.96834	1.09061 0.03767	1.15840 0.06386	1.08885 0.03697	1.13186 0.05379
1.07123 0.02988	1.05599 0.02366	1.23877 0.09299	1.31578 0.11918	1.23677 0.09229	1.28564 0.10912
10.15187 1.00655	10.00739 1.00032	11.73960 1.06965	12.46936 1.09584	11.72067 1.06895	12.18372 1.08578

477

Table des pieds carrés.

(Les nombres de la deuxième série sont les logarithmes des nombres de la première série.)

Pied carré de Brunswick.	Pied carré de Hesse électorale.	Pied carré de Bade.	Pied carré de Russie et d'Angleterre	Pied carré de Paris.	Mètre carré.
1·20965 0·08266	1·19008 0·07558	1·09449 0·03921	1·06033 0·02544	0·93350 9·97012	0·09850 8·99345
1·22712 0·08889	1·20726 0·08180	1·11029 0·04544	1·07564 0·03166	0·94698 9·97634	0·09993 8·99968
1·04605 0·01955	1·02913 0·01247	0·94646 9·97610	0·91692 9·96233	0·80725 9·90701	0·08518 8·93035
0·98483 9·99336	0·96890 9·98628	0·89107 9·94991	0·86326 9·93614	0·76001 9·88082	0·08020 8·90416
1·04774 0·02025	1·03079 0·01317	0·94799 9·97680	0·91840 9·96303	0·80856 9·90771	0·08532 8·93105
1·00792 0·00343	0·99161 9·99634	0·91196 9·95998	0·88350 9·94621	0·77783 9·89088	0·08208 8·91422
1 0·00708	0·98382 9·99292	0·90480 9·95655	0·87656 9·94278	0·77171 9·88746	0·08143 8·91079
1·01644 0·00708	1 0·00708	0·91968 9·96363	9·89097 9·94986	0·78440 9·89454	0·08277 8·91788
1·10522 0·04345	1·08734 0·03637	1 0·03637	0·96879 9·98623	0·85291 9·93091	0·09000 8·95424
1·14083 0·05722	1·12237 0·05014	1·03222 0·01377	1 0·01377	0·88039 9·94468	0·09290 8·96801
1·29582 0·11254	1·27485 0·10546	1·17245 0·06910	1·13586 0·05532	1 0·05532	0·10552 9·02334
12·28023 1·08921	12·08156 1·08212	11·11111 1·04576	10·76430 1·03199	9·47682 0·97666	1

Table des pieds cubes.

(Les nombres de la deuxième série sont les logarithmes des nombres de la première série.)

Pied cube de Prusse.	Pied cube d'Autriche	Pied cube de Bavière.	Pied cube de Saxe.	Pied cube de Hanovre.	Pied cube de Wurtemberg
1	0.97873 9.99066	1 24354 0.09466	1.36128 0.13395	1.24054 0.09361	1.31477 0.11885
1.02173 0.00934	1	1.27057 0.10400	1.39086 0.14328	1.26750 0.10295	1.34335 0.12819
0.80415 9.90534	0.78705 9.89600	1	1.09468 0.03929	0.99758 9.99895	1.05728 0.02419
0.73460 9.86605	0.71898 9.85672	0.91351 9.96071	1	0.91130 9.95966	9.96584 9.98490
0.80610 9.90639	0.78896 9.89705	1.00242 0.00105	1.09733 0.04034	1	1.05984 0.02524
0.76059 9.88115	0.74441 9.87191	0.94582 9.97581	1.03537 0.01510	0.94354 9.97476	1
0.75164 9.87601	0.73565 9.86667	0.93470 9.97067	1.02319 0.00996	0.93244 9.96962	0.98824 9.99486
0.77025 9.88663	0.75387 9.87730	0.95785 9.98130	1.04853 0.02058	0.95553 9.98024	1.01271 0.00549
0.87334 9.94118	0.85476 9.93185	1.08603 0.03584	1.18886 0.07513	1.08341 0.03479	1.14824 0.06003
0.91588 9.96184	0.89640 9.95250	1.13894 0.05650	1.24677 0.09579	1.13619 0.05545	1.20418 0.08069
1.10873 0.04483	1.08515 0.03549	1.37875 0.13949	1.50929 0.17877	1.37542 0.13844	1.45773 0.16368
32.34587 1.50982	31.65785 1.50048	40.22350 1.60448	44.03176 1.64377	40.12627 1.60343	42.52752 1.62867

Table des pieds cubes.

(Les nombres de la deuxième série sont les logarithmes des nombres de la première série.)

Pied cube de Brunswick	Pied cube de Hesse électorale.	Pied cube de Bade	Pied cube d'Angleterre	Pied cube de Paris.	Mètre cube.
1'33043 0'12399	1'29827 0 11337	1'14503 0'05882	1'09184 0'03816	0'90193 9'95517	0'03092 8'49018
1'35934 0'13333	1 32649 0 12270	1'16992 0 06815	1'11557 0'04750	0'92154 9'96451	0'03159 8'49952
1'06987 0'02933	1'04401 0'01870	0'92078 9'96416	0'87801 9'94350	0'72529 9'86051	0'02486 8'39552
0'97734 9'99004	0'95371 9'97942	0'84114 9'92487	0'80207 9'90421	0'66256 9'82123	0'02271 8'35623
1'07246 0'03038	1'04654 0'01976	0'92301 9'96521	0'88014 9'94455	0'72705 9'86156	0'02492 8'39657
1'01191 0'00514	0'98745 9'99451	0'87090 9'93997	0'83044 9'91931	0'68600 9'83632	0'02351 8'37133
1	0'97583 9'98937	0'86065 9'93483	0'82067 9'91417	0'67793 9'83118	0'02324 8'36619
1'02477 0'01063	1	0'88197 9'94545	0'84100 9'92479	0'69472 9'84181	0'02381 8'37682
1'16191 0'06517	1'13383 0'05455	1	0'95355 9'97934	0'78769 9'89636	0'02700 8'43136
1'21852 0'08583	1'18907 0'07521	1'04872 0'02066	1	0'82607 9'91702	0'02832 8'45202
1'47508 0'16882	1'43943 0'15819	1'26953 0'10364	1'21056 0'08298	1	0'03428 8'53501
43'03380 1'63381	41'99374 1'62318	37'03704 1'56864	35'31658 1'54798	29'17385 1'46499	1

Table comparative des poids usités dans douze pays divers.

(Les nombres de la deuxième série sont les logarithmes des nombres de la première série.)

Livre de Prusse.	Livre d'Autriche	Livre de Bavière	Livre de Saxe (donataire)	Livre de Wurtemberg	Marc ancien de Cologne.
1	0.83518 9.92178	0.83520 9.92179	0.93542 9.97101	0.99996 9.99998	2.00037 0.30111
1.19735 0.07822	1	1.00002 0.00001	1.12002 0.04923	1.19730 0.07820	2.39514 0.37933
1.19732 0.07821	0.99998 9.99999	1	1.12000 0.04922	1.19728 0.07819	2.39508 0.37932
1.06904 0.02899	0.89284 9.95077	0.89286 9.95078	1	1.06900 0.02898	2.13847 0.33010
1.00004 0.00002	0.83521 9.92180	0.83523 9.92181	0.93546 9.97102	1	1.00044 0.30113
0.49991 9.69889	0.41751 9.62067	0.41752 9.62068	0.46762 9.66990	0.49989 9.69887	1
1.06756 0.02839	0.89160 9.95017	0.89162 9.95618	0.99862 9.99940	1.06752 0.02838	2.13551 0.32950
0.90941 9.95876	0.75952 9.88054	0.75953 9.88055	0.85068 9.92977	0.90937 9.95874	1.81915 0.25987
0.87558 9.94230	0.73127 9.86408	0.73129 9.86409	0.81904 9.91331	0.87555 9.94228	1.75149 0.24341
0.96982 9.98669	0.80998 9.90847	0.81000 9.90848	0.90720 9.95770	0.96979 9.98668	1.94001 0.28780
1.04660 0.01978	0.87410 9.94156	0.87412 9.94157	0.97901 9.99079	1.04656 0.01976	2.09359 0.32089
2.13807 0.33002	1.78568 0.25180	1.78571 0.25181	2.00000 0.30103	2.13800 0.33001	4.27693 0.63113

Table comparative des poids usités dans douze pays divers.

(Les nombres de la deuxième série sont les logarithmes des nombres de la première série.)

Livre de Danemark et de Norwege.	Livre de Suède.	Livre de Russie.	Livre d'Angleterre.	Livre française (poids du marc).	Kilogramme.
0·93672 9·97161	1·09962 0·04124	1·14210 0·05770	1·03111 0·01331	0·95548 9·98022	0·46771 9·66998
1·12157 0·04983	1·31662 0·11946	1·36748 0·13592	1·23460 0·09153	1·14404 0·05844	0·56001 9·74820
1·12155 0·04982	1·31660 0·11945	1·36746 0·53591	1·23457 0·09152	1·14401 0·05843	0·56000 9·74819
1·00138 0·00060	1·17553 0·07023	1·22094 0·08669	1·10230 0·04230	1·02144 0·00921	0·50000 9·69897
0·93675 9·97162	1·09966 0·04126	1·14214 0·05772	1·03115 0·01332	0·95551 9·98024	0·46773 9·66999
0·46827 9·67050	0·54971 9·74013	0·57094 9·75659	0·51546 9·71220	0·47765 9·67911	0·23381 9·36887
1	1·17391 0·06063	1·21925 0·08609	1·10078 0·04170	1·02003 0·00861	0·49931 9·69837
0·85186 9·93037	1	1·03863 0·01646	0·93770 9·97206	0·86892 9·93898	0·42534 9·62874
0·82017 9·91391	0·96281 9·98354	1	0·90283 9·95560	0·83660 9·92252	0·40952 9·61228
0·90845 9·95830	1·06644 0·02793	1·10763 0·04440	1	0·92664 9·96691	0·45360 9·65667
0·98037 9·99139	1·15086 0·06102	1·19532 0·07748	1·07960 0·03309	1	0·48951 9·68976
2·00277 0·30163	2·35106 0·37126	2·44188 0·38772	2·20460 0·34333	2·04288 0·31024	1

Poids spécifique des corps.

Dénomination des corps.	Poids spécifique	Dénomination des corps	Poids spécifique
Platine laminé	22·669	Terro sèche	1·930
Or fondu	19·258	Terre de bruyère	
Argent	10·474	fraîche	2·050
Argent battu	10·511	Terre de bruyère sèche,	
Mercure à zéro . . .	13·598	maigre	1·630
Cuivre battu	9·000	Terre ferme, sèche . .	1·338
Cuivre fondu	8·788	Maçonnerie avec bri-	
Plomb fondu	11·352	ques et mortier de	
Étain	7·291	chaux :	
Zinc fondu	7·037	Fraîche	1·627
Bismuth	9·832	Sèche	1·532
Fonte de fer	7·207	Maçonnerie de moë-	
Fer forgé	7·788	lons calcaires :	
Acier cimenté	7·816	Fraîche	2·460
Acier fondu	7·919	Sèche	2·400
Laiton	8·200	Maçonnerie en grès :	
Métal de canon (bronze)	8·788	Fraîche	2·100
Maillechort	8·563	Sèche	2·000
Calcaire compacte . .	2·450	Verre de bouteilles . .	2·811
Albâtre	2·611	Verre de vitres	2·642
Craie	2·700	Verre de cristal	2·892
Gyps fondu et séché .	0·973	Glaces	2·465
Quartz	2·624	Flintglass	3·329
Grès	2·350	Porcelaine	2·319
Schiste argileux . . .	2·670	Bois, fibre ligneuse ou	
Basalte	2·662	substance ligneuse .	1·500
Granit	2·801	Bois séché à l'air (é- rable)	0·645
Houille (anthracite) .	1·825	Bois de pommier	0·733
Lignite	1·200	Bois de bouleau	0·738
Tuiles cuites	1·812	Bois de poirier	0·732
Sable ordinaire, sec .	1·638	Bois de hêtre	0·590
Terre glaiseuse, bat-		Bois de buis	0·942
tue, fraîche	2·060		

Dénomination des corps.	Poids spécifique	Dénomination des corps.	Poids spécifique
Bois d'ébène vert. . .	1.210	Lait.	1.030
— noir. . .	1.187	Huile de lin.	0.940
Pinus abies	0.555	— d'olive	0.915
— fraîchement		— de colza, bonne	0.914
abattu	0.894	— de pavot.	0.929
Bois de chêne d'été .	0.693	Acide muriatique con-	
Bois d'aune	0.500	tenant 39.675 % chlore	1.200
Bois de frêne.	0.670	Id. 35.310 % —	1.180
Bois de hêtre blanc .	0.769	Id. 29.757 % —	1.152
Bois de pin sylvestre.	0.550	Id. 23.855 % —	1.120
— frais .	0.912	Id. 17.854 % —	1.090
Liège.	0.240	Acide nitrique conte-	
Bois de mélèze. . . .	0.563	nant de l'acide an-	
Bois de tilleul.	0.499	hydre libre	
Bois d'acajou	0.754	97.7 %	1.500
Bois de noyer	0.660	73.3 %	1.479
Bois de peuplier . . .	0.387	59.8 %	1.419
Bois de gaïac	1.263	45.4 %	1.332
Bois de sapin rouge .	0.472	30.3 %	1.221
Bois de saule	0.529	26.3 %	1.190
Sucre blanc	1.606	Acide sulfurique con-	
Orge	1.278	centré	1.850
Froment	1.346	Alcool rectifiée de 35°	0.959
Glace.	0.916	— — 10°	0.965
Bière.	1.006	Eau de mer.	1.027
Vin	0.975	Eau à 15°	1.000

Alliages.

Dénomination de l'alliage.	Emploi ou qualité des alliages.	Répartition p ^r 100 (parties de poids).					
		Cuivre.	Zinc.	Plomb.	Etain.	Nickel.	Fer.
Laiton	Durtible, malléable, pour fils et plaques.	70	30	—	—	—	—
Laiton de Stollberg	Très-durtible . .	64·8	32·8	2	0·4	—	—
Laiton de Bristol	Jaune pâle. . . .	66 ¹ / ₃	33 ¹ / ₃	—	—	—	—
Or mussif		65·4	34·6	—	—	—	—
Laiton de la fabrique de Hägermühle.		84·5	15·4	—	—	—	—
Tombac ou cuivre rouge		83·4	16·6	—	—	—	—
.		à	à	—	—	—	—
.		91·0	9·0	—	—	—	—
Bath-metall		78	22	—	—	—	—
Platine de Birmingham.	Blanc, p ^r boutons	61·6	38·4	—	—	—	—
Métal de soudure (dur).	Pour cuivre . . .	88·9	11·1	—	—	—	—
Métal de soudure	Pour laiton . . .	66·6	33·3	—	—	—	—
Métal de soudure (rapide)	Id.	—	—	83·4	16·6	—	—
.				à	à	—	—
.				85·7	14·3	—	—
Métal de cloches	Pour cloches . .	80	—	—	20	—	—
Métal de cloches (anglais).		80	5·7	4·3	10	—	—
Métal d'Alger	Sonnettes d'horloge.	75	—	—	25	—	—
Métal d'Alger.	Sonnettes de table	5	—	—	95	—	—
.	Statues.	77	—	—	23	—	—
.	Id.	82·5	10·3	3·15	4·10	—	—
.	Id.	91·2	5·57	1·43	1·78	—	—
Métal de fabrication.	Id.	91·3	6·09	1·61	1·00	—	—
.	Id.	91·7	4·93	1·07	2·32	—	—
.	Médailles.	91	—	—	9	—	—
.	Id.	85	3	2	12	—	—
Métal de canon.		91	—	—	9	—	—
Id.	Français	90	—	—	10	—	—
Métal de miroirs		67	—	—	33	—	—

Dénomination de l'alliage.	Emploi ou qualité des alliages.	Répartition p ^r 100 (parties de poids).					
		Cuivre.	Zinc.	Plomb.	Etain.	Bismuth.	Fer.
Maillechort . . .	Ressemblant à l'argent.	53	29	—	—	18	—
	Id.	53	25	—	—	22	—
	Facile à souder.	57	20	3	—	20	—
	Constant à l'air libre	50	25	—	—	25	—
	Pour ferblanterie	60	20	—	—	20	—
	Pour artiel. fondus	54	25	3	—	18	—
Packfong des Chinois.		40	25.4	—	—	31.6	2.6
		Cuivre.	Laiton.	Plomb.	Etain.	Antimoine.	Bismuth.
Métal de Britannia	Pour ustensiles	—	25	—	25	25	25
Pewter anglais		3.54	—	—	88.5	7.06	0.89
Plate Pewter		1.79	—	—	89.3	7.14	1.79
Ley Pewter		—	—	20	80	—	—
Queen's Métal.		—	—	8.33	75	8.33	8.33
Caractères d'imprimerie		—	—	77.0	—	15.4	7.7
Clichés (stéréot.)		—	—	69.0	13.8	13.8	6.9
Impression de papier de musique		—	—	—	50	50	—
Alliages	Paliers ou coussinets.	—	—	75	—	25	—
		2	—	—	80	18	—
		22.2	—	—	33.3	44.4	—
		5.5	—	—	83.3	11.1	—
		13.3	—	—	73.3	13.3	—
		Mercure.	Or.	Argent.	Etain.	Zinc.	
Amalgame.	Dorure.	91	9	—	—	—	—
	Id.	89	11	—	—	—	—
	Argenture	85	—	15	—	—	—
	Etamage de glaces	30	—	—	70	—	—

Poids des plaques ou lames de métal.

Epaisseur des plaques en millimètres.	Poids (kilogrammes) d'un mètre carré.					
	Fer blanc.	Plaques en cuivre.	Plaques en laiton.	Plaques en plomb.	Plaques en zinc.	Plaques en argent.
1	7.788	8.788	8.508	11.3523	6.8610	10.4743
2	15.576	17.576	17.016	22.7046	13.7220	20.9486
3	23.364	26.364	25.524	34.0569	20.5830	31.4229
4	31.152	35.152	34.032	45.4192	27.4440	41.8972
5	38.940	43.940	42.540	56.7615	34.3050	52.3715
6	46.728	52.728	51.048	68.1138	41.1660	62.8458
7	54.516	61.516	59.556	79.4661	48.0270	73.3201
8	62.304	70.304	68.064	90.8184	54.8880	83.7944
9	70.092	79.092	76.572	102.1707	61.7490	94.2687
10	77.880	87.880	85.080	113.523	68.610	104.743
11	85.668	96.668	93.588	124.875	75.471	115.217
12	93.456	105.456	102.096	136.227	82.332	125.691
13	101.244	114.244	110.604	147.579	89.193	136.165
14	109.032	123.032	119.112	158.931	96.054	146.639
15	116.820	131.820	127.620	170.283	102.915	157.113
16	124.608	140.608	136.128	181.635	109.776	167.587
17	132.396	149.396	144.636	192.987	116.637	178.061
18	140.184	158.184	153.144	204.339	123.498	188.535
19	147.972	166.972	161.652	215.691	130.359	199.009
20	155.760	175.760	170.160	227.043	137.220	209.483
21	163.548	184.548	178.668	238.395	144.081	219.957
22	171.336	193.336	187.176	249.747	150.942	230.431
23	179.124	202.124	195.684	261.099	157.803	240.905
24	186.912	210.912	204.192	272.451	164.664	251.379
25	194.700	219.700	212.700	283.803	171.525	261.853

La première colonne horizontale donne également les poids spécifiques qui ont servi de base aux calculs du présent tableau.

Epaisseur du métal et poids de tuyaux en fonte pour conduites d'eau et de gaz.

Diamètre intérieur (en centimètres).	Epaisseur des parois (en centimètres).	Poids d'un mètre courant (en kilogrammes).	Diamètre intérieur (en centimètres).	Epaisseur des parois (en centimètres).	Poids d'un mètre courant (en kilogrammes).	Diamètre intérieur (en centimètres).	Epaisseur des parois (en centimètres).	Poids d'un mètre courant (en kilogrammes).
5	1.035	14.46	35	1.245	102.18	65	1.455	218.95
6	1.042	16.61	36	1.252	105.60	66	1.462	223.34
7	1.049	19.12	37	1.259	109.11	67	1.469	227.67
8	1.056	21.01	38	1.266	112.57	68	1.476	232.21
9	1.063	24.22	39	1.273	116.10	69	1.483	236.68
10	1.070	26.82	40	1.280	119.64	70	1.490	241.22
11	1.077	29.45	41	1.287	123.24	71	1.497	245.76
12	1.084	32.11	42	1.294	126.84	72	1.504	250.30
13	1.091	34.81	43	1.301	130.52	73	1.511	254.91
14	1.098	37.53	44	1.308	134.12	74	1.518	259.52
15	1.105	40.29	45	1.315	137.94	75	1.525	264.21
16	1.112	43.08	46	1.322	141.69	76	1.532	268.89
17	1.119	45.91	47	1.329	145.37	77	1.539	273.65
18	1.126	48.76	48	1.336	149.18	78	1.546	278.40
19	1.133	51.65	49	1.343	153.08	79	1.553	283.24
20	1.140	54.56	50	1.350	156.97	80	1.560	288.06
21	1.147	57.52	51	1.357	160.86	81	1.567	292.96
22	1.154	60.50	52	1.364	164.82	82	1.574	297.87
23	1.161	63.51	53	1.371	168.79	83	1.581	302.84
24	1.168	66.56	54	1.378	172.82	84	1.588	307.81
25	1.175	69.63	55	1.385	176.79	85	1.595	312.71
26	1.182	72.57	56	1.392	180.90	86	1.602	317.76
27	1.189	75.89	57	1.399	185.00	87	1.609	322.80
28	1.196	79.06	58	1.406	189.11	88	1.616	327.92
29	1.203	82.27	59	1.413	193.29	89	1.623	332.96
30	1.210	85.50	60	1.420	197.47	90	1.630	338.22
31	1.217	88.78	61	1.427	201.65	91	1.637	343.34
32	1.224	92.09	62	1.434	205.98	92	1.644	348.60
33	1.231	95.41	63	1.441	210.23	93	1.651	353.86
34	1.238	98.78	64	1.448	214.62	94	1.658	359.05

Table des poids des écrous, des têtes et des boulons des vis à filet aigu.

Diamètre des boulons (en centimètres).	Poids de l'écrou et de la tête de boulon.		Poids d'un centimètre de boulon.	Diamètre des boulons (en centimètres).	Poids de l'écrou et de la tête de boulon.		Poids d'un centimètre de boulon.	Diamètre des boulons (en centimètres).	Poids de l'écrou et de la tête de boulon.		Poids d'un centimètre de boulon.
	Tête carrée du boulon □	Tête ronde du boulon ○			Tête carrée du boulon □	Tête ronde du boulon ○			Tête carrée du boulon □	Tête ronde du boulon ○	
1.	0.0538	0.0494	0.0064	2.7	0.5974	0.5484	0.0458	4.4	2.516	2.310	0.1184
1.1	0.0722	0.0674	0.0074	2.8	0.6692	0.6130	0.0479	4.5	2.680	2.455	0.1238
1.2	0.0892	0.0896	0.0088	2.9	0.7586	0.6884	0.0512	4.6	2.859	2.618	0.1294
1.3	0.1136	0.1046	0.0103	3.0	0.8762	0.8073	0.0550	4.7	3.031	2.780	0.1351
1.4	0.1364	0.1260	0.0119	3.1	0.9600	0.8800	0.0588	4.8	3.222	2.955	0.1409
1.5	0.1590	0.1480	0.0137	3.2	1.045	0.9620	0.0626	4.9	3.410	3.138	0.1468
1.6	0.1822	0.1690	0.0156	3.3	1.138	1.049	0.0666	5.0	3.623	3.338	0.1529
1.7	0.2082	0.1928	0.0176	3.4	1.239	1.140	0.0707	5.1	3.831	3.530	0.1592
1.8	0.2360	0.2178	0.0198	3.5	1.342	1.230	0.0749	5.2	4.053	3.725	0.1653
1.9	0.2658	0.2450	0.0220	3.6	1.452	1.330	0.0793	5.3	4.284	3.940	0.1718
2.0	0.2972	0.2732	0.0244	3.7	1.562	1.435	0.0837	5.4	4.530	4.160	0.1784
2.1	0.3284	0.3036	0.0269	3.8	1.674	1.540	0.0883	5.5	4.778	4.390	0.1850
2.2	0.3620	0.3350	0.0296	3.9	1.809	1.658	0.0930	5.6	5.031	4.615	0.1918
2.3	0.4000	0.3700	0.0324	4.0	1.939	1.786	0.0978	5.7	5.298	4.869	0.1987
2.4	0.4420	0.4080	0.0351	4.1	2.074	1.902	0.1028	5.8	5.548	5.100	0.2057
2.5	0.4850	0.4500	0.0382	4.2	2.216	2.031	0.1079	5.9	5.810	5.350	0.2129
2.6	0.5360	0.4946	0.0413	4.3	2.362	2.170	0.1160	6.0	6.082	5.604	0.2201

485

Poids des manchons (d'accouplement).

Numéros des accouplements.	Poids de la douille (kilogr.).	Poids de la tête (kilogr.).	Numéros des accouplements.	Poids de la douille (kilogr.).	Poids de la tête (kilogr.).
I	1.8	0.8	XI	94.8	59.2
II	2.5	1.2	XII	135.5	85.1
III	5.0	2.0	XIII	184.8	116
IV	6.5	2.8	XIV	213.2	143
V	9.6	5.4	XV	284.3	178
VI	14.3	8.6	XVI	360	229
VII	20.1	12.1	XVII	452	316
VIII	26.8	16.4	XVIII	562	392
IX	40.0	24.9	XIX	685	481
X	63.2	39.6			

Ces poids se rapportent aux accouplements dont les dimensions ont été indiquées au numéro 81.

486

Poids des paliers ou coussinets.

Numéros des paliers.	Poids du palier sans plateau de support.					Numéros des paliers.	Poids du palier sans plateau de support.				
	Kilog.	Kilog.	Kilog.	Kilog.	Kilog.		Kilog.	Kilog.	Kilog.	Kilog.	Kilog.
I	1.11	0.70	0.36	0.34	2.51	IX	30.62	20.40	5.30	4.85	62.17
			0.40		2.55				6.90		62.77
II	1.58	1.10	0.40	0.40	3.48	X	49.25	32.40	8.28	7.90	97.83
			0.48		3.56				10.10		99.65
III	2.59	1.66	0.53	0.60	5.38	XI	68.06	41.40	12.00	11.95	133.41
			0.65		5.50				13.90		135.31
IV	4.44	2.86	0.85	0.93	9.08	XII	107.1	67.40	16.40	17.00	207.89
			1.09		9.32				19.28		210.77
V	6.97	5.10	1.33	1.30	14.70	XIII	147.0	92.50	22.50	23.48	285.48
			1.60		14.97				26.10		289.1
VI	10.40	7.50	2.00	1.82	21.72	XIV	171.4	107	30.00	27.2	335.6
			2.43		22.15	XV	225.4	142	39.00	34.8	441.2
VII	14.59	10.40	2.85	2.48	30.32	XVI	292.6	185	49.80	43.8	571.2
			3.40		30.87	XVII	368.5	231	61.80	54.6	722.9
VIII	20.12	13.90	4.00	3.30	41.32	XVIII	460.5	285	76.00	68.2	889.7
			4.64		41.96	XIX	562.1	354	93.00	83.0	109.2

On n'a pas compté les vis avec lesquelles les paliers sont fixés sur les fondations. Les poids se rapportent aux paliers dont les dimensions ont été indiquées au numéro 83.

Poids des poulies.

$\frac{R}{d}$	$\frac{G}{d^3}$	$\frac{R}{d}$	$\frac{G}{d^3}$	$\frac{R}{d}$	$\frac{G}{d^3}$	$\frac{R}{d}$	$\frac{G}{d^3}$	$\frac{R}{d}$	$\frac{G}{d^3}$	$\frac{R}{d}$	$\frac{G}{d^3}$
3	0.177	4	0.188	5	0.198	6	0.211	7	0.224	8	0.237
3.1	0.177	4.1	0.189	5.1	0.200	6.1	0.212	7.1	0.225	8.1	0.238
3.2	0.178	4.2	0.191	5.2	0.201	6.2	0.213	7.2	0.226	8.2	0.240
3.3	0.180	4.3	0.192	5.3	0.202	6.3	0.215	7.3	0.228	8.3	0.241
3.4	0.181	4.4	0.192	5.4	0.204	6.4	0.216	7.4	0.229	8.4	0.242
3.5	0.182	4.5	0.193	5.5	0.204	6.5	0.217	7.5	0.231	8.5	0.244
3.6	0.184	4.6	0.194	5.6	0.205	6.6	0.219	7.6	0.232	8.6	0.245
3.7	0.184	4.7	0.196	5.7	0.207	6.7	0.220	7.7	0.233	8.7	0.246
3.8	0.186	4.8	0.197	5.8	0.208	6.8	0.221	7.8	0.234	8.8	0.248
3.9	0.186	4.9	0.198	5.9	0.209	6.9	0.222	7.9	0.236	8.9	0.249

Poids des poulies.

$\frac{R}{b}$	$\frac{G}{b^3}$	$\frac{R}{b}$	$\frac{G}{b^3}$	$\frac{R}{b}$	$\frac{G}{b^3}$	$\frac{R}{b}$	$\frac{G}{b^3}$	$\frac{R}{b}$	$\frac{G}{b^3}$	$\frac{R}{b}$	$\frac{G}{b^3}$
1	0.0035	2	0.0108	3	0.0213	4	0.0348	5	0.0499	6	0.0684
1.1	0.0036	2.1	0.0120	3.1	0.0228	4.1	0.0366	5.1	0.0516	6.1	0.0696
1.2	0.0042	2.2	0.0126	3.2	0.0240	4.2	0.0384	5.2	0.0533	6.2	0.0720
1.3	0.0048	2.3	0.0132	3.3	0.0252	4.3	0.0396	5.3	0.0549	6.3	0.0744
1.4	0.0060	2.4	0.0144	3.4	0.0264	4.4	0.0408	5.4	0.0564	6.4	0.0772
1.5	0.0066	2.5	0.0156	3.5	0.0276	4.5	0.0426	5.5	0.0588	6.5	0.0785
1.6	0.0072	2.6	0.0168	3.6	0.0294	4.6	0.0438	5.6	0.0604	6.6	0.0804
1.7	0.0084	2.7	0.0180	3.7	0.0305	4.7	0.0456	5.7	0.0624	6.7	0.0828
1.8	0.0087	2.8	0.0186	3.8	0.0324	4.8	0.0468	5.8	0.0642	6.8	0.0852
1.9	0.0096	2.9	0.0204	3.9	0.0336	4.9	0.0486	5.9	0.0660	6.9	0.0876

G poids d'une poulie (en kilogrammes);
d diamètre de l'arbre (en centimètres);
b largeur de la poulie (en centimètres);
R rayon de la poulie (en centimètres).

489

Poids des roues d'engrenage (roues dentées).

$$\left(\frac{\beta}{\alpha} = 6\right)$$

$\frac{R}{d}$	$\frac{G}{d^3}$	$\frac{R}{d}$	$\frac{G}{d^3}$	$\frac{R}{d}$	$\frac{G}{d^3}$	$\frac{R}{d}$	$\frac{G}{d^3}$	$\frac{R}{d}$	$\frac{G}{d^3}$	$\frac{R}{d}$	$\frac{G}{d^3}$
3	0.196	4	0.213	5	0.233	6	0.254	7	0.278	8	0.300
3.1	0.197	4.1	0.216	5.1	0.236	6.1	0.257	7.1	0.280	8.1	0.302
3.2	0.198	4.2	0.217	5.2	0.237	6.2	0.260	7.2	0.283	8.2	0.305
3.3	0.201	4.3	0.220	5.3	0.240	6.3	0.261	7.3	0.285	8.3	0.308
3.4	0.202	4.4	0.221	5.4	0.243	6.4	0.264	7.4	0.287	8.4	0.309
3.5	0.205	4.5	0.224	5.5	0.244	6.5	0.265	7.5	0.289	8.5	0.312
3.6	0.207	4.6	0.225	5.6	0.247	6.6	0.268	7.6	0.291	8.6	0.315
3.7	0.208	4.7	0.226	5.7	0.248	6.7	0.271	7.7	0.293	8.7	0.317
3.8	0.209	4.8	0.229	5.8	0.251	6.8	0.273	7.8	0.296	8.8	0.320
3.9	0.212	4.9	0.230	5.9	0.252	6.9	0.276	7.9	0.298	8.9	0.321

490

Poids des roues d'engrenage (roues dentées).

$$\left(\frac{\beta}{\alpha} = 6\right)$$

$\frac{R}{\beta}$	$\frac{G}{\beta^3}$	$\frac{R}{\beta}$	$\frac{G}{\beta^3}$	$\frac{R}{\beta}$	$\frac{G}{\beta^3}$	$\frac{R}{\beta}$	$\frac{G}{\beta^3}$	$\frac{R}{\beta}$	$\frac{G}{\beta^3}$	$\frac{R}{\beta}$	$\frac{G}{\beta^3}$
2	0.038	3	0.063	4	0.091	5	0.121	6	0.154	7	0.191
2.1	0.041	3.1	0.065	4.1	0.093	5.1	0.124	6.1	0.158	7.1	0.195
2.2	0.043	3.2	0.069	4.2	0.096	5.2	0.128	6.2	0.161	7.2	0.198
2.3	0.046	3.3	0.071	4.3	0.099	5.3	0.132	6.3	0.165	7.3	0.202
2.4	0.047	3.4	0.074	4.4	0.001	5.4	0.133	6.4	0.169	7.4	0.206
2.5	0.050	3.5	0.076	4.5	0.005	5.5	0.137	6.5	0.172	7.5	0.209
2.6	0.053	3.6	0.080	4.6	0.108	5.6	0.140	6.6	0.175	7.6	0.212
2.7	0.056	3.7	0.082	4.7	0.111	5.7	0.144	6.7	0.180	7.7	0.217
2.8	0.058	3.8	0.085	4.8	0.114	5.8	0.148	6.8	0.183	7.8	0.221
2.9	0.060	3.9	0.088	4.9	0.117	5.9	0.151	6.9	0.186	7.9	0.225

R rayon de la roue (en centimètres);
β largeur des dents (en centimètres);
d diamètre de l'arbre (en centimètres);
G poids de la roue (en kilogrammes).

PRIX APPROXIMATIFS DES MACHINES

Les machines et les appareils sont fournis actuellement par les fabricants aux prix ci-dessous. (Les prix sont indiqués en francs.)

491

Fonte et bronze.

(Les modèles ne sont pas comptés.)

MOULES EN SABLE.		Prix par 1 kilogramme.
Pièces de 0.25 à 0.50 kilogrammes		0.84 francs.
— 0.50 à 3.00 —		0.63 —
— 4.00 à 6.00 —		0.49 —
— 6.00 à 20.00 —		0.42 —
Pièces lourdes, mais faciles à fondre		0.39 —
Fonte ordinaire en coquilles		0.35 —
Plateau (fonte en foyer), à 500 kilogrammes		0.33 —
— — — — — an-dessus de 500 kilogrammes		0.32 —
Fonte en forme d'argile, à 50 kilogrammes		0.51 —
Fonte de laiton		3.50 —
Fonte de bronze (métal de canons).		4.20 —

492

Pièces séparées pour machines et appareils.

Cordages	1.14 francs.
Câbles en fil de fer	1.43 —
Chaînes	0.70 —
Tuyaux de conduite pour eau et gaz:	
a) Avec manchons	0.35 —
b) Avec rebords	0.56 —
Tuyaux sondés en fer	2.40 —
Tuyaux corroyés en fer	3.00 —
Tuyaux étirés en cuivre	5.20 —
Tuyaux étirés en laiton	5.30 —
Tuyaux en plomb	0.65 —
Vases soudés et rivés en fer-blanc	1.20 —
Poêles en cuivre	4.20 à 5.60 —
Vases en fonte de fer	0.40 —
Robinets et soupapes en laiton	5.60 —

	Prix par 1 kilogramme.
Robinets et soupapes en fonte	3.20 francs.
Vis pour l'assemblage de pièces métalliques	2.50 —
Vis pour pressas, etc.	3.00 —
Manivelles, leviers, bielles, en fer forgé	2.50 —

493

Machines motrices.

ARBRES ET ACCOUPLEMENTS.	Prix par kilogramme si le diamètre (en centimètres) de l'arbre est le suivant:			
	3 à 6	6 à 9	9 à 16	16 à 24
1° En fer forgé, tournés, avec manchons forés et ajustés avec coins en acier	1.70	1.50	1.30	1.20 fr.
2° En fer forgé, tournés dans les paliers, avec manchons forés et ajustés avec coins en acier.	1.40	1.30	1.10	1.00 —
3° En fonte, tournés entièrement, avec manchons forés et ajustés avec coins en acier.	—	—	0.90	0.80 —
4° En fonte, tournés dans les paliers, avec manchons forés et ajustés avec coins en acier	—	—	0.70	0.60 —

ROUES DENTÉES, POULIES, PALIERS.	Prix par kilogramme si le poids des pièces est (en kilogrammes) le suivant:			
	5 à 10	10 à 30	30 à 100	au-dessus de 100
Roues en fonte, tournées, forées, limées	3.00	2.00	1.50	1.00 francs.
Roues en fonte, tournées et forées	1.50	1.40	1.20	0.90 —
Roues en fonte, forées	1.00	0.90	0.80	0.70 —
Poulies en fonte, tournées, forées.	1.40	1.30	1.20	1.00 —
Poulies en fonte, forées	1.00	0.90	0.80	0.70 —
Paliers en fonte avec coussinets en laiton.	1.70	1.50	1.30	1.10 —

	Prix par kilogramme.
Plateaux et supports.	0·60 à 1·20 francs.
Coussinets forés et tournés en laiton	5·00 —
Tourillons en fonte, tournés	0·60 —
Tourillons en fer, tournés.	1·00 —
Tourillons en acier, tournés	12·00 —
Volants ajustés et forés	0·60 —

Prix des roues à eau.

A) ROUES EN BOIS.	Prix par cheval-vapeur d'effet utile.	
	La roue sans coursier.	La roue avec coursier.
	Francs.	Francs.
Petites roues à palettes, exécutées avec soin	100 à 160	130 à 200
Grandes roues à palettes, cercle denté, rosettes, tourillon en fonte	130 à 200	160 à 250
Petites roues en dessus	50 à 80	70 à 100
Grandes roues en dessus, cercle donté, rosettes, arbre de coucho en bois	260 à 400	300 à 450

B) ROUES EN FER.

Roues à palettes. Les palettes et le cercle sont en bois, le reste est en fer	200 à 320	300 à 400
Roues d'arrière. Les augets sont en bois, le reste est en fer	200 à 330	300 à 430
Roues en-dessus en fer avec augets en tôle	300 à 500	400 à 550
Roues de Poncelet en fer avec augets en tôle	260 à 400	330 à 500

Les prix des pièces séparées d'une roue en fer sont les suivants :

	Prix par kilogramme.
Cercle, rosettes, arbre en fonte	0·60 à 0·80 francs.
Entretoises et vis en fer	1·00 à 1·30 —
Augets en tôle	1·20 à 1·70 —

495

Prix des turbines.

Pentes.	Effet utile de la turbine en chevaux-vapeur.									
	2	4	6	8	10	12	15	20	30	40
Mètres.										
0.50	4600	5528	6456	7384	8312	9240	10632	12496	16200	—
0.80	4471	5291	6110	6928	7746	8564	9791	11336	14280	—
1.00	4385	5121	5867	6613	7358	8002	9118	10590	13000	14000
1.50	4170	4730	5290	5850	6410	6670	7810	8586	9800	11700
2.00	4084	4630	5176	5722	6268	6814	7633	8400	9614	11496
2.50	3998	4530	5062	5594	6126	6658	7456	8216	9438	11228
3.00	3912	4430	4948	5466	5984	6502	7279	8030	9252	11080
4.00	3740	4258	4776	5294	5812	6630	7107	7802	8880	10664
5.00	3568	4058	4548	5038	5528	6018	6753	7432	8518	10248
8.00	3310	3770	4230	4690	5150	5610	6300	7002	8164	9724
10.00	3138	3580	4022	4464	4906	5348	6228	6714	7928	9308
12.00	3052	3484	3916	4348	4212	5212	6860	6570	7840	9100

MACHINES A VAPEUR

496

Machines fixes pour ateliers et fabriques.

Désignation du système.	Prix des machines par 1 cheval-vapeur. Ces machines ont la force suivante (en chevaux-vapeur):												
	2	4	6	8	10	12	16	20	30	40	50	60	100
Machines à haute pression, sans détente, sans condensation, sans balancier	1824	1324	1157	1074	1024	990	949	924	891	874	864	857	844
Machines à haute pression, avec détente, sans condensation, sans balancier	2340	1591	1341	1200	1140	1090	1029	990	940	916	900	890	870
Machines à pression moyenne, avec détente, avec condensation, avec balancier, avec un cylindre	—	—	—	—	—	1600	1413	1308	1158	1083	1038	1008	948
Machines à pression moyenne de Woolf, avec détente, avec condensation, avec balancier, avec deux cylindres	—	—	—	—	—	1915	1656	1500	1291	1187	1125	1083	1000

497

Prix des chaudières à vapeur en tôle.
(Sans garniture.)

Force de la chaudière (cubaux-vap.)	Surface totale de la chaudière.	Longueur de la chaudière principale.	Diamètre de la chaudière principale.	Diamètre des tubes bouil- lants.	Nombre des tubes bouil- lants.	Pour 2 atmosphères		Pour 3 atmosphères		Pour 4 atmosphères		Pour 5 atmosphères	
						Poids, Kilogr.	Prix, Francs.	Poids, Kilogr.	Prix, Francs.	Poids, Kilogr.	Prix, Francs.	Poids, Kilogr.	Prix, Francs.
1	4.5	2.4	0.60	—	—	225	270	260	312	295	354	325	400
2	5.6	2.7	0.66	—	—	350	420	400	480	450	540	500	600
4	11.6	3.0	0.69	0.27	2	575	690	660	792	740	888	802	1000
6	15.9	3.6	0.75	0.33	2	925	1110	1060	1272	1195	1434	1325	1600
8	19.8	4.2	0.78	0.36	2	1340	1608	1530	1836	1725	2070	1915	2300
10	22.1	4.5	0.84	0.36	2	1750	2100	2000	2400	2250	2700	2500	3000
12	24.7	4.8	0.90	0.36	2	2100	2520	2400	2880	2700	3240	3000	3600
16	29.7	5.4	0.99	0.39	2	2450	2940	2800	3360	3150	3780	3500	4200
20	32.8	5.7	1.05	0.39	2	2915	3498	3430	4116	3850	4620	4165	5000
25	45.1	6.3	1.11	0.39	3	3100	3720	3550	4260	4000	4800	4415	5300
30	54.6	6.9	1.17	0.45	3	3500	4200	4000	4800	4500	5400	5085	6100
35	60.8	7.5	1.23	0.45	3	4235	5082	4850	5820	5500	6600	6060	7272
40	69.5	8.1	1.29	0.48	3	5000	6000	5700	6840	6450	7740	7165	8600
45	78.9	9.0	1.35	0.48	3	6000	7200	6800	8160	7540	9048	8335	10000
50	97.0	10.5	1.41	0.51	3	6900	8280	7700	9240	8600	10320	9415	11300

			Par 1 kilogramme.	
Travaux de tôle forte de 50 à 250 kilogrammes . .			1.68	francs.
— — 250 à 500 — . . .			1.40	—
— — 500 kilogrammes et plus . .			1.26	—
Cheminées en tôle forte.			1.05	—
Plateaux avec portes de foyer			0.56	—
Barres de grille, supports, etc., en fonte			0.35	—
Soupapes de sûreté, flotteurs			2.22	—

498

Bateaux à vapeur pour rivières et lacs.

Désignation des objets.	Poids en kilogr. par chev.-vap.	Prix du kilogr.	Prix par chev.-vap.
La machine avec appareil moteur .	600	2 00	1200
Chaudière et cheminée.	300	1.20	360
Le bateau en tôle avec agrès . . .	840	1.00	840
Machine, appareil moteur, chaudière, cheminée.	900	1.56	1560
Machine, appareil moteur, chaudière, cheminée, bateau	1740	1.38	2400

499

Grues en fonte.

Charge qui peut être soulevée avec la grue.	Poids de la grue.	Prix par kilogramme.	Prix de la grue.
Kilogrammes.	Kilogrammes.		
1000	1000	1.20	1200
2000	1500	1.15	1725
3000	2000	1.10	2200
4000	3000	1.05	3150
5000	4500	1.00	4500
6000	5600	0.97	5432
7000	6800	0.96	6528
8000	8000	0.94	7520
10000	9800	0.90	8820
15000	13000	0.85	11050
20000	17000	0.80	13600

500

Outils pour fabriques de machines.

Désignation des objets.	Poids en kilogr.	Prix par kilogr.	Prix de la machine
<i>Tours avec châssis en bois, comprenant une poupée fixe avec poulie conique et poupée mobile, support, deux plateaux à fixer et transmission :</i>			
Hauteur de la poupée fixe de 0.15 mètres	200	1.5	300
— — — 0.18 —	266	1.5	400
— — — 0.21 —	300	1.5	460
— — — 0.24 —	350	1.5	520
<i>Tours avec châssis en bois, comprenant une poupée fixe avec transmission d'engrenage, poupée mobile, support, deux plateaux à fixer et transmission :</i>			
Hauteur de la poupée fixe de 0.27 mètres	714	1.4	1000
— — — 0.30 —	860	1.4	1200
— — — 0.39 —	1290	1.4	1800
— — — 0.45 —	1714	1.4	2400
— — — 0.60 —	2150	1.4	3000
— — — 0.90 —	2570	1.4	3600
<i>Tours avec châssis en fonte rabottée, comprenant une poupée fixe avec poulie conique et poupée mobile, support, deux plateaux à fixer et transmission :</i>			
Longueur du banc. Hauteur de la poupée fixe.			
1.80 mètres 0.18 mètres	500	1.6	800
2.10 — 0.21 —	600	1.6	940
2.40 — 0.24 —	675	1.6	1080
2.70 — 0.27 —	750	1.6	1200
<i>Tours avec châssis en fonte rabottée, pour fileter et tours parallèles, avec poupée fixe et transmission d'engrenage, poupée mobile, support fixe, lunettes, deux plateaux à fixer et transmission supérieure :</i>			

Désignation des objets.		Poids en kilogr.	Prix par kilogr.	Prix de la machine
Longueur du hanc.	Hauteur de la poutée fixe			
1-80 mètres	0-21 mètres	870	2 30	2000
2-40 —	0-24 —	1040	2 30	2400
3-00 —	0-27 —	1364	2 20	3000
3-60 —	0-30 —	1818	2 20	4000
4-20 —	0-39 —	2380	2 10	5000
4-80 —	0-45 —	3143	2 10	6600
5-40 —	0-51 —	4500	2 00	9000
6-00 —	0-60 —	6000	2 00	12000
6-60 —	0-75 —	8510	1 88	16000
7-20 —	0-90 —	10640	1 88	20000
<i>Support fixe à deux mouvements, support et vis</i>				
	de 0-09 mètres de diamètre	51	5 50	280
	0-12 — —	64	5 00	320
	0-15 — —	91	4 50	400
	0-18 — —	120	4 00	480
	0-21 — —	140	4 00	560
	0-24 — —	183	3 50	640
	0-27 — —	206	3 50	720
<i>Machine à tailler les dents, pour roues de 1-00 mètres de diamètre</i>				
	1-20 — —	1360	2 20	3000
	1-50 — —	1630	2 20	3600
	1-80 — —	2180	2 20	4800
<i>Machine à mortaiser les roues, pour mortaiser les rainures et accouplements pour objets dont le diamètre est de 0-90 mètres</i>				
	— — 1-50 —	2320	1 55	3600
	— — 1-80 —	3490	1 43	5000
	— — 2-40 —	5000	1 28	6400
<i>Machine à fileter et à tarauder, pour vis d'un diamètre de 0-03 mètres</i>				
	— — 0-045 —	560	2 50	1400
	— — 0-060 —	1440	1 80	2600
	— — 0-080 —	2250	1 60	3600
<i>Machine à percer, verticale, pour trous de 0-09 m. de profondeur et 0-03 m. de diamèt.</i>				
	0-18 — 0-075 —	250	3 20	800
	0-30 — 0-12 —	444	2 70	1200
	0-45 — 0-18 —	666	2 40	1600

Désignation des objets.	Poids en kilogr.	Prix par kilogr.	Prix de la machine
<i>Machine à percer, verticale, avec supports en colonnes, 1.20 mètres entre les colonnes, pour percer les roues</i>	2320	1 55	3600
<i>Machine à percer, verticale, avec bras mobile par le demi-cercle (radiale), pour percer des roues jusqu'à 3 mètr. de diamèt.</i>	4088	1 37	5600
<i>Machine à percer la tôle et cisailles pour des trous de</i>			
0 03 m. de diamèt. et 0 015 m. d'épaisseur	2000	1 53	3200
0 03 — 0 030 —	3150	1 46	4600
<i>Machine à plier la tôle, avec cylindres de 1 20 mètres de longueur</i>	961	2 08	2000
1 50 — —	1444	1 80	2600
1 80 — —	2000	1 64	3200
<i>Machine à rabotter le métal, avec mouvement automatique, banc en fer et transmission.</i>			
Longueur du banc. Longueur Largeur Hauteur de la pièce à rabotter.			
1 20 mètres 0 84 0 54 0 36	1300	1 90	2400
1 80 — 1 14 0 54 0 36	1450	1 80	2600
2 40 — 1 50 0 69 0 69	2300	1 55	3600
3 00 — 1 89 0 69 0 69	2700	1 51	4000
3 60 — 2 25 0 69 0 69	2800	1 50	4200
4 20 — 2 64 0 69 0 69	3050	1 47	4600
4 80 — 3 00 0 69 0 69	3300	1 45	4800
5 70 — 3 39 0 69 0 69	3500	1 43	5000
6 00 — 3 75 1 05 1 05	6200	1 16	7200
6 60 — 4 50 1 05 1 05	7500	1 07	8000
7 20 — 5 10 1 35 1 35	10000	1 00	10000
7 80 — 5 40 1 35 1 35	11500	1 00	11500
7 40 — 5 70 1 35 1 35	12000	1 00	12000
9 00 — 6 00 1 50 1 50	14000	1 00	14000
<i>Petite raboteuse, pour rabotter des objets de</i>			
Longueur. Largeur. Hauteur.			
0 18 mètres 0 18 mètres 0 15 mètres	281	3 20	900
0 24 — 0 24 — 0 18 —	430	2 80	1200
0 30 — 0 30 — 0 21 —	600	2 50	1500

Machines pour la fabrication du fer.

	Prix par kilogramme.
Souffleries à cylindre, forcées, avec piston, tige de piston, guides et soupapes.	1 20 francs.
Ventilateurs pour cubilots sans transmission, 500 fr.	
Plateaux de fondation pour laminoirs.	0 30 —
Roues dentées, non forcées, mais coinées	0 50 —
Manivelles percées	0 60 —
Volauts, châssis pour laminoirs, essieux non tournés en fonte	0 42 —
Essieux en fonte avec moyeux tournés et accouple- ments forés	0 56 —
Accouplements non forés	0 42 —
Cylindres tournés pour tôle	0 60 —
— — à conclure pour gros fer.	0 80 —
— — — pour petit fer.	1 20 —
— — polisseurs pour fer en bandes.	4 00 —
Vis de pression, forgées et taillées pour laminoirs.	3 00 —
Ecrans en laiton pour laminoirs	4 80 —
Traverses en fer forgé, grandes vis.	1 00 —
Petites vis en fer forgé	1 20 —
Coussinets en laiton pour supports de laminoirs	4 80 —

Machines pour filatures de coton.

Wellou	800 francs.
Batteur éplucheur	1600 —
Batteur étaleur.	3200 —
Carde avec 18 couvercles et 2 séries de cylindres fournis.	1200 —
— 18 — 1 — —	1100 —
Réunisuseuse pour cardes	600 —
Machine à ouater pour décarder.	700 —
Machine à aiguiser les chapeaux des cardes	600 —
Machine à aiguiser les tambours des cardes.	300 —
Laminoir à 6 têtes par tête	220 1328 —
— 10 — à 5 cylindres	240 2400 —
— 14 — 5 —	205 2870 —

Réunisseuse pour laminoirs	500	francs.
Banc à broches en gros à 32 broches, par broche	90	2900 —
— — 36 — — —	83	3000 —
— — 40 — — —	77	3100 —
— — 44 — — —	72	3200 —
Banc à broches en fin 64 — — —	48	3100 —
— — 72 — — —	45	3300 —
— — 80 — — —	43	3500 —
— — 88 — — —	42	3700 —
— — 96 — — —	40	4000 —
— — 120 — — —	38	4560 —
Mule-Jenny 360 — — —	10	3600 —
Presse à emballage et à fil pour 5 à 10 livres de paquet	540	—
Une broche pour métiers à filer	2-66	—
— dévidoir (bobines)	3-50	—
Métier à filer (Throstle) à 234 broches, par broche	15	3510 —
Rota frotteur (machine à tubes)	225	—

503

Machines pour tissage à la mécanique.

Bobinoir avec 100 broches	900	francs.
— — 144 —	1100	—
Ourdissoir à 400 bobines pour toile de 36"	500	—
— 500 — — 46"	600	—
Machine à parer pour toile de 36"	1800	—
— — 46"	2000	—
Métier à tisser (système Robert) pour toile unie . . .	300	—
— — — — façonée	380	—
Une navette en buis avec pointes en acier	4	—
Métier pour velours de 34"	400	—
— — — — façonné	450	—
— — — — large de 48"	540	—

Filature de coton.

(Prix en francs par broche Mule-Jenny)

Désignation des objets.	Numéros moyens des fils, produits par la fabrique désignée.								
	10	20	30	40	60	80	100	120	140
Prix de la totalité des machines à filer par broche (Mule).	66	30	21	18	15	13	12	12	11
Transmission par 1 broche (Mule)	8	8	8	8	8	8	8	8	8
Machine motrice et travaux hydraulique ou machine à vapeur	5	5	5	5	5	5	5	5	5
Bâtiments	10	10	10	10	10	10	10	10	10
Prix de la fabrique complètement installée par broche (Mule).	89	53	44	41	38	36	35	35	34

Prix des machines pour la fabrication du papier.

Une machine complète pour la confection du papier sans fin, avec séchoir, presse à chauffer, crible à nœud, appareil d'aspiration et appareil à tailler, pour couper le papier suivant la longueur.	27600 francs.
Un cylindre complet à papier, avec tambour en fer et avec garniture	3000 —
Une presse complète à satiner.	7600 —
Une cuve à chiffons avec méloir	2100 —
Une pompe pour 8 cylindres	1560 —

506

Usines à gaz pour l'éclairage des villes.

(Prix par bec de gaz)

Usine sans gazomètre ni cornues	8	francs.
Canalisation de la ville	25.40	—
Branchements	3.20	—
Gazomètre	11.40	—
Fourneaux à cornues	6.40	—
Condensateur	1.80	—
Appareils (cuves) de lavage	0.40	—
Epurateur	1.80	—
Compteur	0.70	—
Régulateur	0.20	—
Tuyaux de conduite dans la fabrique	0.70	—
Prix d'une installation sans candélabre, par bec . . .	60.00	—

ATLAS
DES
RÉSULTATS

scientifiques et pratiques
destinés à la construction de machines

PAR

F. REDTENBACHER

Directeur de l'école polytechnique à Karlsruhe

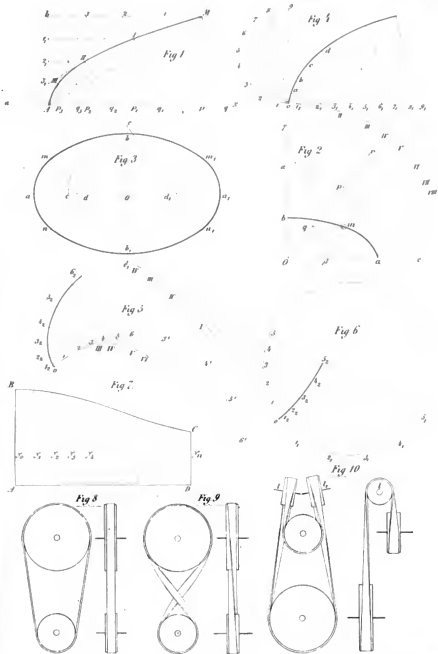
Traduction de la 4^{me} Edition de l'ouvrage allemand
ayant pour titre:

RESULTATE FÜR DEN MASCHINENBAU.



MANNHEIM
EDITEUR LIBRAIRE, EBASSERMANN
1861.

•
•
•



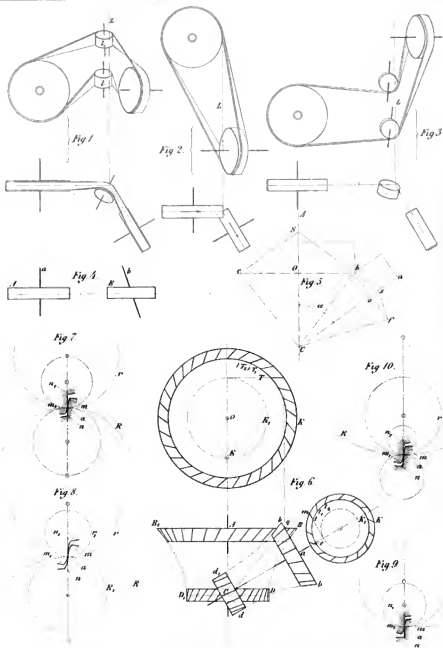


Fig. 1



Fig. 2



Fig. 3

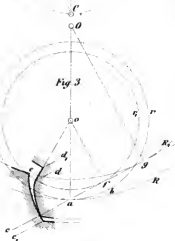


Fig. 4

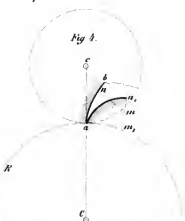


Fig. 5

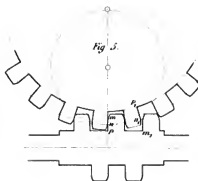


Fig. 6

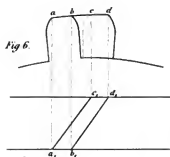


Fig 1

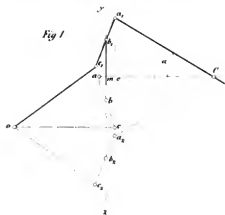


Fig 2

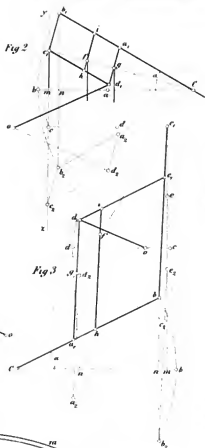


Fig 4

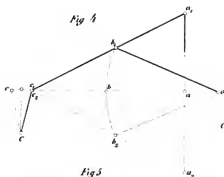


Fig 3

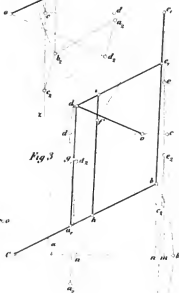


Fig 5

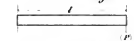


Fig 6

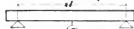


Fig 7

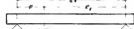


Fig 8

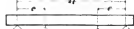


Fig 9

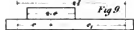


Fig 11



Fig 12

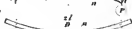


Fig 13

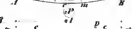


Fig 14



Fig 15



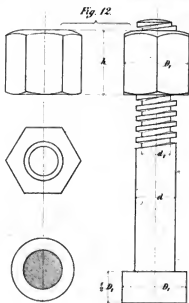
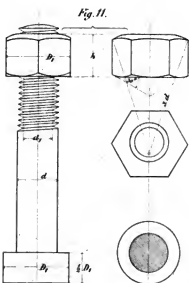
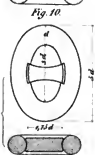
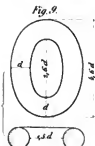
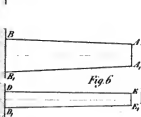
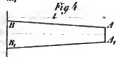
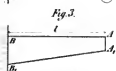
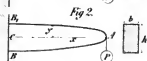
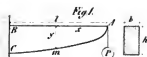
Fig 16

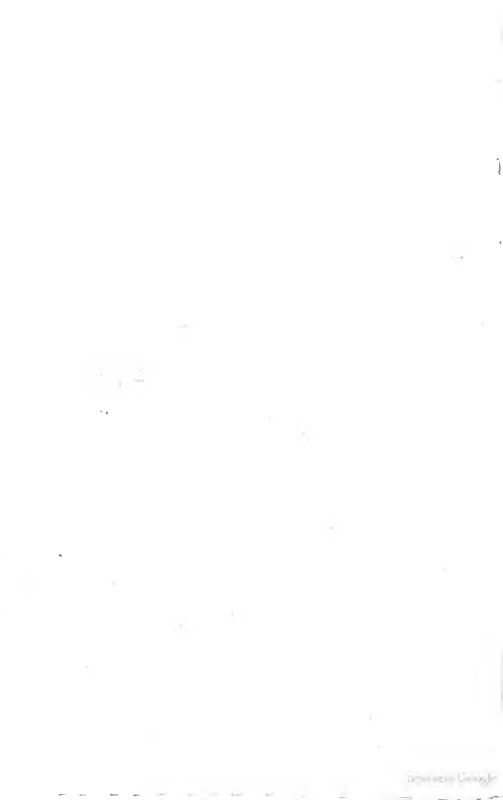
Fig 17



Tab V

 $E = \frac{1}{6} b h^3$	 $E = \frac{1}{6h} \{ b, h_f^3 + b (h^3 - h_f^3) \}$
 $E = \frac{1}{6} h^3$	 $E = \frac{1}{6h} \{ b, h_f^3 + b (h^3 - h_f^3) \}$
 $E = \frac{\pi}{32} d^3$	 $E = \frac{1}{6h} \{ b, h_f^3 + b, (h^3 - h_f^3) + b (h^3 - h_f^3) \}$
 $E = \frac{\pi}{32} b h^3$	 $E = \frac{1}{6h} \{ h_f^3 + (h^3 - h_f^3) h_z + (h - h_f) h_z^3 \}$
 $z = \frac{1}{3} h$ $E = \frac{81}{912} b h^3$	 $E = \frac{1}{6h} \{ 0.589 d^3 + (h^3 - d^3) b + (h - d) b^3 \}$
 $z = \frac{2}{3} h$ $E = \frac{81}{1944} b h^3$	 $E = \frac{1}{6h} \{ b (h^3 - h_f^3) + b, (h_f^3 - h_z^3) \}$
 $E = \frac{\pi}{32} \frac{d_1^4 - d^4}{d^3}$	 $z = \frac{1}{2} \frac{b h^3 + b, h_f^3 + 2 b, h h_f}{b h + b, h_f}$ $E = \frac{1}{32} \{ b [z^3 (z - h)^3] + b, [(z - h)^3 + (h - z)^3] \}$
 $E = \frac{\pi}{32} \frac{b h^3 - b, h_e^3}{h}$	 $z = \frac{1}{2} \frac{b h^3 + b, h_f^3 + 2 b, h h_f}{b h + b, h_f}$ $E = \frac{1}{32} \{ b [(h, h_f - z)^3 - (h, z)^3] + b, [z^3 + (h, z)^3] \}$
 $E = \frac{1}{6} b h^3$	 $z = \frac{1}{2} \frac{b h^3 + b, h_f^3 + 2 b, h h_f}{b h + b, h_f}$ $E = \frac{1}{32} \left\{ b [z^3 - (z - h)^3] + b, [(z - h)^3 + (h, h_f - z)^3] \right\}$





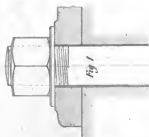


Fig. 1

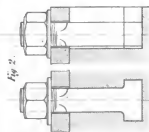


Fig. 2



Fig. 3

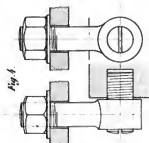


Fig. 4

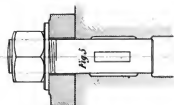


Fig. 5



Fig. 6



Fig. 7



Fig. 8



Fig. 9



Fig. 10

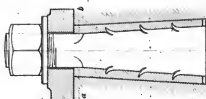


Fig. 11



Fig. 12



Fig. 13



Fig. 14



Fig. 15



Fig. 16



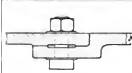


Fig 1.

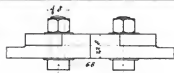


Fig 2.

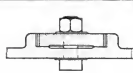


Fig 3.

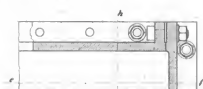
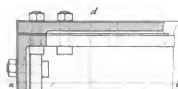
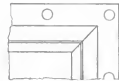
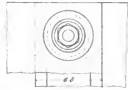
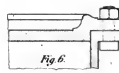
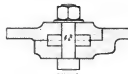
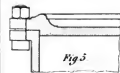
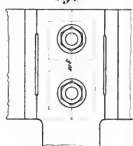
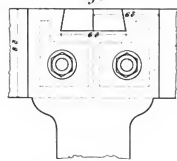
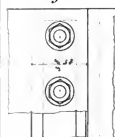
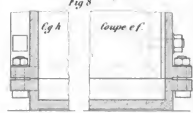
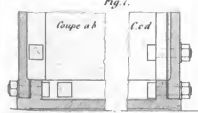
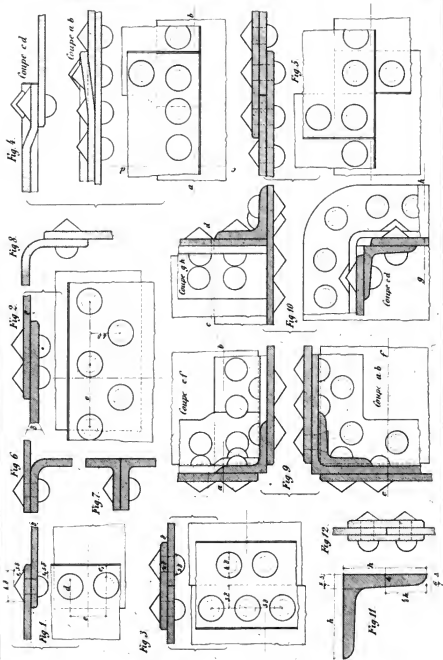


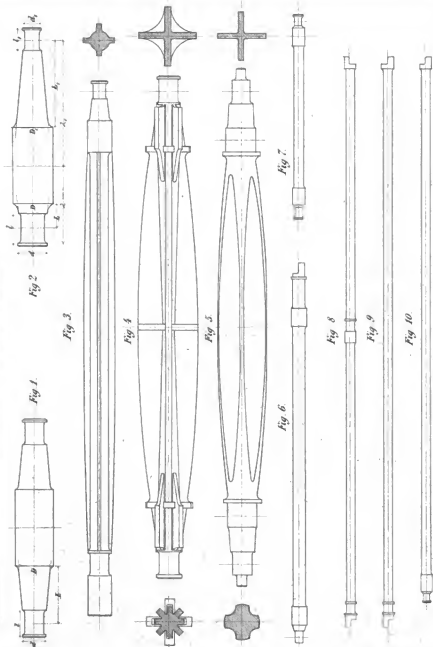
Fig 7.

Fig 8.











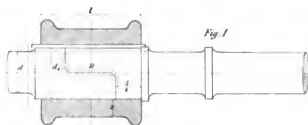


Fig. 1

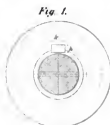


Fig. 1.

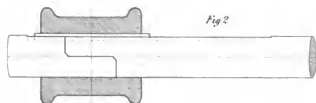


Fig. 2

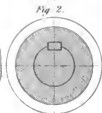


Fig. 2.

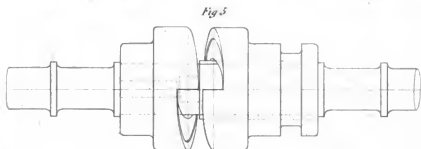


Fig. 3

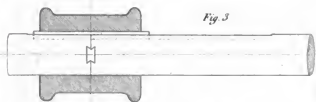


Fig. 4

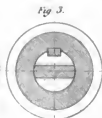


Fig. 3.

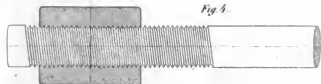
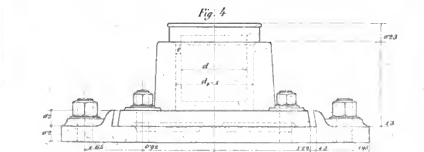
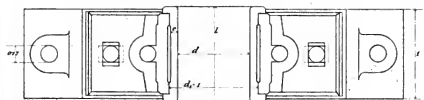
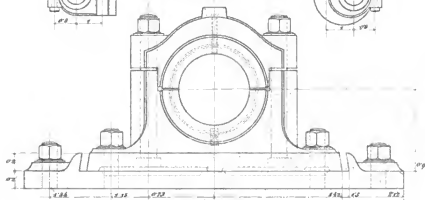
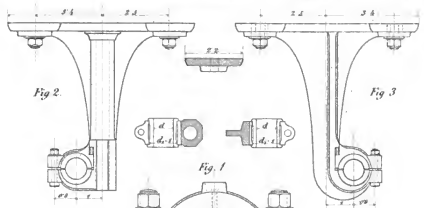
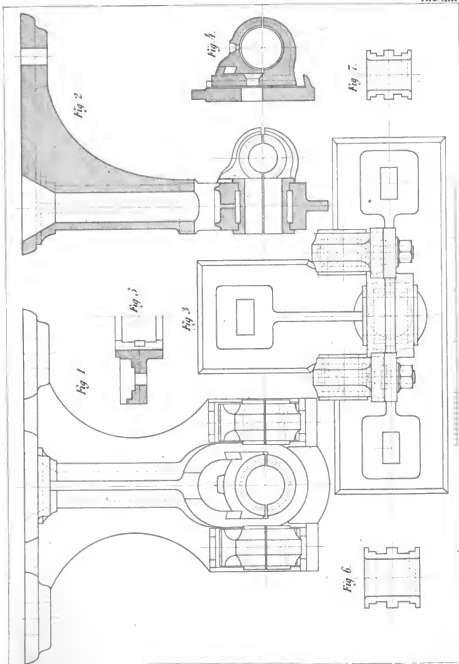


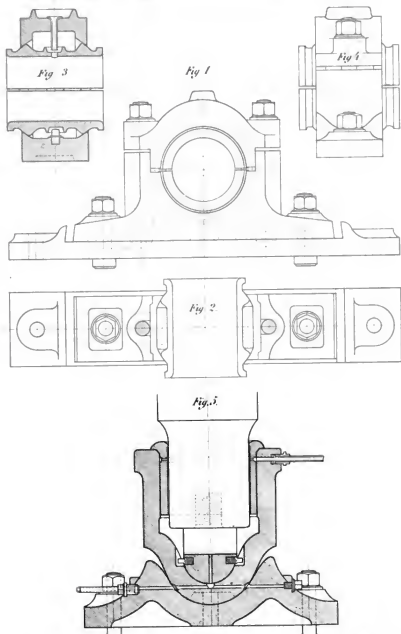
Fig. 5

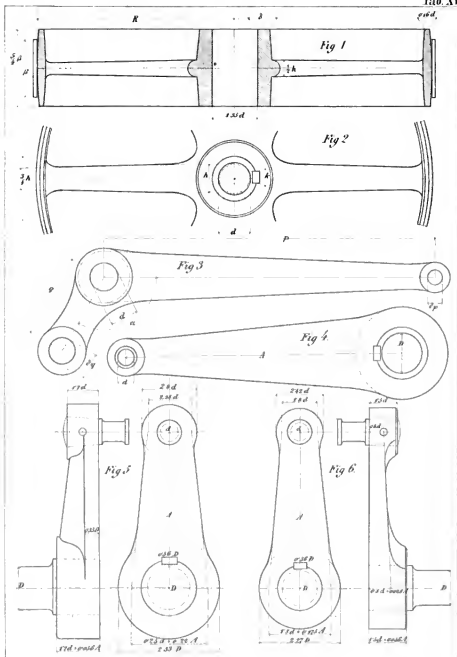


Fig. 4









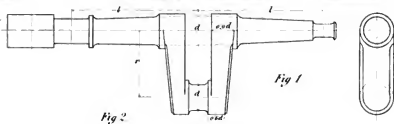
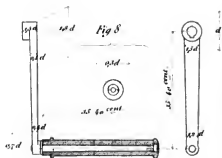
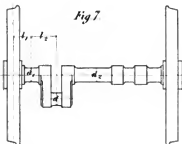
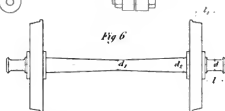
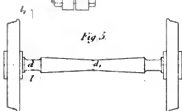
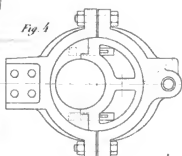
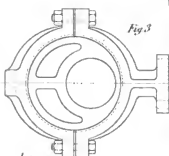
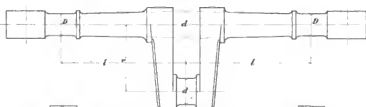


Fig. 2



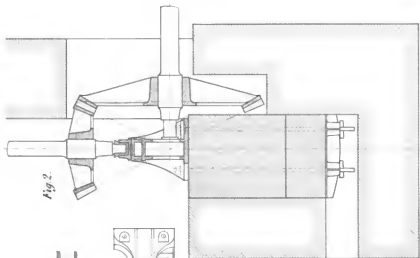


Fig. 2.



Fig. 3.



Fig. 4.

Fig. 5.

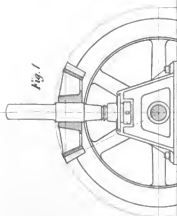


Fig. 1.

Fig. 3

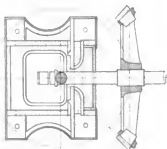


Fig. 2

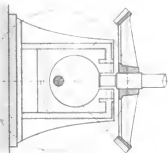


Fig. 1

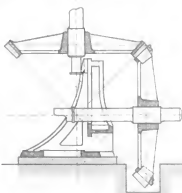


Fig. 6

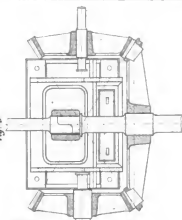


Fig. 5

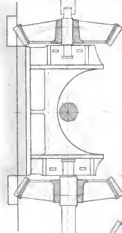
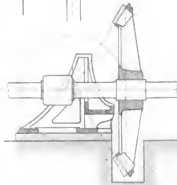


Fig. 4



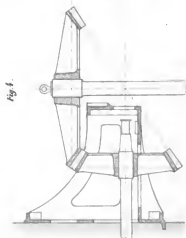
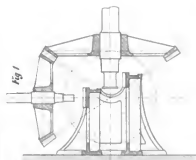
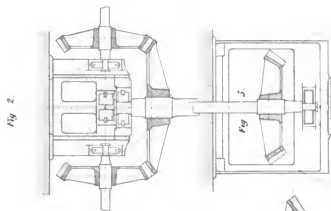
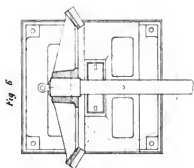
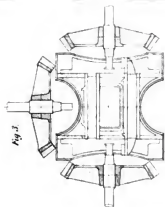




Fig 1



Fig 2

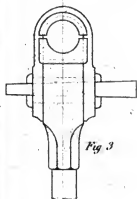
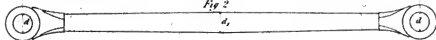


Fig 3

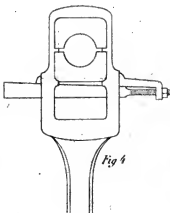


Fig 4

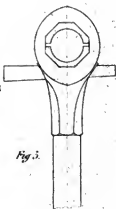


Fig 5

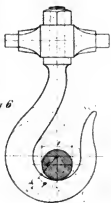


Fig 6

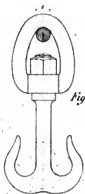


Fig 7

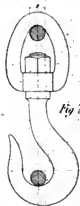
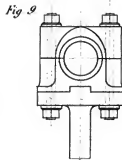
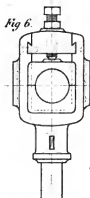
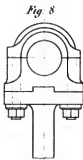
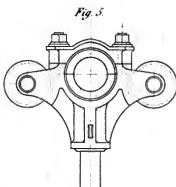
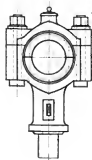
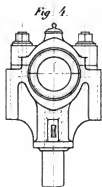
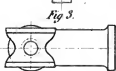
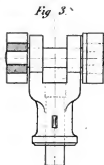
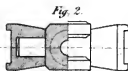
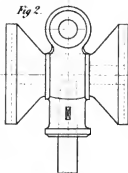
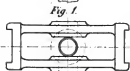
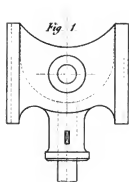
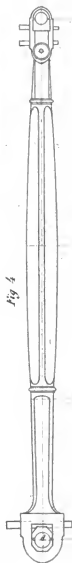
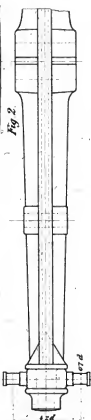
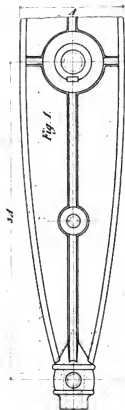
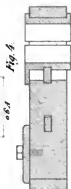
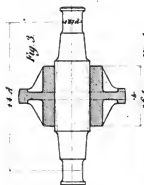


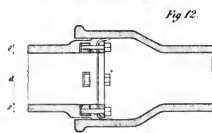
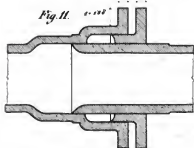
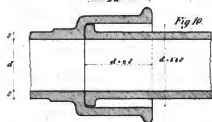
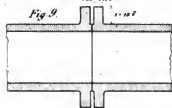
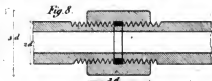
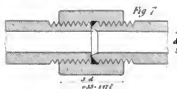
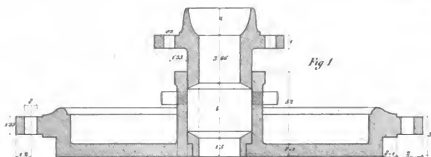
Fig 8

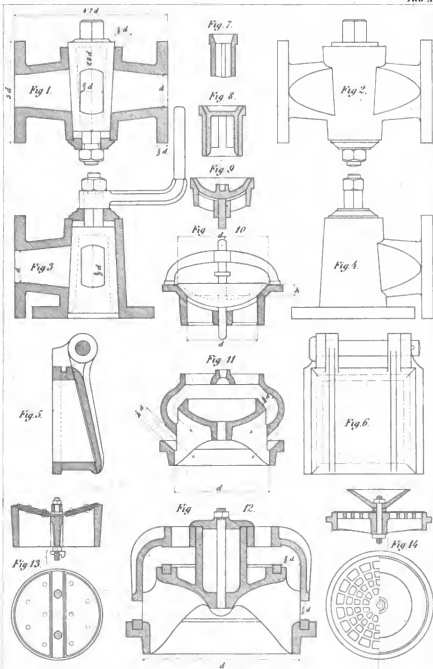


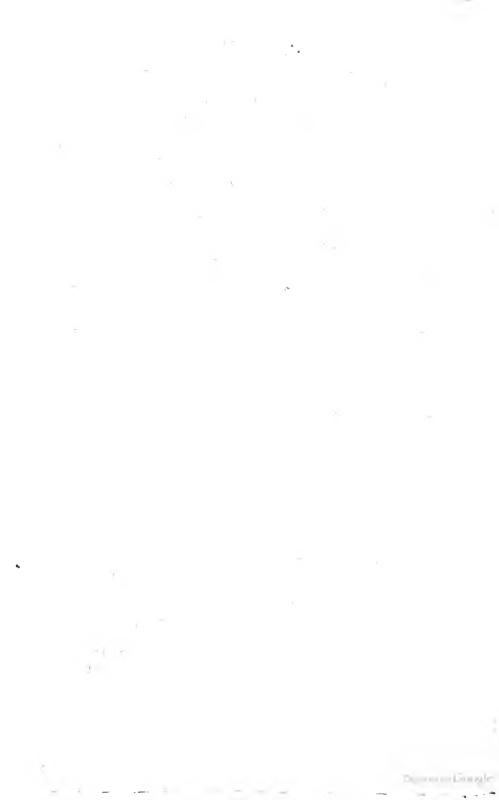


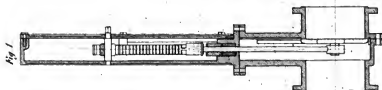
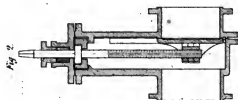
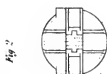
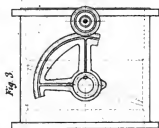
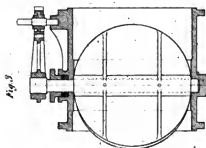
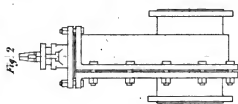
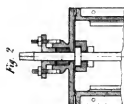
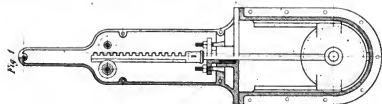


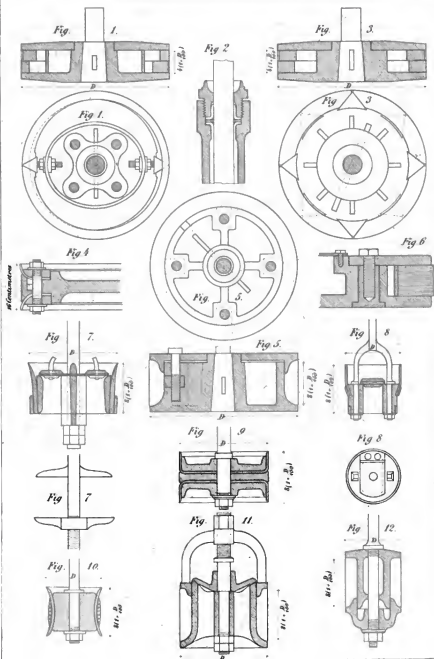


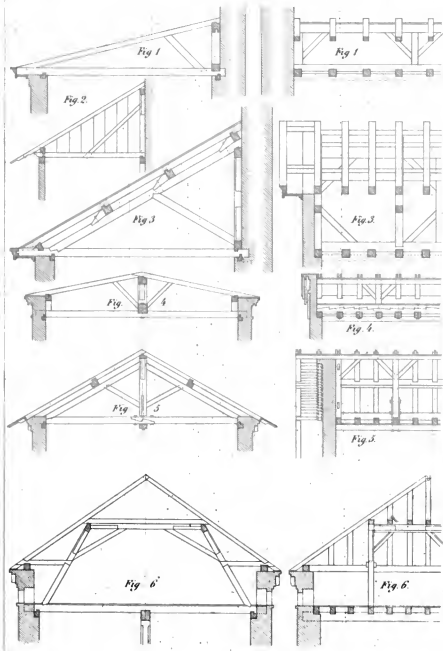


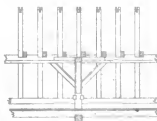
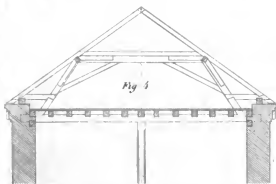
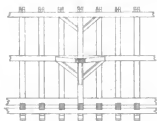
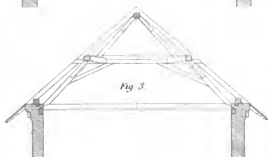
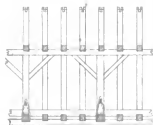
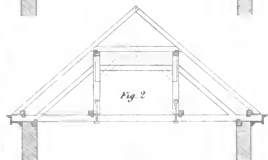
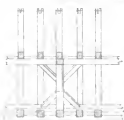
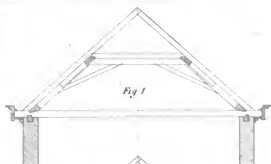


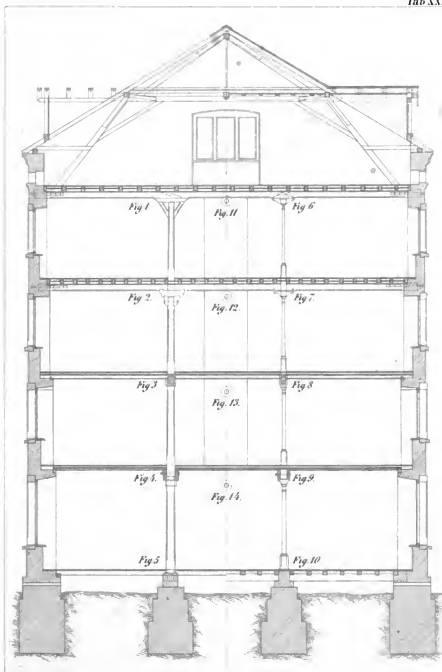




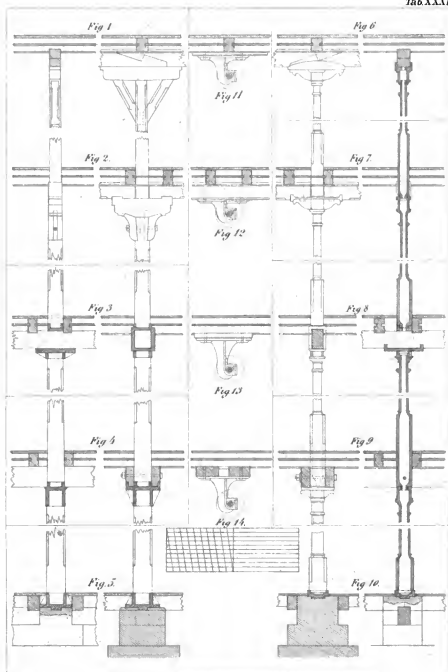


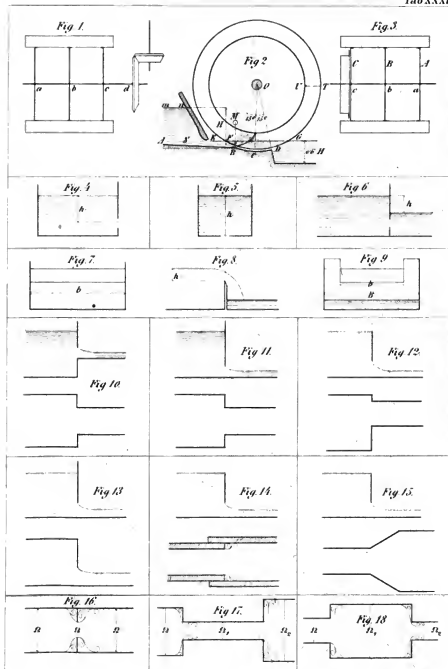




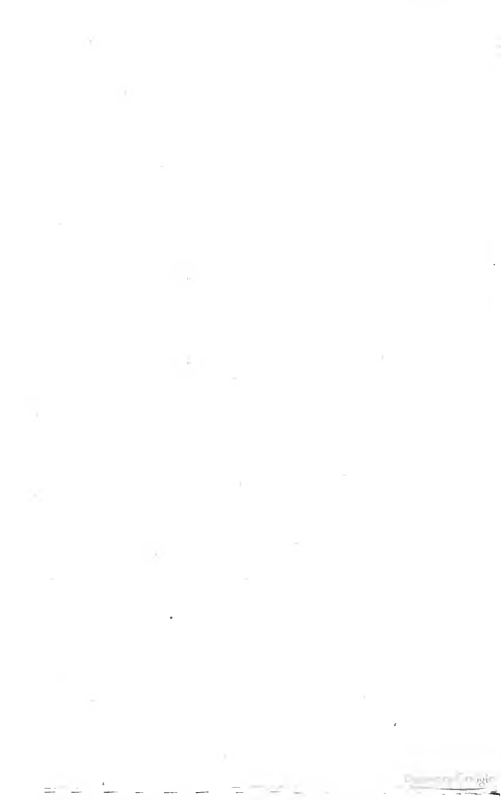


•
•









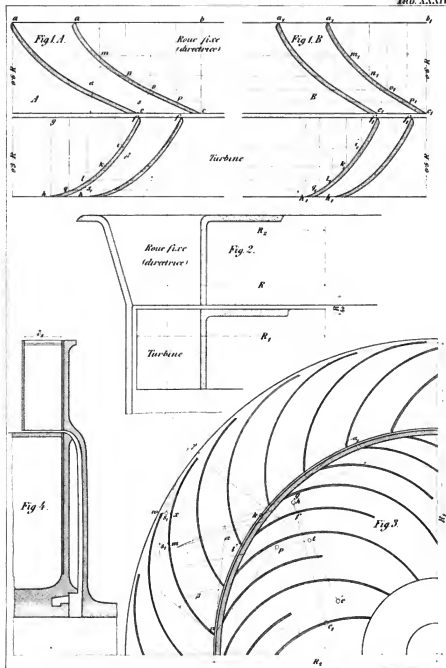


Fig 1

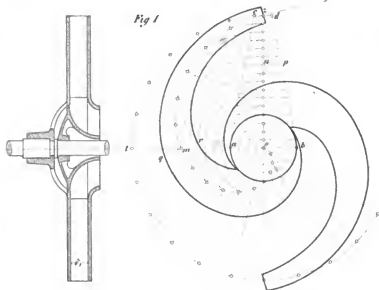


Fig 2

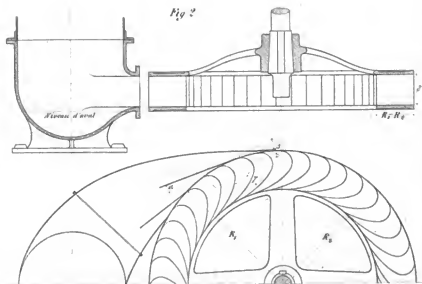




Fig 1



Fig 2

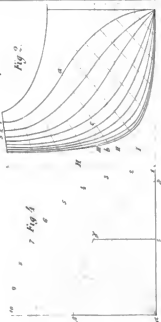


Fig 3

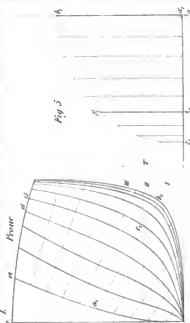
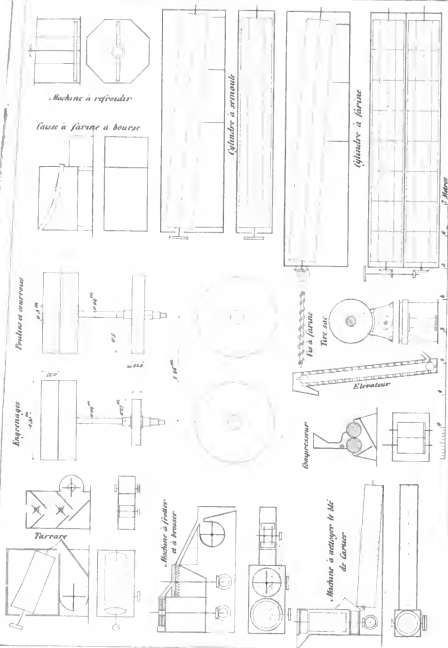
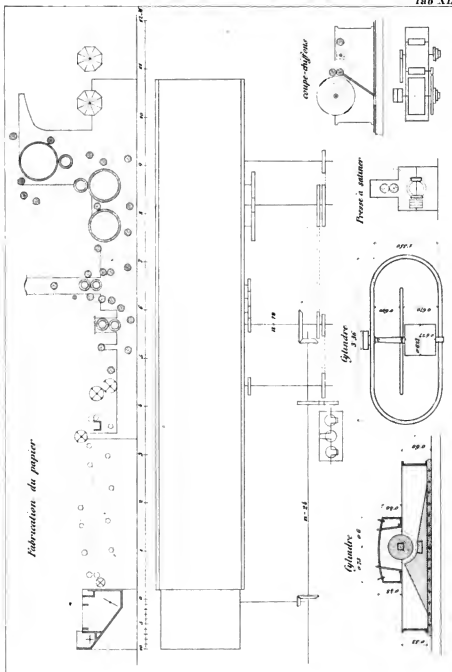


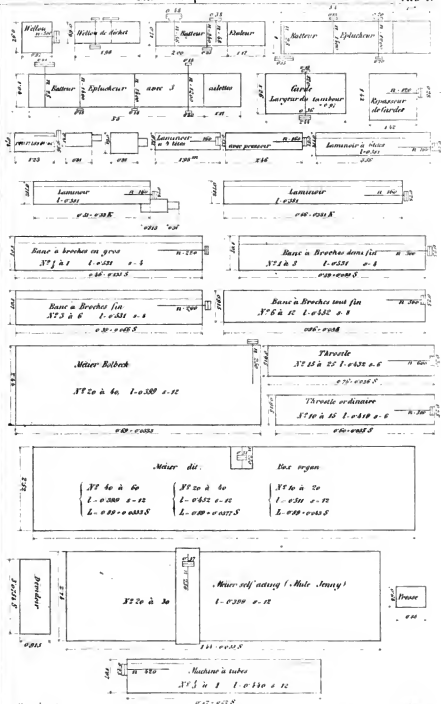
Fig 4





Fabrication du papier





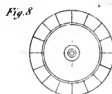
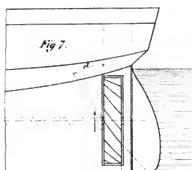
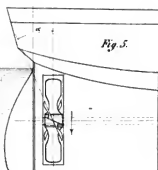
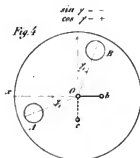
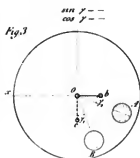
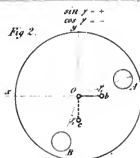
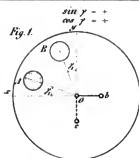
005686991

11 130 1363









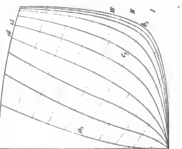
•

Fig 1



Poupe

Fig 2



Poupe

Fig 3

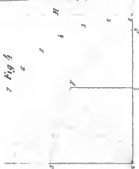


Fig 3

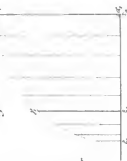
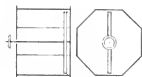


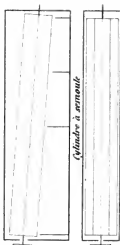
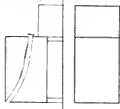
Fig 3



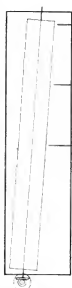


Machine à refolder

Casse à farine à bourse



Cylindre à semoule



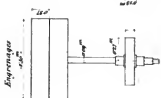
Cylindre à farine



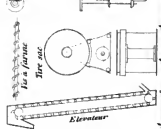
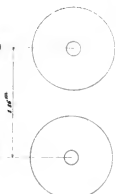
Mars



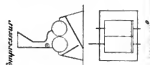
Poulies et courroies



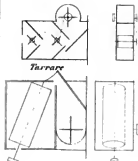
Engrenages


Tire sac
Vo à farine

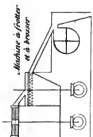
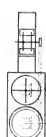
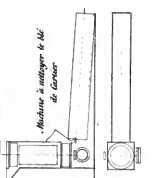
Elevateur



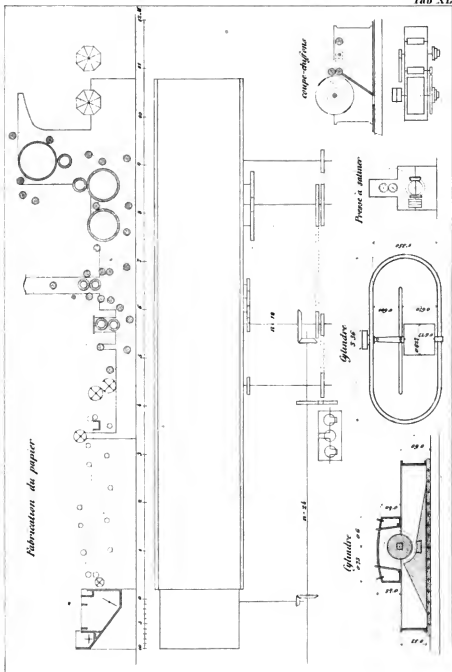
Compresseur



Tarrage


Machine à trier
et à brasser
Machine à nettoyer le blé
de l'écaille

Fabrication du papier



11 AGO 1963

En vente à la **Librairie Polytechnique :**

OPPERMANN. Visites d'un ingénieur à l'Exposition universelle de 1867. Notes et croquis, chiffres et faits utiles. 2 vol. grand in-8°, dont un atlas. Broché 18 fr.
Relié rouge et or 20 fr.

COCKERILL (Portefeuille de John). Description des machines d'épuisement, d'extraction, de fabrique d'outillage, machines de bateaux à vapeur, locomotives et matériel de chemins de fer, roues hydrauliques, etc. Appareils de papeteries, de sucreries, moulins à farine, ventilateurs, etc., construits dans les établissements de Seraing, depuis leur fondation jusqu'en 1866. Publié avec l'autorisation de la Société Cockerill. 2 forts vol. grand in-4°, et 2 atlas in-fol., 200 pl. 200 fr.

PÉRARD. Traité du chauffage et de la conduite des machines à vapeur fixes et locomobiles. 1 vol. gr. in-8°, avec 17 pl. 10 fr.

SCHMOLL (Is.). Traité pratique des brevets d'invention, des dessins et marques de fabrique, des noms commerciaux, enseignes, etc., en Franco et à l'étranger. 1 vol. in-8° 7 fr. 50

VIDAL. Législation des machines à vapeur. Décret du 25 janvier 1865. Lois et ordonnances en vigueur. Textes du droits commun qui s'y rattachent, commentaire. 1 vol. in-18 1 fr. 50

JULLIEN. Traité théorique et pratique de la construction des machines à vapeur fixes, locomotives et marines, à l'usage des ingénieurs, mécaniciens-constructeurs, etc., et des élèves des Écoles spéciales; comprenant l'examen technique des matériaux de construction, la composition, l'exécution et les devis de ces moteurs pour les divers genres, espèces, systèmes et forces connus. 2^e édition, revue, corrigée et augmentée. 1 vol. in-4°, 583 pages avec bois dans le texte et atlas de 48 plaques doubles gravées à l'échelle 35 fr.

DWELSHAUVERS. Manuel de mécanique appliquée 1^{re} partie: Cinématique. 1 vol. in-8°, avec 12 pl. 5 fr.

En vente chez **C. Reinwald**, Paris, 15, rue des Saints-Pères :

WELTZIEN. Aperçu systématique des combinaisons dites inorganiques. Édition française par M. E. Willm 6 fr.



